



J'ai l'honneur de vous offrir, de la part des Directeurs de la Société hollandaise des Sciences, le Volume Treizième (en deux fascicules) des

ŒUVRES COMPLÈTES DE CHRISTIAAN HUYGENS

publiées par cette Société.

Veuillez m'obliger par un avis de réception et agréer l'assurance de ma considération la plus distinguée.

J. P. LOTSY,

Secrétaire Perpétuel.

ŒUVRES COMPLÈTES

DE

CHRISTIAAN HUYGENS.

EXEMPLAIRE

APPARTENANT

à

M. ....

Directeur de la Société hollandaise des Sciences.

Imprimerie de Joh. ENSCHEDÉ & Fils, Harlem.

ŒUVRES COMPLÈTES

DE

CHRISTIAAN HUYGENS

PUBLIÉES PAR LA

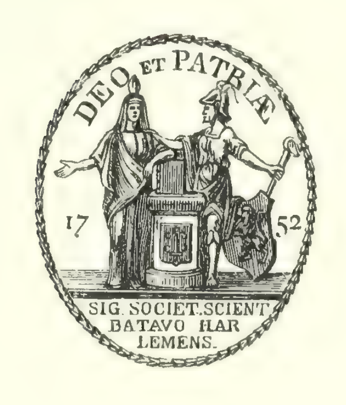
SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES

TOME TREIZIÈME

DIOPTRIQUE

1653; 1666; 1685—1692.

FASCICULE I 1653; 1666.



LA HAYE
MARTINUS NIJHOFF
1916

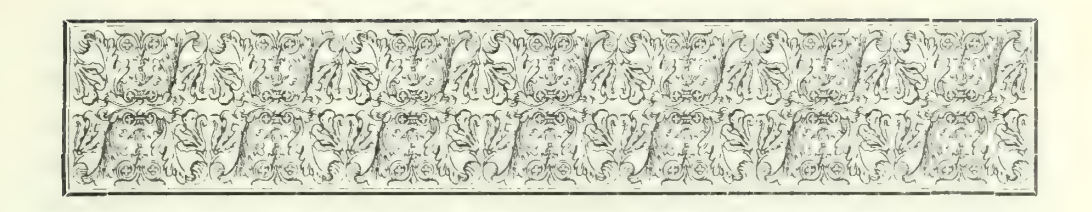
DIOPTRICA.

I.

1653; 1666.

DIOPTRICA.

1653; 1666; 1685—1692.



Avertissement.

APERÇU GÉNÉRAL DE LA GENÈSE DE LA DIOPTRIQUE.

L'histoire de la genèse du manuscrit de la Dioptrique de Huygens, tel que ce manuscrit nous est parvenu en feuilles détachées de deux ou quatre pages (166 p. en tout), est très compliquée. Les parties les plus anciennes furent composées en 1652, lorsque l'auteur avait 23 ans, mais Huygens y a ajouté, changé et supprimé à plusieurs reprises jusque dans les dernières années de sa vie.

Déjà en décembre 1653 [1]), un premier „Tractatus de refractione et telescopijs" était achevé, comportant 108 pages numérotées (en noir); on le reconstitue encore facilement presqu'en entier [2]) à l'aide de cette pagination. Il aurait été divisé en trois livres, dont le premier „De refractione planarum et sphæricarum superficierum, et lentium", constitue le contenu principal du „Liber I" de la „Pars prima", p. 3—141 du présent Tome; le second, portant le titre „De apparenti augmento vel decremento eorum, quæ per refractionem conspiciuntur", est reproduit aux p. 173—233 de ce même Tome; le troisième,

[1]) Voir la lettre à Kinner von Löwenthurn du 16 déc., p. 261 du T. I. „Tractatus meus de refractione et Telescopijs ad finem jam perductus est".

[2]) À l'exception toutefois du début, qui, tel que nous le donnons, est d'une date bien postérieure, remplaçant la leçon que nous reproduisons dans l'Appendice I, p. 143—145 du present Tome, laquelle peut-être avait été précédée à son tour par une préface, qui nous est inconnue. Voir encore la note 2, p. 2 du présent Tome et le § 1 du Premier Complément, p. 737.

qui a ſubi le plus de changements, eſt repréſenté par les p. 245 —269 et traite des téleſcopes.

Ajoutons que, quelques jours ſeulement après qu'il eut donné à Tacquet la deſcription de ſon traité projeté et partiellement achevé [1]), Huygens entreprit de nouvelles recherches [2]), relatives cette fois à la théorie de l'arc-en-ciel, et ſe propoſait de les inférer dans ce traité [3]). Il ne l'a pas fait; mais elles nous ont été conſervées et nous les reproduiſons comme Appendice II, au „Liber I" mentionné ci-deſſus.

Pendant les douze années ſuivantes (1654—1665) Huygens s'occupe de temps à autre de ſa Dioptrique et pluſieurs fois il eſt ſur le point d'en commencer la publication. Le 5 janvier 1654 il en apprend l'achèvement à Grégoire de Saint-Vincent; mais il ſe propoſe de l'améliorer et de l'augmenter encore. À cet effet il veut laiſſer ſon manuſcrit quelque temps en repos pour pouvoir l'examiner, quand la première ardeur de l'invention ſera paſſée, comme ſi ſe fût l'ouvrage d'un autre; enſuite il ne tardera pas à le faire paraître [4]). Le 1er avril 1654,

[1]) Voir sa lettre à Tacquet du 10 décembre 1652, p. 204 du T. I, où on lit: „Ego quidem duos jam libros super ea re penè perscriptos habeo quibus et tertius accedet; prior est de refractione planarum et sphæricarum superficierum, et lentium, alter de apparenti augmento vel decremento eorum, quæ per refractionem conspiciuntur. In hoc praecipuum est, quod datis positione et figura unâ duabus vel quotcunque lentibus, objecto et oculo, ostendi quo augmento vel diminutione illud conspici debeat, item an erectum an inversum. In illo, datis ijsdem, utrum distincta sit futura visio an confusa. Præterea ostendi quomodo radios ad datum punctum tendentes ad aliud datum punctum congregare possimus ope superficiei sphæricæ, idque accuratè, sicut Cartesius per curvas lineas suas effecit. Cujus quidem principia sequor in demetiendis refractionibus." Etc.

[2]) La pièce en question (voir les p. 146—153 du présent Tome) porte la date du 22 déc. 1652.

[3]) Comparez sa lettre du 9 août 1653 à Kinner von Löwenthurn, où on lit (p. 238 du T. I): „In tractatu meo dioptrico regulas tradidi quibus de Iride doctrina perficitur. Unam quæ datâ proportione refractionis (scis quorum sinuum rationem designem) expeditè computare docet, angulum sub quo iris cerni debeat. aliam quæ hoc angulo dato proportionem illam exhibet, quam vel maximè utilem inveni ad inveniendam exactissime in vitro et alia quavis pellucente materia refractionis quantitatem, paratis ad hoc ex quaque materia cylindrulis sphærulisve, solique expositis atque ita notato angulo sub quo iris in vitrea aliave pluvia conspici deberet. Verum hæc ex tractatu ipso quandoque te percepturum planius spero". Or, dans le manuscrit de la „Dioptrica", tel que nous le connaissons, on ne trouve rien de semblable; tandis que la description de la portée des règles en question correspond parfaitement au contenu de la pièce mentionnée dans la note précédente.

[4]) Voir la p. 265 du T. I: „Dioptricorum Tractationem absolvi. neque tamen ita absolutus est quin tempore concesso auctior evadere possit aut certe limatior. Itaque seposui nunc tantisper donec refrigerato inventionis amore velut alienum inspicere revertar. Postea vero editionem non differam, siquidem a plurimis eam desiderari comperio, quorum lectione et comprobatione præcipuum mihi laboris præmium parari arbitror." Voir encore la lettre à

il s'informe ſi Elſevier accepterait d'en entreprendre l'impreſſion auſſitôt que lui, Huygens, ſera de retour d'un voyage de quelques mois en France [5]). Le 25 octobre 1654, van Schooten lui propoſe de joindre ſon traité à une réimpreſſion, projetée par Louis Elſevier, d'une traduction latine du Diſcours de la Méthode avec la Dioptrique et les Météores de Descartes [6]); mais Huygens y voit des inconvénients [7]). En mars 1655, il mande à Colvius qu'il eſpère bientôt publier ſon traité, où l'on trouvera auſſi l'explication de certains microſcopes d'un groſſiſſement merveilleux [8]). Le 12 octobre 1657, il en annonce l'apparition prochaine à de Sluſe [9]), le 11 ſeptembre 1659 à Chapelain [10]), les 22 ſeptembre et 30 octobre de la même année à Grégoire de Saint-Vincent [11]) et à Kinner von Löwenthurn [12]), le 16 ſeptembre 1661 à Moray [13]), auquel il écrit en octobre 1662 que

---

Lipstorp du 7 mars 1654, p. 276 du T. I: „Ex quo dira ista febris me reliquit, reversus sum ad studia mihi jucundissima absolvique de Refractionibus tractatum, ita tamen ut secundis curis omnino etiam nunc indigeat. Cæterum dum ille sepositus quiescit aliud mihi sese inventum obtulit, erutis è veritatis puteo circuli proprietatibus eximijs, quas nemo antea inspexit," où la dernière phrase se rapporte aux travaux préparatoires de l'ouvrage „De circuli magnitudine inventa" (reproduit p. 113—181 du T. XII).

5) Voir la p. 280 du T. I. Le voyage n'eut lieu qu'en juin 1655.

6) Voir la p. 301 du T. I.

7) Voir la p. 303 du T. I: „Dioptrica mea non existimo cum Cartesij operibus conjuncto volumine edenda; non enim video quare sic magis ad hominum manus perventura sint. Imo contra minus divenditum iri ea ratione vereor: quis enim vel tantillum curiosus aut geometriæ amans non pridem Cartesij libros possidet? At horum nemo fere novam editionem empturus est. Ita lectoribus cariturus essem quos maxime contingere mihi exoptaverim. Jam hoc quoque molestum quod Amstelodamum concedere opus foret, atque ad tempus non exiguum. Alia igitur occasione in lucem ista edere est animus".

8) Voir les p. 321—322 du T. I. C'est vers cette époque que Christiaan Huygens et son frère Constantyn, d'après la Lettre N°. 213 (p. 318 du T. I) de Constantyn Huygens, père, à Colvius, commencèrent à fabriquer des microscopes. Toutefois Huygens n'a pas donné suite alors à cette intention de traiter les microscopes dans sa Dioptrique. Ce qu'on trouvera sur ce sujet dans la „Pars tertia" de la Dioptrique est d'une date bien postérieure; même la copie de Niquet, dont nous parlerons plus loin, ne contient encore rien sur les microscopes. Comparez encore la note 2 de la p. 674 du présent Tome.

9) Voir la p. 66 du T. II: „Sed et alia plurima hujus generis referre possem, ex libro quem de materia hac ante quadriennium dicavi, Demonstrationibus omnibus Euclidea methodo elaboratis, nisi sponte tibi obventura scirem".

10) Voir la p. 481 du T. II.

11) „Hisce duobus inventis" [il s'agit de l'„Horologium" et du „Systema Saturnium"] „quæ moram non ferebant in publicum editis ad absolvenda Dioptrica me accinxi atque ea intra annum saltem tibi me exhibiturum spondeo, ni fata obstent" (p. 485 du T. II).

12) „Si quid tamen publici juris faciam, Dioptrica præcedere oportet, nec tam diu ea pressissem nisi Saturnium Systema incidisset quod ejusmodi erat ut moram ferre non posset" (p. 503 du T. II).

13) „De sorte que je me suis proposè d'estre un peu plus diligent pendant ces longues soirées qui

la Dioptrique ſerait déjà prête pour être imprimée ſans l'affaire des Longitudes [1]). Toutefois, en février 1663, il s'excuſe de nouveau auprès de ce dernier du lent acquittement de ſes promeſſes, faites au ſujet de la Dioptrique et d'autres travaux, à cauſe de tant de choſes qui l'interrompent dans ſes études [2]). Enfin en décembre 1664, il exprime encore une fois ſon intention de procéder à l'impreſſion de la Dioptrique [3]).

Juſqu'ici il s'agit toujours de la Dioptrique telle qu'elle fut conçue et rédigée, en ſubſtance, en 1652 et 1653. Quoique Huygens, comme on l'a vu, ait bientôt ſenti le beſoin de la réviſer et que ce fût même là, ſans doute, l'obſtacle principal à une publication immédiate, les changements et les additions qu'il y avait apportés n'étaient pas d'une importance capitale [4]). Mais il en fut autrement en 1665, lorsqu'il reprit plus ſyſtématiquement ſes recherches ſur l'aberration ſphérique, dont les premières dataient de 1653 [5]).

Sur ce ſujet il fait bientôt des découvertes qui lui ſemblent ſi importantes [6]) qu'il ſe jette avec toute l'ardeur dont il eſt capable dans cette voie nouvelle qui s'ouvre devant lui. En quelques ſemaines, probablement, il compoſe la partie de la Dioptrique qui s'occupe de la théorie de l'aberration ſphérique et des règles qu'il en déduit pour trouver l'ouverture de l'objectif d'une lunette de longueur donnée et le groſſiſſement qu'elle peut ſupporter. Nous avons reproduit cette partie dans la „Pars ſecunda. De aberratione radiorum a foco" [7]).

---

vont venir, que je n'ay esté cet esté, et ce pour mettre au net et donner au public 3 ou 4 ensemble des traitez que j'ay escrit, parmy lesquels sont cette Dioptrique, et les regles du mouuement dont vous me demandez tousjours de nouuelles" (p. 320 du T. III).

[1]) Voir la p. 244 du T. IV.

[2]) Voir la p. 306 du T. IV.

[3]) Voir le sommaire de sa lettre du 11 décembre 1664 à Constantyn Huygens, père (p. 161 du T. V).

[4]) Cela résulte de l'inspection du manuscrit, où l'on peut déchiffrer encore presque partout la rédaction primitive, là où elle a été remplacée par une autre plus récente.

[5]) Comparez la note 4 de la p. 83 du présent Tome.

[6]) Voir l'„εὕρηκα" du 6 août 1665 dans l'Appendice I à la deuxième Partie de la Dioptrique, p. 367 du Tome présent, la lettre à de Sluse du 11 septembre de la même année (p. 477 du T. V) et, pour plus de détails, la partie de cet Avertissement (pp. LII—LXII et LXVI—LXXII) qui traite plus particulièrement de ces recherches de 1665 sur l'aberration sphérique.

[7]) Voir les p. 273—353 du présent Tome.

Vers cette même époque les travaux ſcientifiques de Huygens furent interrompus par ſon départ pour la France et par ſon inſtallation à Paris comme membre de l'Académie des Sciences et penſionnaire du roi Louis XIV. C'eſt au début de ce ſéjour à Paris, en 1666 ou 1667, que, ſous la direction de Huygens lui-même, une copie de la Dioptrique fut priſe par le jeune Niquet que le Miniſtre Colbert avait adjoint, en même temps que Couplet, Richer, Pivert et de la Voye, „aux Géomètres et Phyſiciens conſommés de l'Académie pour les aider dans leurs travaux" [8]).

Cette copie nous a été conſervée [9]) et nous fait connaître l'état dans lequel le manuſcrit ſe trouvait alors. Elle contient toute la première et toute la deuxième Partie de la Dioptrique et s'arrête préciſément là où cette dernière finit.

Ce n'eſt qu'en avril 1668 que Huygens reprend ſes travaux de dioptrique [10]). Il s'agit maintenant pour lui de vérifier par l'expérience les préviſions de la théorie

---

[8]) Voir E. Maindron „Histoire de l'Académie Royale des Sciences, depuis son établissement en 1666, Paris Baillière et C[ie], 1888". D'après la liste des membres, publiée par le même auteur dans son ouvrage „L'ancienne Académie des Sciences, Paris, Tignol, 1895", il s'agirait d'Honorat Niquet, Jésuite, qui mourut en 1667; mais cela est extrêmement improbable, puisque ce Jésuite, dont on connaît plusieurs ouvrages de théologie, fut admis au noviciat en 1602 à l'âge de dix-sept ans et qu'il était donc en 1666 un homme très âgé. Sur le Niquet qui a fait la copie, nous n'avons pu trouver aucun renseignement biographique. Nous pouvons apporter seulement que son nom paraît dans la liste des personnes auxquelles Huygens envoya, en 1673, son „Horologium oscillatorium" (voir la p. 321 du T. VII).

[9]) Sur une feuille qui doit servir de titre à cette copie on lit de la main de Huygens: „Dioptrica Chr. Hugenij descripta manu V[i]. Niqueti" et ensuite: „Ex his plurima inducenda. In prioribus Propositionibus demonstrationes minus exactæ sufficissent. Omnia hæc succinctius tractare propositum est, quæ secundam dioptrices partem facient. Prior continebit quæ de luce et refractionum causis et de Crystallo Islandico scripsi". Enfin, toujours de la même main mais peut-être d'époques différentes, „Initium mutavi in meo manuscripto". La copie fut faite probablement à l'occasion de nouveaux projets de publication dont on reconnaît les traces dans les lettres du 22 juin 1666 et du 19 novembre 1667 au Prince Léopold de Medicis: „Ad me quidem quod attinet, sicut a plurimis annis studium hoc" [la dioptrique] „adamavi, ita neque in posterum desistere est animus; et spero propediem lucem visura, quæ in hoc genere commentatus sum, neque non praxin ipsam hujus artis novis meditationibus experimentisque nostris aliquid opis sensuram" (p. 55 du T. VI); „De cæteris vero scriptis meis ut paucis Celsitudinem Tuam edoceam, eæ sunt primum de Refractionibus tractatus seu Dioptrica, quem librum jam diu edidisse debueram sed varijs rebus occupatus ex quo huc in Galliam commigravi promissis stare nequivi. Figurarum tamen maximam partem jam incisam habeo, brevique typographis sum traditurus" (p. 162 du T. VI).

[10]) Voir sa lettre à Constantyn Huygens, frère, du 20 avril 1668, p. 209 du T. VI, et celle du 11 mai 1668, p. 216 du même Tome.

de l'aberration ſphérique à l'aide de laquelle il croit avoir trouvé le moyen de compenſer l'aberration ſphérique de l'objectif par celle de l'oculaire [1]); mais cette vérification n'apporte que des déſappointements. Auſſitôt il s'aperçoit que ce ſont les effets de couleur qui empêchent la réaliſation de ſes préviſions [2]). Toutefois il ne déſeſpère pas encore entièrement de leur valeur pratique [3]), et il reprend même avec une nouvelle ardeur ſes calculs théoriques lorſque le 1 février 1669 l'idée lui vient de sa „lens compoſita hyperbolicæ æmula" formée de deux lentilles très rapprochées l'une de l'autre qui conſtituent ensemble l'objectif d'une lunette [4]).

Ajoutons que ces recherches de 1669 n'ont jamais été incorporées dans le manuſcrit de la Dioptrique. Nous les réuniſſons dans les Appendices VI—VIII à la deuxième Partie, p. 408—432 du Tome présent. Pendant cette même année Oldenburg, auquel Huygens avait envoyé le 6 février 1669 [5]) l'anagramme de ſa découverte du 1 février, ne ceſſe de le preſſer de faire paraître ſa Dioptrique [6]). Huygens s'excuſe par la diverſité et la quantité de ſes occupations [7]); mais il eſt à préſumer que l'incertitude où il ſe trouvait ſur la valeur de ſes dernières découvertes n'a pas moins contribué à empêcher pendant cette époque l'achèvement de ſon Traité.

---

[1]) Voir la Prop. IX de la deuxième Partie de la Dioptrique, p. 318—331 du Tome présent.

[2]) Voir sa lettre très importante du 7 juin 1668 à son frère, p. 220 et 221 du T. VI: „J'ay depuis ma dernière essayé la moitié du concave de vostre façon avec l'objectif que vous m'aviez donné auparavant," [ces verres avaient été fabriqués sur les mesures données par Christiaan Huygens] „et je trouve qu'il fait assez bien quand l'ouuerture n'est que de la grandeur ordinaire.... mais en decouvrant tout le verre je vois un peu de couleurs ce qui me fait croire qu'il y a un inconvenient de ce costé là, qui provient de l'angle que font les 2 surfaces de l'objectif vers les bords. qui cause nécessairement des couleurs, de sorte qu'en faisant des verres hyperboliques l'on trouueroit la mesme chose.... Ce sera tousjours quelque chose d'avoir montré qu'il n'y a pas plus à esperer de ces figures", etc.

[3]) Voir là-dessus ses lettres à son frère Constantyn du 22 juin 1668: „Ne manquez pas je vous prie a m'achever ce petit verre que vous scavez, s'il ne fait pas l'effect qu'il devroit l'on scaura du moins que c'est en vain de tenter ce moyen, et mesme celui des verres hyperboliques dont on n'est pas desabusé jusqu'a present" (p. 222 du T. VI), du 12 octobre (p. 266) et du 30 novembre de la même année (p. 299 du T. VI).

[4]) Voir la suscription de l'Appendice VI à la deuxième Partie, p. 408 du présent Tome.

[5]) Voir la lettre N°. 1700, p. 354 du T. VI et l'Appendice de la p. 355 du même Tome.

[6]) Voir ses lettres du 18 mars 1669 (p. 389 du T. VI), du 8 avril 1669 (p. 416), du 11 novembre 1669 (p. 520 du T. VI) et enfin celle du 31 janvier 1670 (p. 5 du T. VII).

[7]) „Je vous suis fort obligé de ce que vous m'exhortez de haster l'Edition de ma Dioptrique. Je souhaiterois de m'y pouvoir appliquer avec un peu plus d'assiduité, mais la diversité, et

Vers 1672 et 1673 cette incertitude s'eſt diſſipée et la théorie de la dioptrique va apparaître à Huygens ſous un jour nouveau. Dans la première de ces années il prend connaiſſance de l'hypothèse de Newton ſur la compoſition de la lumière blanche et des conſéquences qu'elle entraîne au ſujet de l'aberration dans les lentilles des rayons de différentes couleurs. Après quelques héſitations [7]) il en reconnaît pleinement la juſteſſe, et la ſignification fondamentale qu'elle a pour les queſtions de dioptrique dont il s'eſt occupé. Il s'aperçoit ainſi que les règles, qu'il avait formulées pour déterminer le diamètre de l'objectif et le groſſiſſement compatibles avec une lunette de diſtance focale donnée, n'ont pas la valeur qu'il leur a ſuppoſée. Il les ſupprime du manuſcrit de ſa Dioptrique avec une partie de ſes travaux ſur l'aberration ſphérique [8]) et c'eſt d'abord à l'expérience ſeule qu'il veut avoir recours pour les remplacer [9]).

En attendant, la célèbre théorie ondulatoire de la lumière a pris naiſſance dans l'eſprit de Huygens, qui ſe propoſe en conſéquence de publier une Dioptrique d'une portée plus étendue traitant de cette théorie et de ſes applications diverſes,

---

quantité des occupations que j'ay m'est un grand obstacle" (p. 391 du T. VI; lettre du 30 mars 1669).

7) On peut consulter à ce propos sa lettre à Oldenburg du 1 juillet 1672 (p. 186 du T. VII), ainsi que celles d'Oldenburg à Huygens du 28 juillet 1672 (p. 207—208), de Huygens à Oldenburg du 27 septembre 1672 (p. 228—229) et du 14 janvier 1673 (p. 242—244), d'Oldenburg à Huygens du 17 avril 1673 (p. 264) avec l'Appendice (p. 265—267), de Huygens à Oldenburg du 10 juin 1673 (p. 302) et enfin celle d'Oldenburg du 7 juillet 1673 (p. 324) avec l'Appendice I (p. 325—332, toujours du même Tome).

8) Il s'agit des „Rejecta ex dioptricis nostris", que nous publions ici (p. 315—353) pour la première fois et à la place qu'ils occupaient dans le manuscrit. Outre la discussion des règles en question ils contiennent la description de l'invention de septembre 1665, qui consiste à faire compenser, dans une lunette hollandaise, l'aberration de l'objectif par celle de l'oculaire concave (voir plus loin les pp. LIX—LXII).

9) Consultez la lettre de Huygens à Colbert (p. 350 du T. VII) du 9 août 1673, où l'on trouve: „Mais il y a une certaine proprieté et defaut dans les refractions, qu'on a remarqué depuis peu, qui trouble ce raisonnement et fait que les grands verres des lunettes ne peuvent pas souffrir tant d'ouuerture qu'on leur donnoit dans le precedent calcul. Et comme la clarté depend de la grandeur des ouuertures, elles deviendroient trop obscures si on les vouloit faire grossir suivant la determination de la table susdite" [la table des „Rejecta" p. 351—353], „de sorte qu'au lieu qu'une lunette de 60 pieds devoit grossir les objets 241 fois l'on trouue qu'elle ne peut aller qu'a 180 ou 200 fois au plus.

Il en faudra venir de mesme a l'experience pour determiner l'effect de plus longues parce que le raisonnement en cecy n'estant plus fondé sur un certain principe l'on ne scauroit dire avec assurance quels doivent estre leurs effects quand par ex. elles seront de 100, 150 ou 300 pieds".

Plus loin (p. XI) on verra que Huygens a repris en 1684 les mêmes questions, maintenant sur la base de la théorie des couleurs de Newton.

où le contenu du manuscrit qu'il a préparé trouvera sa propre place et où de plus il ajoutera son explication des parélies et couronnes[1]) ainsi que ses considérations sur le lieu que nous assignons aux images formées par les lentilles et les miroirs au moyen de la vision binoculaire, ou autrement[2]). L'ébauche d'un tel ouvrage, écrite probablement en 1673[3]), nous a été conservée et sera reproduite dans un des Compléments que nous donnerons vers la fin du Tome présent[4]).

Ensuite, en 1677, il découvre l'explication de la double réfraction du cristal d'Islande, qui est considérée par Huygens comme la plus belle confirmation de sa théorie nouvelle de la lumière[5]). Devant elle ses travaux antérieurs sur la dioptrique ont dû lui sembler d'une importance secondaire. Par conséquent, il se résout à faire précéder la publication de ces derniers par celle d'un traité qui contiendra la théorie ondulatoire de la lumière avec ses applications principales, mais sans entrer dans les détails de la dioptrique proprement dite, la théorie des lentilles et des lunettes. C'est là l'origine du „Traité de la lumière", qui, il est vrai, n'a paru qu'en 1690, mais qui, à l'exception de quelques parties de moindre importance, avait été achevé déjà en 1678 et avait été lu en 1679 à l'Académie des Sciences à Paris[6]).

---

[1]) Cette idée de joindre à sa Dioptrique ses travaux sur les „Parelies et Couronnes" n'a d'ailleurs jamais été abandonnée par Huygens. On la retrouve dans ses projets de 1684 (p. 753), de 1690 (p. 757) et de 1692 (p. 772) et dans une lettre à Leibniz du 26 mars 1691, p. 58 du T. X: „La demonstration des Parelies sera dans ma dioptrique à laquelle je vay travailler cet estè, sans m'en laisser detourner par d'autres speculations".

Ajoutons que, dès 1684, Huygens a de plus eu l'intention d'insérer dans sa Dioptrique la description d'un niveau à lunette qu'il avait inventé (voir la note 1 de la p. 2 et les pp. 753, 772 et 774), des calculs sur l'arrangement des diaphragmes qui doivent empêcher la lumière qui tombe sur les parois du tube d'une lunette de pénétrer dans l'œil de l'observateur (voir les pp. 752 et 774) et la description de ses lunettes sans tube (voir les pp. 752, 753 et 774).

Enfin, vers 1692, il énonce le dessein d'y insérer des considérations sur la lunette catoptrique de Newton (voir la p. 775).

[2]) Voir à propos de cette insertion, projetée en 1673 et mentionnée de nouveau en 1692, les pp. 745, 771, 775 et 776.

[3]) D'après le lieu qu'elle occupe au livre D des „Adversaria".

[4]) Voir le § 2, p. 738, du Premier Complément.

[5]) Voir sa lettre à Colbert du 14 octobre 1677 (p. 36 et 37 du T. VIII) et surtout la note 2 ajoutée à cette lettre.

[6]) Voir la préface du „Traité de la lumière", où Huygens rapporte les causes qui en ont retardé la publication. On peut consulter encore là-dessus les pp. 166, 198, 214, 245 et 272 du T. VIII, d'où il résulte qu'en 1679 et 1680 Huygens était toujours sur le point de faire imprimer ce Traité, comme il le fut de même en 1687 d'après les pp. 133, 163, 164 et 167 du T. IX.

[7]) D'après les travaux dans le livre F des „Adversaria" que nous avons reproduits dans l'Appendice VIII, p. 621, à la Troisième Partie de la Dioptrique.

Enfin, en 1684 [7]), Huygens reprend les recherches fur les règles concernant l'ouverture de l'objectif et le groffiffement des lunettes en les bafant cette fois fur la théorie des couleurs de Newton. En avril 1685 [8]) on trouve dans fa correfpondance la première mention des nouvelles règles auxquelles il eft parvenu et qui diffèrent, en effet, entièrement des précédentes [9]). Et c'eft probablement cette même année que fut écrite la préface „De Telefcopijs" [10]) et prefque tout ce que nous avons raffemblé dans la partie de la „Pars Tertia: De telefcopiis et microfcopiis" qui traite des télefcopes [11]).

Après la publication, en 1690, du „Traité de la lumière", Huygens fe propofe de nouveau de travailler à fa Dioptrique; mais, comme il l'écri à Leibniz le 11 juillet 1692 [12]) „Il y a bien des chofes à demesler dans cette Dioptrique, et il s'en eft offert toufjours de nouvelles, jufqu'à cette heure, qu'il me femble d'avoir tout penetrè, quoy que je n'aye pas encor achevè de tout efcrire".

En effet, les traces de ces nouveaux travaux fe trouvent dans les „Adverfaria" de cette époque [13]). Mais cette fois encore ils n'aboutiffent pas à la publication de la Dioptrique. D'abord Huygens a l'intention de la faire paraître en français comme „feconde partie" du „Traité de la lumière". Il y donne même un commencement d'exécution, mais il finit par y renoncer [14]). Enfuite il ébauche un projet: „de Ordine in Dioptricis noftris fervando" [15]) et pour achever la préparation de l'ouvrage projeté il numérote, de 1 à 165, en grands

---

[8]) Voir la lettre du 23 avril 1685 (p. 6 et 7 du T. IX) à Constantyn Huygens, frère.

[9]) D'après les anciennes règles le diamètre de l'objectif devait être proportionnel à la puissance $^3/_4$ de sa distance focale, et la distance focale de l'oculaire à la puissance $^1/_4$ de celle de l'objectif; d'après les nouvelles règles il s'agirait de la puissance $^1/_2$ dans les deux cas.

[10]) L'ébauche d'une autre préface se trouve à la p. 197 du livre F des Adversaria; nous la reproduisons dans l'Appendice I, p. 586, à la Troisième Partie. Consultez aussi l'Appendice II, p. 588.

[11]) Voir les p. 443—511 du présent Tome.

[12]) Voir la p. 296 du T. X.

[13]) Voir l'Appendice IV, p. 240, à la Première Partie, Livre deuxième; les §§ 11—14, p. 613—619, de l'Appendice VI à la Troisième Partie; l'Appendice IX, p. 629, et le § 12, p. 694, de l'Appendice X à cette même Partie.

[14]) Voir le § 7, p. 754, du Premier Complément, qui avait porté (voir la note 4 de la p. 754) la suscription: „Commencement de ma seconde partie de la Dioptrique en françois pour la joindre à la premiere qui est en cette mesme langue. Ce dessein est changè car elle demeurera en Latin". Comparez encore la note 9 de la p. VII de cet Avertissement.

[15]) Voir le § 8, p. 770, du Premier Complément.

chiffres rouges, les feuilles du manufcrit de fa Dioptrique dans l'ordre des matières qu'il fe propofe de fuivre dans la rédaction définitive.

C'eft cette pagination en rouge qui a été fuivie en principe par De Volder et Fullenius dans leur édition des „Opufcula poftuma" [1]; publication qui leur avait été confiée par le teftament olographe de l'auteur. Quelquefois feulement ils s'en font écartés, là, où elle n'avait pas été faite affez foigneufement par l'auteur, qui naturellement comptait s'en affranchir quand le befoin s'en ferait fentir au cours de la nouvelle rédaction.

Cette manière d'agir des éditeurs des Oeuvres pofthumes femble, en effet, affez logique, mais elle a l'inconvénient de rapprocher, et d'entremêler même, des parties écrites à des époques très différentes [2] et fous des points de vue divers; elle n'eft donc pas propre à faire connaître le développement dans l'efprit de Huygens de fes idées fur la dioptrique. C'eft furtout la dernière partie traitant des télefcopes qui en a fouffert dans l'édition de De Volder et Fullenius, où des fragments, qui datent de 1653, furgiffent fans tranfition dans le texte qui eft généralement de 1685 ou de 1692. Et il eft clair que les vues de Huygens fur la meilleure conftruction et les mérites de différentes fortes de télefcopes ont dû changer et s'approfondir notablement dans cet intervalle de plus de trente ans. De plus, avec cet arrangement, les „Rejecta ex dioptricis noftris", omis entièrement par les éditeurs des Oeuvres pofthumes [3], ne peuvent pas trouver leur propre place, c'eft-à-dire immédiatement après la partie avec laquelle primitivement ils avaient fait corps.

Sans doute, fi Huygens avait pu accomplir le deffein qu'il s'était formé, il aurait réécrit toutes les parties anciennes [4] et créé de cette façon une œuvre

---

[1] Christiani Hugenii Zelemii, dum viveret, Toparchae Opuscula Postuma, quæ continent Dioptricam. Commentarios de Vitris Figurandis. Dissertationem de Corona & Parheliis. Tractatum de Motu. De Vi Centrifuga. Descriptionem Automati Planetarii. Lugduni Batavorum, Apud Cornelium Boutesteyn, 1703.

[2] Voir, à la fin de cet Avertisssement, la Table de Concordance de l'édition de de Volder et Fullenius avec la présente édition où l'ordre chronologique est suivi.

[3] Ils en font mention dans leur préface; mais seulement pour en motiver l'omission dans le texte.

digne de lui fous tous les rapports; mais puifque cette voie n'a pu être fuivie, il femblait préférable de conferver dans notre publication autant que poffible l'ordre chronologique, de manière à faire diftinguer clairement les travaux des trois époques différentes: 1652—1653, 1665—1666 et 1684—1692, pendant lefquelles les diverfes parties de la Dioptrique ont été compofées prefqu' entièrement.

Seulement, là où Huygens a apporté dans fon manufcrit des changements qui font fouvent d'une date de beaucoup poftérieure à celle de la première rédaction, nous avons cru le mieux refpecter l'intention de l'auteur en donnant partout dans le texte la rédaction la plus récente, sauf à reléguer dans les notes les leçons plus anciennes et à imprimer en italiques dans le texte latin, afin de les mieux faire reffortir, les paffages en queftion, dans le cas où ils datent d'une époque très différente de celle des autres parties du texte.

Après avoir donné cet aperçu général sur la genèfe de la Dioptrique nous en analyferons avec plus de détails les différentes parties.

PREMIÈRE PARTIE: LE TRAITÉ DE 1653 DE LA RÉFRACTION ET DES TÉLESCOPES.

Livre premier: De la réfraction due aux furfaces planes et fphériques et aux lentilles.

Introduction.

Les premières pages de la Dioptrique, jufqu'à la Prop. I (p. 13), peuvent être confidérées comme une introduction au traité projeté „de la réfraction et des télefcopes." Pour en connaître la rédaction primitive, on doit commencer

---

[4]) Voir p. e. l'annotation citée dans la note 9 de la p. VII.

par l'Appendice I (p. 143—145) et pourfuivre la lecture à la p. 9, là où les italiques finiffent.

Après avoir formulé la loi fondamentale de la réfraction, qu'il attribuait alors à Defcartes [1]), Huygens fait fuivre la defcription de quelques méthodes pour déterminer l'indice de réfraction, qui lui ont paru être les plus commodes et d'une précifion fuffifante.

Ainfi, pour déterminer (p. 9) l'indice de réfraction d'un liquide, Huygens fait ufage d'un vafe cylindrique de verre rempli du liquide. En plaçant ce cylindre de telle manière que l'axe foit perpendiculaire à la direction des rayons folaires on voit fe former une ligne focale. Enfuite, après avoir mefuré la diftance qui fépare cette ligne du vafe, et le rayon du cylindre, on peut calculer l'indice de réfraction à l'aide de la Prop. XIII, p. 79—81 du Tome préfent [2]).

Un autre procédé rapide (p. 11) pour déterminer l'indice du verre ou du criftal confifte dans l'emploi d'une lentille planconvexe formée de la fubftance en queftion. La Prop. IX (p. 35) permet alors de calculer l'indice au moyen du rayon de courbure de la furface convexe et de la diftance focale [3]).

Un troifième procédé (p. 11—13) dépend de la mefure de l'amplitude de l'arc-en-ciel produit par une petite fphère folide de la matière en queftion. Defcartes avait appris à calculer le diamètre de l'arc-en-ciel ordinaire en partant de la valeur connue de l'indice de réfraction de l'eau de pluie [4]). Huygens, charmé de l'idée ingénieufe fur laquelle repofait cette invention, avait élaboré [5]) une

---

[1]) Voir la note 1 de la p. 9 du présent Tome. Nous n'entrerons pas ici dans une discussion sur l'originalité de la loi de Descartes et sur la priorité de Descartes ou de Snellius; nous rappellerons seulement que l'assertion de Huygens, qu'on trouve (p. 7—9) dans la rédaction nouvelle qui a remplacé celle de l'Appendice mentionné, a été une des principales causes qui ont fait naître des contestations à ce sujet. De même, nous n'ajouterons rien ici à propos des autres parties de l'aperçu historique qui appartient à cette nouvelle rédaction et qui nous semble suffisamment éclairci par les notes qu'on y trouve ajoutées.

[2]) L'Appendice V, p. 156, fait connaître une application de cette méthode à la détermination de l'indice d'une dissolution saturée de sel ordinaire. Elle date du 19 septembre 1664.

[3]) Une extension de cette méthode, datée février 1667, se trouve dans l'Appendice VII, p. 160. Maintenant Huygens emploie une lentille biconvexe et apprend à calculer l'indice à l'aide des rayons de courbure, de la distance focale et de l'épaisseur de la lentille.

[4]) Voir la note 3 de la p. 146. Descartes ne s'était nullement occupé (comme Huygens l'assure à la p. 153) du problème inverse de calculer l'indice au moyen du diamètre de l'arc-en-ciel. Sa méthode y serait d'ailleurs très peu favorable.

[5]) Voir l'Appendice II de 1652, p. 146—153.

meilleure méthode qui permettait en même temps de résoudre le problème inverse, c'est-à-dire, de calculer l'indice à l'aide de la valeur connue du diamètre de l'arc. C'est, en effet, à l'aide de la solution de ce dernier problème qu'il détermina l'indice de réfraction du verre en se „servant d'une petite sphère solide de cette substance, et en observant à l'aide de cette sphère que le rayon d'un arc-en-ciel pour une pluie de verre si jamais une telle pluie venait à tomber, serait de 21° 45′" [6]).

D'ailleurs Huygens jugeait inutile d'ajouter à ces méthodes d'autres [7]) plus exactes mais plus laborieuses, parce que, comme il le dit, il ne lui semblait pas „qu'il y eût aucune nécessité de chercher la valeur numérique de l'indice de réfraction avec une grande précision, et parce que cette valeur est un peu différente pour diverses sortes de verres ou d'eaux" [8]).

Détermination du foyer d'une lentille et des images des points situés sur l'axe optique.

Après la discussion des méthodes qui peuvent servir à mesurer la réfraction d'une substance transparente, Huygens prépare par ses trois premières propositions [9]) et par ses définitions des „points de concours ou de dispersion" [10]) son attaque des deux problèmes principaux qu'il s'est proposé de résoudre dans le premier livre: la détermination des foyers des lentilles et celle des lieux où se forment les images d'objets dont la position est donnée.

Ce qui nous frappe avant tout dans cette partie de la Dioptrique, c'est la grande rigueur que Huygens s'est imposée. Elle se montre déjà dans sa définition des points que nous venons de nommer. Huygens a reconnu aussitôt que lorsqu'une

[6]) Voir encore l'Appendice III de 1658, p. 154, où il est question d'une sphère de cristal, donnant lieu à un arc-en-ciel assez différent en amplitude de celui que produit une sphère en verre, et la lettre à Petit du 30 janvier 1659, p. 328 du T. II, où Huygens décrit la technique de l'observation de l'arc-en-ciel pour le verre.

[7]) Voir, à ce propos, l'Appendice IV, p. 155, qui donne le dessin et la description d'un simple appareil pour déterminer, dans le cas du verre, tous les angles correspondants d'incidence et de réfraction, et par suite aussi l'indice de réfraction.

[8]) Voir la p. 11 du présent Tome.

[9]) Voir les p. 13—17.

[10]) Voir les p. 17—19.

ſurface réfringente plane ou ſphérique, ou bien une lentille, reçoit un rayon parallèle à l'axe ou iſſu d'un point donné de cette ligne, le lieu d'interſection du rayon réfracté avec l'axe tend vers une poſition limite déterminée, à meſure qu'on diminue l'écart entre le rayon incident et l'axe. C'eſt cette poſition limite qu'il a toujours en vue quand il parle du point de concours ou de diſperſion, et, dans la démonſtration détaillée et patiente de ſes premiers théorèmes, on trouve toujours tous les raiſonnements qui ſont néceſſaires pour faire reſſortir cette propriété des foyers. Ce n'eſt que peu à peu qu'il ſe permet d'abréger un peu ſes conſidérations à ce point de vue.

Dans les Prop. IV—VII (p. 19—27) il s'agit de la ſituation des images dans le cas d'une ſurface réfringente plane, les rayons étant ſuppoſés former de petits angles avec la perpendiculaire à la ſurface. Enſuite, après avoir déterminé dans les Prop. VIII—XI (p. 33—41) les foyers pour une ſeule ſurface ſphérique, Huygens conſidère dans la Prop. XII (p. 41—79) la ſituation de l'image d'un point lumineux produite par une telle ſurface. En traitant de ces queſtions il ſe ſert d'un mode d'expreſſion (voir la Définition de la p. 41) qui lui permet d'énoncer les théorèmes d'une manière tout-à-fait générale et d'embraſſer tous les cas des points lumineux et des images, réels et virtuels.

Les Prop. XIV—XVII (p. 81—93) ſont conſacrées à la détermination des foyers de lentilles de différentes formes. On y trouve calculées exactement les diſtances de ces points aux ſurfaces de la lentille, et Huygens n'oublie pas d'appeler l'attention ſur la différence des diſtances des deux foyers d'une même lentille à cette lentille, lorſque les ſurfaces ſont de courbures inégales. Il ajoute cependant que cette différence diſparaît ſi l'on néglige l'épaiſſeur de la lentille, comme il va le faire dans la plupart des théorèmes qui ſuivent.

Cela poſé, il réuſſit, dans la Prop. XX (p. 99—109), à établir une règle générale, qui s'applique à toutes les eſpèces de lentilles et à toutes les ſituations du point lumineux.

Cette règle, ainſi que celle qu'il a donnée dans la Prop. XII (p. 41) pour l'image produite par une ſeule ſurface réfringente, eſt préſentée ſous une forme très remarquable qu'on ne retrouve guère dans les traités modernes. En faiſant intervenir ce qu'on appelle maintenant le premier foyer, Huygens peut dire que, dans le cas d'une ſeule ſurface réfringente, les diſtances du point lumineux à ce foyer, à la ſurface même, à ſon centre de courbure et à l'image forment une proportion géométrique. Pour une lentille la règle eſt plus ſimple encore; ici les

trois diſtances du point lumineux au premier foyer, à la lentille et à l'image ſont en proportion continue.

En ce qui concerne la direction dans laquelle on doit prendre la diſtance du point lumineux à l'image, déterminée par ces propoſitions, Huygens énonce une règle qui revient à dire que, dans les proportions qu'il introduit, chaque ligne doit avoir le ſigne algébrique qui correſpond à la direction qu'elle poſſède à partir du point lumineux.

Pour montrer la connexion qu'il y a entre les deux propoſitions et pour juger de leur degré de généralité, on peut les conſidérer comme des cas ſpéciaux d'un théorème qu'on déduit dans la théorie d'un ſyſtème centré de ſurfaces réfringentes ſphériques. Concevons un point lumineux quelconque ſitué ſur l'axe du ſyſtème, et ſoient a, b, c et d les diſtances de ce point au premier foyer, au premier point principal, au premier point nodal et à l'image. On aura alors:

$$a : b = c : (d - \Delta),$$

où Δ eſt la diſtance du premier point principal au ſecond.

Or, cette dernière diſtance s'annule dans les deux cas traités par Huygens, et on retrouve ſa Prop. XII en remarquant que, dans l'hypothèſe d'une ſeule ſurface réfringente, les points principaux coïncident avec le point où elle eſt coupée par l'axe, tandis que les points nodaux ſe confondent avec le centre de courbure. Quant à la règle établie dans la Prop. XX pour une lentille dont on néglige l'épaiſſeur, elle ſe déduit également du théorème général, puiſque dans ce cas les points principaux et nodaux ſe trouvent à l'interſection de la lentille avec ſon axe.

Pour compléter cette partie de notre réſumé du contenu du Premier Livre du Traité de la réfraction et des téleſcopes, nous devons parler encore des Prop. XIII, XVIII, XIX et XXI. La première (p. 79—81) traite de la détermination du foyer d'une ſphère ſolide, ou ſi l'on veut, de la ligne focale d'un cylindre droit de révolution. Elle a pour but de déduire le théorème dont Huygens ſe ſert dans ſa première méthode pour la détermination de l'indice de réfraction [3]). Dans la Prop. XVIII (p. 95) il ſuppoſe donnés la diſtance focale d'une lentille et le rayon de courbure de l'une des ſurfaces; il en déduit la courbure de l'autre. La

[3]) Voir la p. XIV de cet Avertissement.

Prop. XIX (p. 97) montre comment on peut trouver une lentille planconvexe ou une lentille à ſurfaces également courbées qui ſoit équivalente à une lentille convexe quelconque. Enfin la Prop. XXI (p. 109—111) apprend à placer en un lieu donné une ſurface ſphérique, ou une lentille, capable de réunir en un point déterminé les rayons qui correſpondent à un autre point donné.

Signalons encore un réſultat obtenu par Huygens dès le commencement de ſes études de dioptrique. Il ſe rapporte au cas particulier où une ſurface réfringente ſphérique produit une image *exacte* d'un point lumineux [1]). Si la ſurface eſt donnée, ainſi que l'indice de réfraction n du ſecond milieu par rapport au premier (d'où les rayons proviennent), on peut toujours indiquer une poſition du point lumineux, pour laquelle les rayons après la réfraction ſe réuniſſent exactement même point. En effet, ſi r eſt le rayon de courbure, il ſuffit que la diſtance du point lumineux réel ou virtuel à la ſurface ſoit égale à $a = (n+1)\,r$; la diſtance de l'image à la ſurface eſt alors donnée par $b = \left(1 + \frac{1}{n}\right) r$. À la condition, bien entendu, que les trois lignes r, a et b aient la même direction comptée à partir de la ſurface réfringente. La démonſtration de ce théorème pour les quatre cas qu'on peut diſtinguer, la ſurface pouvant être convexe ou concave, et la valeur de n ſupérieure ou inférieure à l'unité, ſe trouve aux pages 63, 69—71, 73—75, et 79 [2]).

Si Huygens avait publié les propoſitions que nous venons de mentionner à l'époque, vers 1653, où il les a obtenues, il aurait eu la priorité inconteſtable de la plupart d'entre elles. Il connaiſſait alors à fond l'œuvre dioptrique de Kepler,

---

[1]) Voir la note 3, p. 49 du Tome préſent; mais remplacez dans la troiſième ligne d'en bas les mots „partant d'un point donné" par „correſpondant à un point donné". Ajoutons que d'après la lettre de Huygens à De Sluſe du 7 ſeptembre 1657 (voir la p. 55 du T. II) la même découverte avait été faite par Roberval à une époque qui nous eſt inconnue, et que vers 1690 Huygens a donné une analyſe algébrique menant au même réſultat; voir l'Appendice I, p. 783, au Premier Complément.

[2]) Voir les Fig. 27 (p. 63), 31 (p. 68), 34 (p. 72) et 40 (p. 77). Dans toutes ces figures l'arc BA repréſente la ſurface réfringente, qui eſt convexe par rapport à la matière la plus denſe dans les deux premières, et concave dans les deux autres. Dans les Fig. 27 et 34, D indique le point lumineux, virtuel dans la première figure, réel dans l'autre, et S l'image; dans les Fig. 31 et 40, les rôles des points D et S ſont intervertis. Pour l'application à la conſtruction de lentilles qui ne préſentent pas d'aberration ſphérique, conſultez les p. 65—67.

dans laquelle il n'avait trouvé que quelques résultats sur la situation des foyers dans des cas particuliers [3]); il avait été devancé à son insu [4]) par Cavalieri sur ce même sujet quant aux cas généraux [5]); mais les propositions importantes XII (p. 41) et XX (p. 99) sur la situation des images étaient alors entièrement nouvelles, autant quant au fond que quant à la forme.

---

[3]) Dans la „Dioptrice" de 1611, ouvrage cité à la p. 6 du T. I, on retrouve, comme Prop. XXXIV et XXXV (p. 10—12 de l'ouvrage de Kepler), les Prop. VIII (p. 33) et IX (p. 37) de Huygens qui se rapportent au foyer d'une seule surface sphérique. Il est vrai que Kepler ne connaissait pas la loi des sinus; mais la proportionnalité des angles, qu'il admet pour les cas où ces angles sont plus petits que 30°, suffit évidemment pour la détermination des foyers et des images. De plus, si Kepler ne traite que le cas du verre, où $n = \frac{3}{2}$, on doit remarquer que ses raisonnements peuvent être étendus facilement au cas d'une valeur quelconque de l'indice de réfraction.

Quant aux foyers des lentilles, Kepler n'a su obtenir des résultats précis que dans quelques cas spéciaux parmi lesquels se trouve celui d'une lentille biconvexe dont les deux courbures sont égales (voir sa Prop. XXXIX, p. 14). Huygens, au contraire, (et de même Cavalieri comme nous le verrons immédiatement) apprend à calculer les foyers de toutes les espèces de lentilles, de celles qui sont biconvexes, ou biconcaves et de celles qui sont convexes d'un côté, et concaves de l'autre; voir les Prop. XVI (p. 85) et XVII (p. 89). Toutefois nous devons ajouter que Kepler avait trouvé par induction un théorème remarquable équivalent à la solution générale du problème des foyers; voir la p. 771 avec la note 9, d'où il s'ensuit qu'en 1692 Huygens se proposait de mentionner ce théorème dans la rédaction définitive de sa Dioptrique. Consultez encore à ce propos les notes 4 de la p. 277 et 5 de la p. 323.

[4]) Cela résulte clairement de la manière dont il communiqua, en nov. et déc. 1652, à van Gutschoven (T. I, p. 192) et à Tacquet (T. I, p. 204) sa construction générale du foyer d'une lentille biconvexe en ajoutant dans sa lettre à Tacquet: „quomodo in lente inæqualium convexorum punctum concursus radiorum parallelorum inveniri possit frustra quæsivit Keplerus". Depuis, avant la fin de décembre 1654, Huygens a pu prendre connaissance des „Excercitationes geometricæ sex, auctore F. Bonaventura Caualerio" de 1647 (l'ouvrage cité dans la note 3, p. 131 du T. I), qui lui furent prêtées par van Schooten (voir la p. 313 du T. I). C'est la dernière de ces „Excercitationes", qui traite „de quibusdam proportionibus miscellaneis", douze en nombre, dont la troisième est intitulée „de perspicillorum focis" et contient (p. 458—495) la détermination des foyers de toutes les espèces de lentilles.

Ajoutons que plus tard Huygens annota à propos des „Centuria Problematum Opticorum" d'Eschinardi qui parurent en 1666: „Illam de foco lentis compositæ a Cavallerio sumsit"; voir la p. 324 du T. VI.

[5]) Voici la „règle approximative unique et générale" par laquelle Cavalieri résume, à la p. 462 de l'ouvrage mentionné dans la note précédente, les résultats obtenus: „Ut aggregatum ex semidiametris convexitatum vel cavitatum (sed convexis, vel cavis, in eandem partem vergentibus, ut eorundem differentia) ad semidiametrum convexitatis, vel cavitatis, radios parallelos aspicientis: ita duplum reliquæ semidiametri est ad distantiam foci ab ipsa lente". Elle est presque identique, même dans la forme, avec celle qu'on trouve à la p. 89 du présent Tome pour le cas d'une lentille de verre dont on néglige l'épaisseur. Remarquons toutefois que les résultats de Huygens sont plus généraux en ce que l'épaisseur de la lentille y est prise en considération; voir les notes 2, p. 86 et 6, p. 87.

Il en était déjà autrement lorſque, en ſeptembre 1669, il envoya à la Société Royale de Londres une ſérie d'anagrammes qui contenaient ſes principales découvertes avec le but de s'en réſerver la priorité [1]). De ces anagrammes le troiſième ſe rapporte aux propoſitions prémentionnées. Elles y ſont indiquées par la paraphraſe: „Tertia proportionalis in lente, quarta proportionalis in ſuperficie ſimplici dat punctum correſpondens". Les „Lectiones Opticæ" [2]) de Barrow étaient alors ſous preſſe [3]). Dans cet ouvrage, écrit ſous les auſpices de Newton [4]), on retrouve la détermination des foyers d'une lentille ſphérique quelconque d'épaiſſeur finie, et de même celle de l'image d'un point lumineux ſitué ſur l'axe de la lentille [5]); c'eſt-à-dire les deux principales inventions du Livre I. Toutefois le procédé eſt bien différent, quoiqu'il ſoit également rigoureux chez les deux auteurs et qu'ils partent de la même définition des foyers et des images comme points limites [6]). Barrow était, en effet, un mathématicien de talent et il a compoſé un livre élégant [7]) dont

[1]) Voir les p. 486 et 487 du T. VI.

[2]) Voir l'ouvrage cité dans la note 14, p. 505 du T. VI; mais remarquons qu'une édition de 1661 n'a jamais existé et que celle de 1674, mentionnée dans cette note, est entièrement conforme, page pour page, à la première édition de 1669, si l'on excepte le titre qui dans la première édition est le suivant: „Lectiones XVIII Cantabrigiæ in Scholis publicis habitæ in quibus opticorum phenomenωn genuinæ rationes investigantur, ac exponuntur. Annexæ sunt Lectiones aliquot Geometricæ. ab Isaäco Barrow Socio Collegii S. Trinitatis, Matheseos Professore Lucasiano, necnon Societatis Regiæ Sodale. Londini Typis Gulielmi Godbid, & prostant venales apud Johannem Dunmore & Octavianum Pulleyn juniorem. MDCLXIX".

[3]) Consultez les pp. 389, 505 et 534 du T. VI.

[4]) Voir l'„Epistola ad Lectorem", où on lit: „Quorum unus" [amicorum] „D. Isaacus Newton, collega noster (peregregiæ vir indolis ac insignis peritiæ) exemplar revisit, aliqua corrigenda monens, sed & de suo nonnulla penu suggerens, quæ nostris alicubi cum laude innexa cernes".

[5]) Dans la „Lectio XIV", p. 96—104. Comparez encore la note 1 de la p. 782 du présent Tome.

[6]) Ainsi les cas particuliers où les rayons qui partent d'un point donné ou s'y réunissent correspondent exactement, après leur réfraction, à un autre point pouvaient échapper aussi peu à Barrow qu'à Huygens, et ils y attachent un intérêt égal. Voir, chez Barrow, le § IX de la „Lectio XI", p. 77 et le § XVII de la „Lectio XIII", p. 91.

[7]) Voici l'opinion de Huygens lui-même, exprimée dans sa lettre du 22 janvier 1670 à Oldenburg (p. 2 du T. VII). „J'ay eu le traitè de Dioptrique de Monsieur Barrow, qui fait voir egalement le scavoir et l'ingenuitè de son autheur, mais quoy qu'il semble avoir espuisè toute cette matiere vous verrez quelque jour que ce que j'en ay escrit est encore tout different". En effet, il n'y a rien dans le livre de Barrow qui corresponde au contenu des Livres II et III du „Traité de la réfraction et des télescopes", ni aussi à la „deuxième Partie" de la „Dioptrique" où l'aberration sphérique est traitée; partie qui en 1670 était complètement achevée.

les raiſonnements peuvent être ſuivis plus facilement par un lecteur moderne que ceux de Huygens. Mais comme phyſicien il ne peut pas être conſidéré comme étant ſon égal. Tandis que Huygens a toujours en vue les propriétés des lentilles qui intéreſſent ſpécialement les obſervateurs, Barrow s'arrête longuement à toutes ſortes de conſtructions qui ſe rapportent à des rayons faiſant un angle fini avec la normale à la ſurface réfringente [8]) et ne donne à la conſidération des lentilles que quelques pages vers la fin de ſon livre. Il eſt vrai que, comme nous l'avons dit, il en détermine les foyers et qu'il énonce une règle générale qui apprend à conſtruire l'image d'un point lumineux ſur l'axe.

Cette règle de Barrow, qui lui avait été communiquée par un de ſes amis [9]), peut être exprimée comme il ſuit:

Soient L le point lumineux ſitué ſur l'axe de la lentille, A_1 et A_2 les points d'interſection de cette ligne avec la première et la ſeconde ſurfaces, C_1 et C_2 les centres de courbure de ces ſurfaces, A_1B_1, A_2B_2, C_1D_1 et C_2D_2 des perpendiculaires à l'axe, ſituées dans un même plan. Tirez une ligne droite quelconque par le point L et ſoient α et β les points d'interſection de cette ligne avec A_1B_1 et C_1D_1. Prenez enſuite ſur C_1D_1 un point γ tel que $C_1\gamma = C_1\beta : n$ (n étant l'indice de réfraction) et joignez α et γ. La ligne ainſi obtenue coupe la droite A_2B_2 en un point δ et la droite C_2D_2 en un point ε. Si, ſur la dernière ligne, on fait $C_2\eta = n.C_2\varepsilon$, la ligne tirée par les points η et δ déterminera ſur l'axe la ſituation de l'image de L [10]).

---

[8]) Voici toutefois une de ces constructions (§ II de la „Lectio" XI, p. 75) qui mérite bien d'être signalée et qui, en même temps, peut servir d'exemple de la portée des méthodes de Barrow: Soient, dans une section méridienne, C le centre d'une surface sphérique réfringente, et AC le rayon de la sphère qui a la direction d'un rayon incident arrivant au point B de la surface. Déterminons sur l'„axe" AC deux points F et G tels que $AF : CF = n$ et $GF : CG = n$, F se trouvant au dehors de l'intervalle AC, et G entre C et F. Decrivons ensuite avec G comme centre un cercle qui passe par le point F. Alors, si le prolongement de BC coupe ce cercle au point H, et si l'on prend sur l'axe, à partir du centre C, et vers le côté du point F une longueur $CJ = CH$, le rayon réfracté passera par le point J.

Cette construction fait voir immédiatement que F est la position limite vers laquelle le point d'intersection J tendra si le rayon incident se rapproche de plus en plus de l'axe, ce que Huygens démontre (p. 33—35 du présent Tome) par un raisonnement assez laborieux.

[9]) Voir le § II de la „Lectio" XIV, p. 103.

[10]) Outre cette règle générale Barrow donne au même paragraphe (p. 97—102) des constructions différentes pour tous les cas qui peuvent se présenter. Ces constructions sont loin d'être aussi simples et élégantes que la construction unique de la Prop. XX de Huygens.

On comprend tout de ſuite cette règle en remarquant que le réſultat eſt indépendant de l'inclinaiſon initiale de la ligne Lα par rapport à l'axe, et que, ſi cette inclinaiſon eſt infiniment petite, on n'a fait autre choſe que de ſuivre pas à pas la marche d'un rayon lumineux iſſu du point L.

La conſtruction eſt donc exacte et parfaitement générale, s'étendant au cas d'une épaiſſeur finie de la lentille, mais elle a le défaut d'être bien compliquée, ce qui provient ſurtout de ce qu'on a fait intervenir deux fois l'indice de réfraction. Huygens, au contraire, a eu le mérite de formuler dans la Prop. XX [1]) une règle, applicable, il eſt vrai, ſeulement au cas d'une lentille d'épaiſſeur négligeable, mais qui fait dépendre la ſituation de l'image de celle de certains points fixes ſitués ſur l'axe de la lentille, ſans qu'il ſoit néceſſaire de ſe ſervir chaque fois de nouveau de l'indice de réfraction. Ainſi il a fait pour une lentille unique, de faible épaiſſeur, ce que Gauss et d'autres phyſiciens ont fait pour un ſyſtème optique quelconque.

C'eſt grâce à cette forme donnée par lui à la détermination de l'image que Huygens a pu arriver à la notion importante des lentilles équivalentes [2]), notion qui a échappé à Barrow. Signalons encore la ſimplification conſidérable que Huygens a atteint, au point de vue pratique, par l'introduction du centre optique, dont il ſera queſtion bientôt, et par la manière dont il ſe ſert de ce point dans le cas d'une épaiſſeur négligeable de la lentille. Or, le traité de Barrow ne contient rien relatif à ces ſujets.

Une autre date importante eſt celle de 1703, date de la publication de la Dioptrique de Huygens, comme œuvre poſthume. À cette époque la détermination des foyers et des images des lentilles ne préſentait plus aucune difficulté aux phyſiciens. Pour le montrer nous citerons en premier lieu le théorème ſuivant qu'on rencontre dans la „Dioptrica nova" [3]) (1692) de Molyneux: „As the difference

[1]) Voir la p. 99 du présent Tome.

[2]) Voir la p. 109 du présent Tome.

[3]) Voir, sur le titre complet, la note 11 de la p. 260 du T. X. En avril 1692 Huygens écrivit (voir la p. 279 du T. X) à Fatio Duillier à propos de cet ouvrage: „Je trouve qu'il" [Molyneux] „explique mieux les effects des Telescopes que jusqu'icy personne n'a fait. Au reste il y a peu de ce que contient mon Traité sur cette matière". Ajoutons qu'on trouvera au § 3 (p. 826—844) du Quatrième Complément une critique détaillée de l'ouvrage de Molyneux, où le sujet des foyers et des images est discuté à la p. 827.

between the diſtance of the object and focus is to the focus or focal length; ſo the diſtance of the object from the glass to the diſtance of the reſpective focus or diſtinct baſe from the glass" [4]); où ces dernières expreſſions indiquent l'image. En ſecond lieu nous renvoyons à un article de Halley [5]) dans les „Phil. Tranſactions" de Novembre 1693 où, ſans négliger l'épaiſſeur de la lentille, il détermine la diſtance de l'image à l'une des faces par une formule algébrique unique qu'il applique à tous les cas poſſibles, en choiſiſſant les ſignes des grandeurs ſuivant l'uſage moderne [6]).

Il eſt donc clair qu'ici, comme ſouvent ailleurs, l'influence que les découvertes de Huygens auraient pu avoir ſur le développement de la ſcience a été de beaucoup amoindrie et preſque anéantie par leur publication tardive; toutefois on ne doit pas oublier l'influence occulte, dont on ne ſaura jamais la vraie étendue, que les communications par lettres à des hommes compétents et les communications verbales, ſans doutes nombreuſes, à Londres et ſurtout à Paris [7]), ont pu exercer.

---

[4]) Si nous employons les notations de la note 1 de la p. 98 du présent Tome on a donc $(p-f)$: $: f = p : p'$, d'où la formule usuelle: $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$ se déduit aisément.

Le théorème est donné à la p. 42 de l'ouvrage de Molyneux pour le cas d'une lentille biconvexe, et $p > f$; mais aux pp. 48, 63 et 68 les modifications nécessaires pour les autres cas sont indiquées.

[5]) Voir aux p. 960—969 du Vol. XVII l'article: „An Instance of the Excellence of the Modern Algebra, in the Resolution of the Problem of finding the Foci of Optick Glasses universally". À remarquer que les „Foci" de Halley comprennent aussi bien les images que les foyers proprement dits.

Voici, dans les notations de la note 2 de la p. 86, la formule en question, arrangée pour le cas d'une lentille biconvexe, où p représente la distance de l'objet à la surface antérieure, q celle de l'image à la surface postérieure:

$$q = \frac{\frac{n}{n-1} R_1 R_2 p - R_2 pe + \frac{1}{(n-1)} R_1 R_2 e}{n(R_1 + R_2)p - \frac{n}{n-1} R_1 R_2 - (n-1)pe + R_1 e}$$

[6]) Nous pourrions mentionner encore les „Fragmens de Dioptrique par Monsieur Picard", oeuvre posthume qui parut en 1693 dans les „Divers Ouvrages de Mathématique et de Physique. Par Messieurs de l'Académie Royale des Sciences" (p. 375—412). Les règles pour la détermination de l'image dans les différents cas y sont mises (p. 383) sous une forme qui, pour la lentille biconvexe, conduit immédiatement à l'équation: $p' = \frac{f^2}{p-f} + f$. De même on y trouve (p. 392—394) des règles pour la détermination des foyers, eu égard à l'épaisseur de la lentille.

[7]) Comparez à ce propos le début du § 5 (p. 752) du premier Complément à cette Dioptrique.

Images des points hors de l'axe optique. Centre optique. Relation entre les diamètres de l'objet et de l'image.

Juſqu'à la Prop. XXII (p. 111) Huygens s'eſt borné à la conſidération des points lumineux ſitués ſur l'axe de la lentille; dans cette propoſition et les deux ſuivantes il s'occupe de points qui ſe trouvent à une petite diſtance de cet axe, de l'image d'un objet placé dans un plan perpendiculaire à cette ligne, et de la propriété du centre optique [1]). La ſituation de ce dernier point eſt indiquée dans la Prop. XXIII (p. 119—123) pour les différents genres de lentilles. Du reſte, dans les cas où l'épaiſſeur eſt négligée, Huygens peut conſidérer une ligne droite tirée par le centre optique comme le chemin ſuivi par un rayon qui traverse la lentille ſans ſubir aucune réfraction. De cette manière il arrive aiſément à la Prop. XXIV (p. 123) qui fait connaître la proportionnalité approximative, alors déjà bien connue [2]), des dimenſions de l'objet et de l'image à leurs diſtances à la lentille. Pour une détermination plus exacte du rapport de ces dimenſions le centre optique ne pourrait ſervir, puiſque la correction à apporter au rapport des diſtances à ce point, pour en déduire celui des dimenſions de l'objet et de l'image, eſt du même ordre de grandeur que quand on prend par exemple les diſtances au milieu ou aux faces de la lentille, c'eſt-à-dire, de l'ordre du rapport de l'épaiſſeur aux rayons de courbure. Huygens le fait bien, et il indique le moyen d'arriver à une meilleure approximation en ſe ſervant du point V de la Fig. 97, p. 124. Il eſt clair qu'en conſtruiſant de même un point U, qui diviſe LR dans la même proportion que LD eſt diviſée par le point V, le rapport des dimenſions ſe trouvera égal à VH : UE [3]) et, en effet, ce rapport repréſente le groſſiſſement avec une approximation qui va juſqu'au carré de l'épaiſſeur. Or, comme nous l'avons indiqué dans la note 4 de la p. 124, la détermination préciſe

---

[1]) Cette propriété auſſi se retrouve dans la „Dioptrica nova" de Molyneux; voir les p. 25—28 de cet ouvrage.

[2]) Elle avait déjà été énoncée par Hérigone en 1634 dans le Tome V de l'ouvrage cité dans la note 4 de la p. 202 de notre T. I. On y lit à la p. 155 comme Propos. XVII: „Diametri picturæ & rei viſæ eandem fere inter se habent proportionem quam earum diſtantiæ à lente."

[3]) C'est-à dire, dans les notations de la note 3, p. XXII, VH : UE $= \left(q + \frac{R_2}{(R_1 + R_2)n}d\right) : \left(p + \frac{R_1}{(R_1 + R_2)n}d\right)$.

des fommets des triangles IVG et KUF n'aurait préfenté aucune difficulté à Huygens. Si en conféquence cela lui avait paru défirable, il aurait pu donner la mefure précife du groffiffement de l'objet par la lentille, et la méthode fuivie aurait été celle de l'emploi des points nodaux introduits en 1845 par Mofer et Lifting[4]). En effet, le fommet du „triangle formé derrière la lentille" n'eft autre que l'un de ces points et la conftruction du point V en donne la pofition approximative.

Indice de réfraction relatif.

Dans la Prop. XXV (p. 125—129), qui eft publiée ici pour la première fois, Huygens énonce la règle pour la détermination de l'indice de réfraction relatif de deux milieux. Elle y eft bafée fur l'obfervation qu'une plaque plan-parallèle interpofée entre deux corps tranfparents ne change pas la direction dans laquelle un rayon donné pénètre dans le fecond corps. En partant de cette obfervation Huygens peut démontrer facilement que l'indice relatif eft égal au quotient des indices des deux corps par rapport à l'air [5]). Plus tard Huygens a écarté du manufcrit de la Dioptrique cette propofition; fans doute parce qu'alors il préférait renvoyer, là où il avait befoin de la règle, c'eft-à-dire à l'occafion de la conftruction de lentilles propres à la vifion fous l'eau[6]), au „Traité de la lumière", où elle eft déduite à l'aide des principes de la théorie ondulatoire de la lumière.

Structure de l'œil. Lentilles pour les myopes et les presbytes. Lentilles pour la vifion fous l'eau.

Vers la fin du Livre que nous venons d'analyser, Huygens s'occupe (p. 129—135) de la ftructure de l'œil et de la théorie de la vifion, fujets fur lefquels

[4]) Voir l'ouvrage de J. B. Listing: Beitrag zur physiologischen Optik. Göttingen, 1845, p. 10. Après y avoir défini ses points nodaux, Listing ajoute: „Die beiden Punkte welche Moser (Repertorium der Physik, Bd. V. S. 372) ersten und zweiten Hauptpunkt des Auges nennt, sind von den durch Gauss eingeführten Hauptpunkten wesentlich verschieden und mit den hier sogenannten Knotenpunkten identisch".

[5]) La règle était connue de Picard (voir la p. 398 de l'article cité dans la note 6 de la p. XXIII). En se basant sur elle il démontre que „la refraction qui se fait de l'air à l'eau au travers d'un verre mince quoy que courbe, est tout de mesme que si elle se faisoit immediatement de l'air à l'eau."

[6]) Voir les p. 139—141.

nous préférons revenir plus loin à l'occafion de quelques pièces d'une date poftérieure. Enfin il conclut en donnant (p. 135—141) des règles claires et précifes pour trouver les formes des lentilles „qui portent fecours aux yeux des vieillards et des myopes" et qui „permettent de voir clairement aux perfonnes placées fous l'eau".

Ici encore il y a occafion de comparer les folutions fournies à un même problème par Huygens et par Barrow, qui, lui auffi, a donné des règles pour la conftruction des verres pour les myopes et les prefbytes [1]). Or, Barrow a cru devoir avoir recours au cas particulier „de l'image exacte", dont nous avons parlé plus haut [2]). En effet, il eft clair qu'une lentille, comme celle deffinée par Huygens à la p. 65 du préfent Tome, peut être utile aux prefbytes puifqu'elle agit de telle forte que les rayons qui proviennent du point B femblent provenir du point A. Et de même la lentille repréfentée à la p. 64 peut être profitable aux myopes. À part cette reftriction de Barrow, la folution de Huygens pour les prefbytes ne diffère pas, en principe, d'avec la fienne. Pour Huygens, comme pour Barrow, il s'agit de faire paraître l'objet qui fe trouve en un lieu donné (le point C de la fig. 101, p. 137) en un autre lieu (le point B de cette même figure) plus convenable au prefbyte. Mais comme Huygens n'attache pas d'intérêt ici à avoir affaire au cas de l'image exacte et qu'il poffède la notion des lentilles équivalentes, fa folution peut être bien plus fimple, puifque pour lui il ne s'agit que de trouver la diftance focale; après quoi une lentille de fabrication facile, planconvexe ou biconvexe à courbures égales, peut être choifie. Pour les myopes, au contraire, la folution de Huygens a pour but de projeter les objets qui fe trouvent à l'infini fur un plan fitué à la plus grande diftance à laquelle le myope „voit diftinctement un objet qu'on approche de lui"; ce qui ne ferait pas poffible fi on voudrait fe fervir du cas de l'image exacte.

---

[1]) Voir les p. 102—103 de l'ouvrage mentionné plus haut à la p. XX.

[2]) Voir la p. XVIII de cet Avertissement. La construction suivant Barrow (p. 102 de son ouvrage) des lentilles qui se trouvent dans ce cas est différente de celle de Huygens, mais elle conduit au même résultat. Il est remarquable qu'il y ait encore une troisième construction très simple qui mène au même but. C'est celle qui est communiquée par de Sluse à Huygens dans sa lettre du 4 octobre 1657, p. 63 du T. II.

Ajoutons encore, pour éviter des malentendus, que les exemples numériques ajoutés par Barrow sont basés sur une autre valeur de l'indice de réfraction du verre que celle dont Huygens s'est servie. Tandis que Huygens suppose $n = \frac{3}{2}$, Barrow prend $n = \frac{5}{3}$ (voir la p. 96 de son ouvrage).

Appendices au premier Livre. Arcs-en-ciel primaire et ſecondaire. Détermination des rayons de courbure d'une lentille donnée. Points de concours des rayons parallèles après deux réfractions et une réflexion aux ſurfaces d'une lentille. Points de confuſion.

La portée de l'Appendice I, qui conſtitue la leçon primitive du début du Livre I, a été indiquée à la p. XIV. De même pour les Appendices III, IV, V et VII il ſuffit de renvoyer reſpectivement aux notes 6, 7, 2 et 3 des p. XIV—XV.

Les Appendices II, VIII et IX traitent de l'arc-en-ciel. Ici on peut de nouveau comparer le travail de Huygens à un travail analogue qu'on trouve aux p. 83—85 des „Lectiones Opticæ" de Barrow. À cet effet nous nous référons à la figure de la p. 149 du préſent Tome où la ligne briſée PFDKO repréſente le chemin ſuivi par un rayon de ſoleil dans la goutte d'eau ſphérique. Or, Deſcartes avait fait la remarque que les rayons qui produiſent le phénomène de l'arc-en-ciel ſont ceux pour leſquels l'angle ORP = NKO ſe trouve dans le voiſinage de ſa valeur maximum, puiſqu'alors la lumière eſt plus concentrée dans la direction OK que dans toute autre qui en diffère ſenſiblement et que par ſuite l'angle NKO repréſente le demi-diamètre de l'arc-en-ciel. Il ne s'agit donc que de trouver la valeur maximum de cet angle. Deſcartes y avait réuſſi en calculant une table qui en donne les valeurs pour dix-neuf valeurs différentes du rapport de GF au rayon de la ſphère [3]). Huygens dans l'Appendice II commence par démontrer qu'on a OKN = 2 DAB [4]); enſuite, par une belle application de la règle de Fermat pour les maxima et minima, il trouve la valeur de AG [5]) pour laquelle AL devient un minimum et, par conſéquent, l'angle DAB un maximum qu'on peut calculer à l'aide des valeurs des angles MAF et FAD, dont la détermination ne préſente plus de difficultés. Enfin il s'occupe du problème inverſe [6]), celui de déterminer l'indice de réfraction, le diamètre de l'arc étant ſuppoſé connu.

La genèſe de la ſolution rapportée par Barrow eſt plus compliquée. Dans une

[3]) Comparez la note 4 de la p. 147 du préſent Tome.

[4]) Voir la p. 147.

[5]) C'est-à-dire, $AG = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}\, AM$; voir la p. 149.

[6]) Voir les p. 150—153.

lettre datée du 24 nov. 1667 [1]), de Sluse fit savoir à Oldenburg, le secrétaire de la Société Royale de Londres, que, si la théorie de Descartes était juste, il pourrait aisément déterminer pour un liquide quelconque le diamètre de l'arc-en-ciel qui lui appartient. À cet effet il suffirait de faire tomber des rayons parallèles sur une sphère de ce liquide, enfermée dans du verre, ce qui ne ferait pas de différence sensible, et d'observer la partie de la surface postérieure, illuminée par dedans. L'angle sous lequel cette partie est vue du centre de la sphère serait égal au semi-diamètre de l'arc-en-ciel. De plus, pour un indice de réfraction donné, il savait construire cet angle, et le problème était plan [2]).

Barrow, ayant reçu communication de cette lettre par Oldenburg [3]), ne manqua pas d'entreprendre la solution du problème. Or, il est clair d'abord que l'angle mentionné par de Sluse n'est autre que le double de l'angle BAD de la figure de la p. 149 dans le cas où cet angle a sa valeur maximum. Il s'agissait donc de trouver les conditions de ce cas. Alors, évidemment, l'idée ingénieuse est venue à Barrow que, pour que ce cas se présentât, il suffisait que le point D coïncidât avec le point de la caustique pour lequel FD est la tangente [4]), c'est-à-dire, avec la limite du point d'intersection avec un rayon voisin; limite que Barrow savait construire pour un rayon quelconque [5]). C'est, en effet, sur ces deux principes que la solution et la démonstration, entièrement géométriques, de Barrow sont fondées. D'ailleurs sa construction est identique avec celle de Huygens, puisque, comme celle-ci, elle revient à égaler GA à $\sqrt{\frac{n^2-1}{3}}$. AM [6]).

[1]) Elle a été reproduite par le Paige au N°. 83 de sa publication de la Correspondance de René François de Sluse, citée dans la note 1, p. 493 du T. VI.

[2]) C'est-à-dire, résoluble à l'aide du compas et de la règle.

[3]) Voir le § XIV de la „Lectio XII" des „Lectiones opticæ" (p. 84), où l'on lit: „Ex hinc apparet (id quod ab eximio D. Slusio monitum amicus mihi communicavit) potuisse Cartesium sine tabularum confectione suum Iridis angulum determinare".

[4]) Pour s'en convaincre, on peut supposer qu'un rayon parallèle à MC exécute un mouvement continu de gauche à droite. Alors au moment où l'arc BD atteindra sa valeur maximum le point D sera stationnaire, c'est-à-dire, que deux rayons consécutifs se couperont dans ce point.

[5]) Voir le § IX de la „Lectio XII" (p. 83).

[6]) Voir le § XI de la même „Lectio" (p. 83).

[7]) Comparez la note 12, p. 166.

[8]) Voir les p. 408—412 de l'ouvrage mentionné dans la note 6 de la p. XXIII de cet Avertissement.

[9]) Consultez sur ces points et sur leur détermination expérimentale la note 1 de la p. 170.

Vers la même époque où Barrow élabora ſes „Lectiones Opticæ", Huygens attaqua, en mars 1667, dans les Appendices VIII et IX (p. 163—169), le problème plus difficile de calculer le diamètre de l'arc-en-ciel ſecondaire. Malheureuſement, quoiqu'il fût arrivé à une équation qui contient la véritable ſolution, il n'a pas ſu diſtinguer entre celle-ci et les ſolutions fauſſes introduites dans le cours du calcul [7]). Ainſi on peut dire qu'à cette occaſion Huygens a échoué devant le port.

Il nous reſte encore à dire quelques mots ſur les Appendices VI et X. Huygens y conſidère les rayons qui, après avoir pénétré dans une lentille, ſont réfléchis à la ſurface poſtérieure, et ſubiſſent une ſeconde réfraction en ſortant par la ſurface antérieure. L'Appendice VI (p. 157—159), de 1666, traite des foyers de ces rayons, c'eſt-à-dire, des points de concours ou de diſperſion pour des rayons de cette eſpèce qui tombent ſur la lentille dans la direction de l'axe. Huygens détermine ces foyers et fait voir comment on peut calculer les rayons de courbure des deux faces de la lentille en meſurant la diſtance à la lentille des deux foyers en queſtion qu'on obtient en faiſant tomber ſur la lentille des rayons parallèles à l'axe arrivant alternativement de l'un et de l'autre côté. Ces deux problèmes ont été traités d'une manière analogue dans les „Fragments de Dioptrique" de Picard [8]) ſous l'en-tête „Des foyers qui ſe font par reflexion & par refraction tout enſemble" et il eſt probable que cette coïncidence n'eſt pas accidentelle.

Dans l'Appendice X (p. 170—171), de 1690, Huygens s'occupe de deux autres points remarquables qui ſe préſentent dans les ſyſtèmes de ces mêmes rayons et qu'il appelle les points de confuſion [9]). Ce ſont les points où l'objet coïncide avec ſon image formée après les deux réfractions et la réflexion à la ſurface poſtérieure. Après en avoir calculé la ſituation il montre comment on peut ſe ſervir de ces points pour trouver les rayons de courbure de la lentille.

Livre deuxième: De la grandeur apparente des objets vus par réfraction.

Définition de Huygens du groſſiſſement d'un ſyſtème de lentilles.
Cas d'une ſeule et de deux lentilles.

Le Livre deuxième du „Traité de la réfraction et des téleſcopes" eſt conſacré à

l'étude de l'agrandiſſement ou de la diminution des objets, produit par un ſyſtème optique placé devant l'œil, c'eſt-à-dire, à la détermination du rapport entre les grandeurs angulaires ſous lesquelles un objet eſt vu avec et ſans le ſyſtème réfringent. En conſidérant ce rapport, qu'il trouve en comparant les dimenſions que préſente dans les deux cas la projection obſervée de l'objet ſur un plan fixe, par exemple ſur un plan qui coïncide avec une des ſurfaces réfringentes, Huygens a ſuivi une idée heureuſe qui lui a permis d'arriver à des réſultats d'une grande généralité. C'eſt de faire le calcul pour une poſition quelconque de l'œil ſans ſe préoccuper de la queſtion de ſavoir ſi, dans cette poſition de l'œil, l'objet ou l'image peuvent être vus diſtinctement [1]). En effet, en ſe figurant l'œil réduit à un point unique, on peut définir la grandeur angulaire comme étant l'angle entre les lignes tirées vers ce point à partir des extrémités de l'objet ou de l'image. Du reſte, Huygens juſtifie ce procédé en faiſant remarquer [2]) qu'on peut toujours obtenir une viſion diſtincte, ſans que la grandeur apparente en ſoit changée, en plaçant tout près de l'œil un diaphragme à ouverture très étroite, ou bien une lentille convenablement choiſie.

Cela posé, et en ſuppoſant toujours que l'œil ſe trouve ſur l'axe optique d'un ſyſtème centré et que l'objet ſoit placé en un point de cet axe dans un plan qui lui eſt perpendiculaire, Huygens parvient à exprimer l'agrandiſſement ou la diminution par les rapports de certaines diſtances, comptées ſuivant l'axe du ſyſtème. Ces conſidérations, dans leſquelles, bien entendu, les grandeurs apparentes ſont toujours ſuppoſées infiniment petites, ſe rapportent à des poſitions de l'œil et de l'objet, arbitrairement choiſies ſur l'axe; elles ſont ſavoir auſſi ſi l'objet ſera vu dans la ſituation droite ou renverſée.

Pour une lentille convexe le problème eſt réſolu dans les Prop. II (p. 175) et III (p. 181), où l'œil eſt ſuppoſé ſe trouver ſucceſſivement entre la lentille et ſon foyer et au delà de la diſtance focale. Enſuite dans la Prop. IV (p. 185) Huygens s'occupe du cas d'une lentille concave et dans la Prop. V (p. 187—197) de l'agrandiſſement ou de la diminution produit par une combinaiſon de deux lentilles.

[1]) D'ailleurs cette conception était familière aux contemporains de Huygens. On la rencontre dans l'„Optica Promota" de Gregory (1663), comme dans la „Dioptrica nova" de Molyneux (1692) (comparez la note 5 de la p. 831 du présent Tome). On la retrouve même, en principe, déjà dans la „Dioptrice" de Kepler (1611) aux Prop. XXC—XXCIV, p. 35—42.

[2]) Voir la Prop. I, p. 173—175, et l'Appendice I, p. 235—236.

Une propoſition générale de Huygens, valable pour un ſyſtème centré quelconque, pourvu que les indices du premier et du dernier milieu ſoient égaux.

Tandis que pour plus de détails ſur les propoſitions qui la précèdent au Livre deuxième, nous pouvons renvoyer au texte [3]), il nous faut particulièrement appeler l'attention ſur la Prop. VI (p. 199), qui doit être conſidérée comme un des plus beaux théorèmes de la phyſique théorique et qui contient le germe d'un développement ultérieur de la plus haute importance.

Dans cette propoſition Huygens nous apprend que la valeur de l'agrandiſſement ou de la diminution, pris dans le ſens qu'il y attache, ne change pas ſi l'on échange entre elles les poſitions de l'œil et de l'objet; ce qu'il a pu exprimer en diſant que la grandeur angulaire ſous laquelle un objet eſt vu à travers un ſyſtème optique reſte la même ſi l'on intervertit les poſitions de l'œil et de l'objet; puiſque, en effet, l'objet eſt vu en l'abſence du ſyſtème optique sous la même grandeur dans les deux cas.

Huygens énonce ce théorème pour un nombre quelconque de lentilles; mais en vérité il s'applique également à chaque ſyſtème centré de ſurfaces ſphériques réfringentes dans lequel le premier et le dernier milieu ont le même indice de réfraction [4]). On peut même arriver à la théorie générale d'un tel ſyſtème en ſe baſant ſur la relation découverte par Huygens. C'eſt ce que Boſſcha a fait reſſortir dans un article de 1896, dans les *Archives néerlandaiſes* [5]), d'où nous avons emprunté quelques remarques dans la note 1 de la p. 198 du préſent Tome. Il convient d'y ajouter encore ce qui ſuit.

Conſidérons un ſyſtème quelconque centré qui eſt traversé par des rayons lumineux dont tous les points ſe trouvent à une diſtance infiniment petite de l'axe et ſont contenus dans un même plan paſſant par cet axe. Soit O un point fixe quelconque de l'axe, et introduiſons deux axes de coordonnées, l'un OX coïnci-

---

[3]) Voir toutefois au sujet de l'historique de ces propositions les p. XLIII—XLIV de cet Avertissement.

[4]) On trouvera dans la note 1, p. 198 du présent Tome, une démonstration, fondée ſur la considération directe de la marche des rayons dans un tel système où l'indice de réfraction varie continuement.

[5]) Voir les p. 391—395 du T. XXIX de la 1e Sér.

dant avec l'axe du fyftème et dirigé dans le fens de la propagation de la lumière, l'autre OY perpendiculaire à OX. Alors chaque rayon lumineux qui entre dans le fyftème, ou qui en fort, peut être déterminé par deux grandeurs, à savoir l'angle infiniment petit φ qu'il fait avec OX et la diftance η de l'origine O du point d'interfection du rayon avec OY; ces deux grandeurs pouvant avoir l'une et l'autre le figne pofitif ou négatif, où nous prendrons pour direction pofitive des φ celle qui correfpond à une rotation par un angle droit de OX vers OY.

Si alors φ_1 et η_1 font ces „coordonnées" pour un rayon incident, et φ_2 et η_2 celles du rayon émergent correfpondant, on démontre facilement qu'il doit y avoir deux relations de la forme:

$$\varphi_2 = a\varphi_1 + b\eta_1, \quad \eta_2 = c\varphi_1 + d\eta_1, \tag{1}$$

où a, b, c, d font des conftantes qui caractérisent le fyftème optique et qui fuffifent à en déterminer l'action.

Évidemment, fi ces conftantes pouvaient avoir toutes les valeurs poffibles, le fyftème aurait quatre paramètres arbitraires et pour déterminer fon action dans tous les cas il ferait néceffaire d'introduire quatre points cardinaux indépendants les uns des autres. Or, en réalité, un fyftème tel que celui que nous confidérons maintenant, c'eft à-dire, dans lequel le premier et le dernier milieu ont le même indice, produit un effet qu'on peut déterminer au moyen de *trois* points cardinaux, p. e. les deux points principaux et l'un des foyers. Il en résulte qu'il doit exifter une relation univerfelle entre les coefficients a, b, c, d. Cette relation, qui a été découverte par Lagrange [1]), a la forme fimple

$$ad - bc = 1. \tag{2}$$

Si on la joint aux équations (1), on peut trouver tous les théorèmes généraux fur la réfraction et fur la formation des images dans le fyftème fuppofé.

---

[1]) Voir, dans les „Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres. Année 1778. Berlin 1780, Classe de Mathématique", p. 162—180, l'article: „Sur la Théorie des Lunettes". À vrai dire la relation en question n'y est indiquée que pour chaque réfraction en particulier; mais il est connu aujourd'hui que, quand cette relation est remplie pour une série de transformations linéaires, elle l'est de même pour la transformation unique qui peut les remplacer toutes à la fois. Ajoutons que dans le § 15, p. 176 de l'article cité, la relation est donnée sous la forme $ad - bc = \pm 1$; mais le double signe provient d'une erreur qui fut corrigée par Lagrange à la p. 4 du Mémoire que nous aurons l'occasion de citer un peu plus loin; voir la note 3 de la p. XXXIX.

Ce qui précède, nous permet d'indiquer la portée du théorème de Huygens. En effet, ſon résultat eſt équivalent à celui qui fut obtenu par Lagrange; il donne lieu à la relation (2) et inverſement peut en être déduit [2]). La téorie générale du ſyſtème optique peut donc auſſi être obtenue par la combinaiſon des formules (1) avec le théorème de Huygens. Et c'est ce qui fut établi par Boſſcha à la place citée plus haut.

Tandis donc qu'il y a équivalence entre les règles de Lagrange et de Huygens, on eſt arrivé plus tard à des extenſions de ces règles à des cas plus généraux. D'abord on a montré que ſi les indices de réfraction n_1 et n_2 du premier et du dernier milieu ſont inégaux, il faut remplacer la relation (2) par

$$(3) \qquad ad - bc = \frac{n_1}{n_2};$$

auquel cas le théorème de Huygens prend la forme ſuivante: Si γ_1 eſt l'angle ſous

---

[2]) Considérons deux points P et Q quelconques, situés à des distances infiniment petites de l'axe OX et ayant pour coordonnées x_P et y_P et x_Q et y_Q; la coordonnée x_Q étant supérieure à x_P. Soient P_0 et Q_0 les projections de ces points sur l'axe.

Il y a un rayon déterminé qui passe par P avant son entrée dans le système optique et par Q après l'avoir parcouru. En effet, les conditions auxquelles un tel rayon doit satisfaire, s'expriment par les équations:

$$y_P = \phi_1 x_P + \eta_1, \; y_Q = \phi_2 x_Q + \eta_2,$$

lesquelles, combinées avec les formules (1) du texte, permettent de calculer ϕ_1, η_1, ϕ_2, η_2. On trouve:

$$\phi_1 = \frac{bx_Q y_P + dy_P - y_Q}{bx_P x_Q + dx_P - ax_Q - c}, \; \phi_2 = \frac{bx_P y_Q + (ad - bc) y_P - ay_Q}{bx_P x_Q + dx_P - ax_Q - c}.$$

Si dans la deuxième de ces équations on pose $y_P = h$, $y_Q = 0$, on aura l'angle γ_Q, sous lequel un objet de la grandeur h, situé en P_0, est vu quand l'œil se trouve au point Q_0; seulement, il faut changer le signe si l'on veut que γ_Q soit positif quand l'image est droite et négatif dans le cas contraire.

Pareillement — en remarquant que la marche des rayons peut être renversée — on peut déduire de la formule pour ϕ_1 l'angle γ_P sous lequel l'objet de grandeur h sera vu du point P_0. Il faut pour cela poser $y_Q = h$, $y_P = 0$ dans cette formule sans qu'il y ait lieu de changer le signe.

Les valeurs qu'on obtient, à savoir:

$$\gamma_Q = -\frac{(ad - bc)h}{bx_P x_Q + dx_P - ax_Q - c}, \; \gamma_P = -\frac{h}{bx_P x_Q + dx_P - ax_Q - c},$$

satisfont à la relation:

$$\gamma_Q : \gamma_P = ad - bc;$$

ce qui nous fait voir que le théorème de Huygens ($\gamma_P = \gamma_Q$) et celui de Lagrange ($ad - bc = 1$) reviennent au même.

lequel on voit un objet quand cet objet ſe trouve dans le dernier milieu et l'œil dans le premier, et γ_2 l'angle correſpondant après invertiſſement de l'objet et de l'œil, on aura :

(4) $$n_1 \gamma_1 = n_2 \gamma_2$$ [1];

théorème qui équivaut à ſon tour à la relation (3) [2].

Enſuite on peut abandonner la reſtriction que le ſyſtème doit être ſymétrique autour d'un axe, et conſidérer au lieu de cela une diſtribution quelconque de matière tranſparente, en ſuppoſant ſeulement qu'en chaque élément de volume cette matière ſoit iſotrope, et que, par conſéquent, ſes propriétés puiſſent y être caractériſées par un ſeul indice de réfraction n. Dans cette théorie on peut admettre auſſi bien des changements continus de cet indice d'un point à un autre que des tranſitions bruſques à des ſurfaces de ſéparation de différents milieux; dans le cas le plus général les rayons lumineux ſuivront des lignes courbes qui ſont briſées aux points où elles traverſent de telles ſurfaces. Soient maintenant A_1 et A_2 deux points quelconques, tels pourtant qu'il n'y ait qu'un ſeul rayon allant de A_1 vers A_2 ou vice verſa, c'eſt-à-dire tels que A_2 ne ſoit pas „une image" de A_1. Soit L ce rayon et plaçons en A_1 et en A_2 deux portions de plans infiniment petites $d\sigma_1$ et $d\sigma_2$ dont les normales font les angles aigus θ_1 et θ_2 avec la direction de L en A_1 et en A_2. Concevons le cône de rayons partant de A_1 et atteignan tles points de la circonférence de $d\sigma_2$; ſoit $d\omega_1$ l'ouverture de ce cône à ſon ſommet A_1. Si, pareillement, un cône de rayons à ouverture $d\omega_2$, iſſu du point A_2, s'étend ſur l'élément $d\sigma_1$ après avoir traverſé le ſyſtème, et ſi n_1 et n_2 ſont les indices de réfraction pour les matières qui ſe trouvent en A_1 et en A_2, on aura

$$n_1^2 \cos \theta_1 \, d\sigma_1 \, d\omega_1 = n_2^2 \cos \theta_2 \, d\sigma_2 \, d\omega_2. \qquad (5)$$

Ce théorème a été énoncé il y a quelques années par Straubel [3]), mais il avait

---

[1]) La relation découle immédiatement des deux dernières formules de la note 1, p. 199. En effet, les grandeurs v_1 et u_2 peuvent être censées représenter toutes deux la hauteur de l'objet dans les deux positions. On a donc alors: $n_1\left(\frac{du}{dx}\right)_1 = -n_2\left(\frac{dv}{dx}\right)_2$, où $\left(\frac{du}{dx}\right)_1 = \gamma_1$, $-\left(\frac{dv}{dx}\right)_2 = \gamma_2$.

[2]) Cela se déduit aisément de calculs analogues à ceux de la note 2, p. XXXIII.

[3]) Voir la p. 115 de l'article: „Über einen allgemeinen Satz der geometrischen Optik und einige Anwendungen", Physikalische Zeitschrift, T. IV, (1903).

été préparé et démontré pour des cas plus ou moins particuliers par plufieurs phyficiens parmi lefquels nous pouvons citer Hamilton, Claufius et Kirchhoff. Si dans le cas d'un fyftème fymétrique autour d'un axe, on donne à $d\sigma_1$ et $d\sigma_2$ la forme de cercles perpendiculaires à cet axe et ayant leurs centres fur cette ligne, on en revient, en faifant pour le moment abstraction du figne, à l'équation (4) [4]) et pour le cas où $n_1 = n_2$ au théorème de Huygens. Seulement la partie du théorème qui fe rapporte à la pofition droite ou renverfée dans laquelle l'objet eft vu au travers du fyftème réfringent ne peut pas être déduite de la relation (5), c'eft-à-dire du théorème de Straubel [5]).

On voit donc qu'il y a lieu de chercher un théorème général qui embraffe les deux parties que nous venons de diftinguer dans le théorème de Huygens. Et, en effet, on peut établir pour un fyftème tranfparent ifotrope quelconque une formule qui contienne des éléments linéaires et qui fatiffaffe à cette condition; formule que nous mentionnerons ici parce qu'elle montre l'étroite connexion exiftant entre le résultat obtenu par Huygens et les théories modernes.

Concevons, à cet effet, de nouveau deux points quelconques non-conjugués A_1 et A_2 et défignons encore par L le rayon lumineux qui les unit. Menons aux extrémités de ce rayon les tangentes A_1T_1 et A_2T_2, la première correfpondant à la direction de A_1 vers A_2, et la feconde à celle de A_2 vers A_1. Soit enfuite V_1 un plan quelconque paffant par A_1T_1, et foit A_1P_1 une ligne de ce plan, perpendiculaire à A_1T_1; foit de même V_2 un plan quelconque paffant par A_2T_2, et enfin A_2P_2 une droite, fituée dans le plan V_2, perpendiculaire à A_2T_2. Des points fur les lignes A_1P_1 et A_2P_2 peuvent être déterminés alors par leurs diftances h_1 ou h_2 aux points A_1 ou A_2, ces diftances étant prifes avec le figne pofitif ou négatif fuivant que les points fe trouvent fur les lignes A_1P_1 ou A_2P_2 ou fur leurs prolongements par A_1 ou A_2. D'une manière analogue on peut déterminer la direction d'une ligne fituée dans le plan V_1 ou dans le plan V_2 et paffant par A_1 ou A_2 par l'angle ε_1 ou ε_2, fuppofé infiniment petit, qu'elle fait avec A_1T_1 ou A_2T_2; cet angle étant appelé pofitif fi la ligne dévie de A_1T_1 ou de A_2T_2 du côté de A_1P_1 ou de A_2P_2, et négatif dans le cas contraire.

Cela pofé, confidérons un point lumineux fitué fur A_1P_1 et déterminé par la

[4]) Puisque, en posant $\theta_1 = \theta_2 = 0$, et en identifiant les éléments $d\sigma_1$ et $d\sigma_2$ à de petits cercles dont l'aire égale $h_1^2\pi = h_2^2\pi$, on aura $d\omega_1 = \gamma_1^2\pi$ et $d\omega_2 = \gamma_2^2\pi$; donc $n_1\gamma_1 = \pm n_2\gamma_2$.

[5]) À cause de l'ambiguité du signe, signalée dans la note précédente.

coordonnée infiniment petite h_1; repréſentons nous enſuite le rayon lumineux qui ſe propage vers le point A_2, et projetons ſur le plan V_2 la tangente en A_2 de ce rayon; ſoit ε_2 l'angle infiniment petit formé par cette projection et A_2T_2. Réciproquement, un rayon iſſu d'un point lumineux ſitué ſur A_2P_2 à la diſtance h_2 de A_2, arrivera au point A_1 dans une direction déterminée, et la projection de cette direction ſur le plan V_1 y fera un certain angle ε_1 avec la tangente A_1T_1. On peut démontrer que les grandeurs que nous venons d'introduire ſatiſfont à l'équation

$$(6) \qquad n_1 h_1 \varepsilon_1 = n_2 h_2 \varepsilon_2$$ [1].

Or, cette équation, qui pour un ſyſtème centré où $n_1 = n_2$, amène immédiatement, et ſans ambiguité de ſigne, le théorème de Huygens, ſuffit pour arriver à la formule (5), et il apparaît que la formule (6), plus générale, a une forme bien peu différente de celle du théorème de Huygens, dont la deuxième partie, celle dans laquelle il eſt queſtion de la poſition droite ou renverſée de l'image, revient à la règle ſuivante qui eſt évidente d'après la formule que nous venons d'indiquer: Si h_1 et h_2 ont le même ſigne algébrique, il en ſera de même de ε_1 et ε_2.

Quant à la démonſtration des théorèmes généraux que nous avons cités dans ce qui précède, elle repoſe ſur la notion de la longueur optique d'une ligne tirée dans un ſyſtème de matières tranſparentes, cette longueur étant définie par l'expreſſion

$$L = C \int n\, ds,$$

où ds eſt un élément de la ligne et C une conſtante choiſie arbitrairement. On peut poſer en principe que parmi toutes les lignes qui uniſſent deux points non-conjugués A_1 et A_2 donnés, le rayon lumineux eſt celle pour laquelle L eſt un

---

[1]) Voir, sur cette formule et sur son extension à des milieux biréfringents, un article de notre collaborateur M. H. A. Lorentz „Sur une formule générale de l'optique", Annali di Matematica, Sér. 3, T. 20 (1913), p. 185—192, et Archives du Musée Teyler, Sér. 3, T. 2 (1914), p. 156—164.

minimum; cela suffit pour trouver tout ce qui a été dit. Nous n'insisterons pas ici sur ce fait, mais il convient de faire remarquer que le principe, qui a été énoncé pour la première fois et pour un cas simple par Fermat [2]), a une signification bien différente dans les deux théories de la lumière qui se sont disputé si longtemps la victoire. Dans le système de l'émission l'indice n est proportionnel à la vitesse de la lumière v; on peut donc écrire $L = \int v ds$, et le principe que L devient minimum, n'est autre chose que le principe de moindre action appliqué au mouvement des corpuscules projetés par les corps lumineux. Dans cet ordre d'idées les théorèmes généraux de l'optique se rattachent à d'autres résultats qu'on déduit des principes fondamentaux de la mécanique; ils présentent alors une étroite analogie, par exemple, avec le théorème de Liouville, qui est d'une si grande utilité dans les théories moléculaires modernes.

Si, au contraire, on se place au point de vue de la théorie ondulatoire, il faut tenir compte de ce que l'indice n est inversement proportionnel à la vitesse v. On peut donc poser:

$$L = \int \frac{ds}{v}$$

et le principe en question se confond avec celui du parcours dans un temps minimum. Or, la manière la plus simple dont on puisse arriver à ce dernier, pour les cas généraux, consiste à se représenter la propagation des ondes de la manière enseignée par Huygens. Il faut se figurer que chaque point qui est atteint par le mouvement lumineux, devient lui-même un centre de vibration secondaire; en un mot, il faut appliquer ce qu'on appelle communément le „principe de Huygens”.

Ainsi non seulement Huygens a donné déjà en 1653, au commencement de sa carrière scientifique, le premier énoncé d'un théorème de grande valeur, mais encore dans son dernier chef-d'œuvre, son Traité de la Lumière, il a exposé les idées qui en ont permis la généralisation [3]).

[2]) Consultez les pièces N°. 990 et N°. 992 aux pages 75 et 81 du T. IV et aussi la lettre de Huygens à son frère Louis du 8 mars 1662, p. 71 du même Tome.

[3]) Le théorème même du temps minimum n'a pas été deviné par Huygens. Tout au contraire, quand dans son Traité de la Lumière (p. 39 de l'édition originale citée dans la note 8, p. 276 du T. IX) il parle de la propriété, découverte par Fermat, „qu'un rayon de lumiere pour aller

L'application la plus frappante que Huygens ait faite de fon théorème fur l'interverfion de l'œil et de l'objet fe trouve dans le troifième Livre du Traité de la réfraction et des télefcopes [1]), où il démontre que le groffiffement d'une lunette eft égal au rapport du diamètre de l'objectif à celui de l'anneau oculaire, c'eft-à-dire, de l'image de l'objectif formée par les autres lentilles. En effet, pour le prouver, il fuffit de s'imaginer que l'œil qui, avant l'interverfion, fe trouvait au même endroit que l'anneau oculaire [2]), foit tranfporté à la diftance quafi infinie, où fe trouvaient les objets qu'on regarde par la lunette, et que l'objet occupe cet anneau; alors l'image de cet objet occupera à fon tour l'objectif et il eft clair que le groffiffement (qui n'a pas changé par l'interverfion) fera égal au rapport des deux diamètres qui font vus par l'œil d'une diftance fi grande que leur diftance mutuelle peut être négligée.

Or, cette règle, découverte par Huygens, pour le groffiffement d'une lunette quel que foit l'arrangement des lentilles, pourvu feulement qu'il exifte un anneau oculaire réel, conftitue un cas particulier des plus importants de la règle générale fuivante pour le groffiffement produit par les inftruments optiques. Soient d le diamètre de l'objectif d'un télefcope ou d'un microfcope, d' celui de ce qu'on appelle maintenant la pupille de fortie, c'eft-à-dire, de l'image de l'ouverture de l'objectif produite par les autres lentilles du fyftème, h la grandeur angulaire fous laquelle l'objet ferait vu directement par un œil placé au centre de l'objectif, et

---

d'un point à un autre, quand ces points sont dans des diaphanes differens, se rompt en sorte à la surface plane qui joint ces deux milieux, qu'il employe le moindre temps", il considère évidemment cette propriété comme un fait isolé, cessant d'être valable pour une surface courbe de séparation. D'un autre côté il savait que, dans le cas où les points A_1 et A_2 sont des images exactes l'un de l'autre, les chemins divers que la lumière peut suivre pour arriver de l'un de ces points à l'autre sont parcourus en des temps égaux et il a fondé sur cette propriété une belle construction pour „trouver les lignes que requiert un costé du verre, lorsque l'autre est d'une figure donnée.... qui soit faite par la révolution de quelque ligne courbe donnée"; voir les p. 113—118 de l'édition citée du Traité de la Lumière.

[1]) Voir les pp. 255—257 et 261 et surtout la note 1 de la p. 256 du présent Tome.

[2]) Placer l'oeil en cet endroit n'est nullement nécessaire; mais puisque les lunettes sont supposées par Huygens avoir été construites de manière que les rayons parallèles, qui y entrent, redeviennent parallèles à la sortie, il est clair que le grossissement ne change pas avec la position de l'oeil, puisque les dimensions de l'image formée sur la rétine restent invariables. On peut donc, sans aucun inconvénient, pour le besoin de la démonstration, supposer que l'œil est placé à l'endroit où l'anneau oculaire se forme. Comparez encore la Prop. XIII, p. 233.

h' l'angle fous lequel il eft vu à l'aide de l'inftrument quand l'œil fe trouve au centre de la pupille de fortie; on a alors

$$h' : h = d : d',$$

de forte que le groffiffement eft donné par le rapport des diamètres d et d'. Cette dernière règle a été énoncée pour la première fois par Lagrange [3]), qui y attachait beaucoup d'importance. En effet, Lagrange s'exprime à ce fujet en ces termes: „Comme il y a en mécanique la loi générale des viteffes virtuelles, par laquelle on peut connaître l'augmentation de force produite par une machine, fans connaître la nature ni la conftruction de la machine, mais par le fimple rapport des viteffes fimultanées du point où eft appliqué la puiffance et du point auquel cette puiffance eft tranfmife par la machine, de même on peut dire qu'il y a en optique une loi analogue, par laquelle, fans connaître la difpofition intérieure d'un télefcope ou d'un microfcope, on peut juger de la force par le fimple rapport du diamètre de l'ouverture de l'objectif au diamètre de l'ouverture de l'oculaire" [c'eft-à-dire à celui de la pupille de fortie].

On voit quel charme avait pour Lagrange le théorème qu'il avait découvert. Or, en ce qui concerne le télefcope, ce théorème était déjà connu par Huygens et pour le microfcope il fe déduit très facilement du théorème de Huygens [4]).

---

[3]) Voir ses „Recherches sur plusieurs points d'Analyse relatifs à différens endroits des Mémoires précédens", p. 3—12 de la „Classe de Mathématique" des „Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres depuis l'Avènement de Frédéric Guillaume III au Trône". Année 1803. Berlin 1805.

[4]) Soient, à cet effet, h'' l'angle sous lequel l'objet est vu, sans l'intervention de l'instrument, du centre de la pupille de sortie où l'œil est censé se trouver, δ' la distance de ce centre à l'objet et δ la distance du centre de l'objectif à l'objet; alors le grossissement suivant la définition de Huygens égale $h' : h''$. Or, après l'interversion, l'œil, placé à l'endroit où se trouvait l'objet, voit la pupille de sortie sous l'angle $d' : \delta'$, et son image, qui se confond avec l'objectif, sous l'angle $d : \delta$; on a donc d'après le théorème de Huygens:

$$h' : h'' = (d : \delta) : (d' : \delta').$$

Mais on a évidemment:

$$h'' : h = \delta : \delta',$$

et l'on arrive au théorème de Lagrange par la multiplication de ces deux proportions.

Ajoutons, que Huygens, dans la troisième Partie de la Dioptrique, donne une définition

Il nous reſte à dire quelques mots ſur la manière dont Huygens a démontré ſon théorème et ſur l'hiſtorique de ce théorème. Dans ſa démonſtration Huygens ſe borne aux cas d'une lentille unique et de deux lentilles; puis il ajoute ſimplement: „Et lorſqu'on veut conſidérer trois ou pluſieurs lentilles, on pourra donner une démonſtration ſemblable à celle qui précède". Du reſte, la démonſtration (p. 201—207) revient à un calcul direct du groſſiſſement dans les deux cas en négligeant l'épaiſſeur des lentilles. Cette démonſtration ne peut pas être conſidérée comme ſatisfaiſante, ni même, à cauſe de cette dernière hypothèſe, comme entièrement convaincante [1]). Elle n'offre aucunement la beauté et l'élégance des procédés modernes. On n'en doit pas moins admirer la ſagacité avec laquelle Huygens a ſu trouver un tel théorème avec les moyens dont il diſpoſait.

L'hiſtorique du théorème eſt bientôt faite. Le 16 déc. 1653 Huygens le communique [2]) à Kinner von Löwenthurn comme une des principales découvertes qu'il ſe propoſe de publier bientôt dans ſon Traité de la réfraction et des téleſcopes. En ſeptembre 1669 [3]), il l'inclut parmi les anagrammes, envoyés à la Société Royale de Londres, qui contenaient ſes découvertes principales, dans la forme ſuivante: „Si oculus et viſibile invicem loca permutent, manentibus interpoſitis lentibus quotcunque, eadem qua prius magnitudine, ſimilique ſitu illud conſpicietur". Quand, enfin, le théorème eſt publié en 1703, on ne ſait pas en apprécier la portée; il eſt oublié bientôt, ou ignoré, et ce n'eſt que dans les derniers

bien plus pratique du grossissement d'un microscope en mesurant ce grossissement par le rapport des angles sous lesquels l'objet est vu à l'aide de l'instrument et par un œil nu placé à la distance de la vision distincte.

Une autre application intéressante de son theorème par Huygens lui-même se rencontre au § 17 de l'Appendice IX à la troisième Partie de la Dioptrique (p. 656—657), où il démontre que, lorsque dans un microscope à deux lentilles on intervertit l'oculaire et l'objectif, le grossissement ne change pas, pourvu que dans les deux cas l'objet soit placé de manière à rendre parallèles entre eux à la sortie du microscope les rayons émanant d'un point de l'objet. Or, le raisonnement, dont Huygens se sert à cette occasion, s'applique également au cas d'un système centré quelconque où l'on placerait l'objet alternativement à gauche et à droite du système, mais toujours de manière que la condition que nous venons d'énoncer soit satisfaite. En effet, si A et B représentent les points où l'on doit mettre l'objet à gauche et à droite du système, on peut, puisque le grossissement ne dépend pas de la situation de l'œil, placer d'abord l'objet en A et l'œil en B et ensuite l'objet en B et l'œil en A et il faut alors, d'après le théorème, que le grossissement soit le même dans les deux cas.

[1]) On pourrait même douter si Huygens aurait jugé son théorème applicable dans les cas où l'épaisseur des lentilles est prise en considération.

[2]) Voir la p. 261 du T. I.

[3]) Voir la p. 487 du T. VI.

temps qu'on a appelé l'attention ſur son importance capitale et ſur la place qu'il mérite d'occuper parmi les théorèmes généraux de la dioptrique [4]).

Théorèmes ſur le groſſiſſement d'une lentille unique, comme fonction des diſtances entre la lentille, l'objet et l'œil.

Les Prop. VII (p. 207) et VIII (p. 219) ont reſpectivement pour ſujet la manière dont le groſſiſſement, produit par une lentille convexe ou par une lentille concave, varie avec ſa poſition quand l'objet et l'œil occupent des poſitions données E et D. Il s'enſuit que dans le premier cas l'image peut être droite ou renverſée ſelon les circonſtances; ſi elle eſt droite lorſque la lentille ſe trouve à mi-diſtance entre l'œil et l'objet, elle ſera, pour cette poſition de la lentille, plus grande que pour toute autre; ſi elle eſt renverſée pour cette poſition de la lentille, elle s'agrandira quand on déplace la lentille. Dans le cas de la lentille concave l'image eſt toujours droite et elle eſt minimum quand la lentille ſe trouve à mi-diſtance. Dans le cours du raiſonnement Huygens compare le groſſiſſement pour deux poſitions α et β de la lentille également éloignées du milieu de la ligne DE; il applique ſon théorème ſur l'interverſion de l'œil et de l'image et en conclut que le groſſiſſement doit être le même dans les deux cas; „en effet", dit-il, „tranſporter la lentille de α en β équivaut à laiſſer la lentille elle-même à ſa place, mais à faire changer de poſition l'œil placé en D et l'objet placé en E" (p. 209).

Dans les Prop. IX (p. 220) et X (p. 222) Huygens conſidère ſucceſſivement l'influence ſur le groſſiſſement du déplacement de l'objet et de celui de l'œil. Par une application du théorème de l'interverſion, le ſecond de ces problèmes eſt ramené immédiatement au premier où l'on demande le changement causé par le déplacement de l'objet. Nous citons à ce dernier propos, en premier lieu le

[4]) Voir les deux derniers alinéas de la note 7 de la p. 504 du présent Tome et surtout l'article de J. Bosscha mentionné à la p. XXXI. Ajoutons que par suite de l'inadvertance de Robert Smith, que nous avons signalée dans la note citée, il était à craindre que dans les traités modernes la priorité du théorème ne fût pas reconnue à son premier auteur. En effet, dans l'ouvrage de M. James P. C. Southall „The principles and methods of geometrical optics", New-York, Macmillan, 1910, le théorème est mentionné à l'article 152 (p. 195), comme si la priorité en appartenait à Smith.

renverſement de l'image ſe produiſant lorſque l'objet paſſe par le point qui eſt conjugué avec l'œil, la valeur numérique du groſſiſſement augmentant indéfiniment tant que l'objet ſe rapproche de ce point et diminuant après qu'il a été dépaſſé, et en second lieu la grandeur invariable de l'image lorsque l'œil eſt ſitué au foyer de la lentille.

Les trois dernières propoſitions du Livre deuxième.

Le Livre deuxième du Traité de la réfraction et des téleſcopes ſe termine par trois propoſitions dont la première (p. 225—229), qui eſt avant tout une critique des idées de Deſcartes ſur la théorie du téleſcope, fait connaître le groſſiſſement d'une lunette dans l'hypothèſe où tout l'eſpace entre l'objectif et l'oculaire ſerait rempli d'une ſubſtance du même pouvoir réfringent que celui de ces lentilles.

Les deux propoſitions qui ſuivent ſont d'une date inconnue mais bien poſtérieure à celle des autres propoſitions du Livre deuxième [1]). La Prop. XII (p. 231) démontre que l'œil placé ſur l'axe d'un ſyſtème centré de lentilles, qui ſe trouve entre lui et un objet rencontré par l'axe, apercevra toujours une partie finie de cet objet, excepté dans le cas où l'œil ſerait placé juſtement au point qui eſt conjugué avec celui où ſe trouve l'objet. La Prop. XIII (p. 233) eſt d'une grande utilité dans la théorie des inſtruments optiques, comme nous en avons déjà donné des exemples dans la note 2 de la p. XXXVIII et dans le dernier alinéa de la note 4 qui commence à la p. XXXIX [2]). Elle dit, que, dans le cas où les rayons ſortant d'un point unique de l'objet ſont rendus parallèles par les réfractions qu'ils ont ſubies dans un ſyſtème centré, la grandeur de l'image eſt indépendante de la poſition de l'œil [3]).

[1]) Voir à ce propos, quant à la Prop. XIII, la p. XLIV qui suit.

[2]) Voir de même les pp. 445 et 457.

[3]) Voici encore comment Huygens a formulé en 1691, dans une annotation, p. 69 du Manuscrit G, qui nous avait échappé, les conséquences de ce théorème, combiné avec la Prop. VI sur l'intervertissement de l'œil et de l'objet: „Si per quotlibet lentes te distinctè (hoc est radijs parallelis ad oculum venientibus) conspiciam; quocunque intervallo a lente mihi proxima discedens eadem magnitudine semper te videbo, et tu me eadem semper magnitudine, sed et æquale augmentum sit utrimque. Tu vero non semper distincte me conspicies".

[4]) Voir la note 1 de la p. XXX.

[5]) On peut comparer à ce propos les Prop. II et III de Huygens (pp. 175 et 181), qui se rap-

Hiſtorique des ſujets traités dans le Livre deuxième.

Nous avons déjà donné à la p. XL l'hiſtorique du théorème le plus important de ce Livre. En outre nous avons fait obſerver [4]) que la conception du groſſiſſement ſelon Huygens ſe retrouve dans la „Dioptrice" de Kepler. Dans cet ouvrage de 1611 le cas d'une ſeule lentille, convexe ou concave, eſt traité d'une manière générale qui cependant n'aboutit pas à des règles préciſes pour la valeur du rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie [5]). Plus tard Gregory dans ſon „Optica Promota" de 1663 [6]) et Molyneux à ſon inſtar dans la „Dioptrica nova" de 1692 [7]), font dépendre la détermination de cette valeur de celle du lieu et de la grandeur de l'image de l'objet formée par la lentille, appelée „baſis diſtincta" par Molyneux. Quant à Barrow, il ne conſacre au problème en queſtion qu'une demi-page où il n'entre dans aucun détail [8]).

Au ſujet du cas de deux lentilles conſidéré par Huygens dans la Prop. V (p. 187—197) nous ſignalons en premier lieu les cas ſpéciaux du téleſcope à oculaire concave (p. 193) ou convexe (p. 197), dont la diſcuſſion conſtitue très probablement la première démonſtration rigoureuſe du théorème d'après lequel le groſſiſſement d'une telle lunette eſt égal au quotient des diſtances focales des deux lentilles; théorème que Molyneux, encore en 1692 [9]), quand il en donnait ſa démonſtration, pouvait appeler „the great Propoſition aſſerted by moſt Dioptrick Writers, but hitherto *proved* by none (for as much as I know)", en ajoutant:

---

portent au cas d'une lentille convexe, avec les Prop. XXC „Omnis per convexam lentem erecta imago visibilis rei, est necessariò major justo", et XXCIV „Oculus, quo longius extra punctum concursus abierit, hoc eversa videt minora" (pp. 35 et 40 de la „Dioptrice"), et de même la Prop. IV de Huygens (p. 185), qui traite du cas d'une lentille concave avec la Prop. XCVI „Visibilia per cavas lentes repræsentantur minora", p. 49 de la „Dioptrice".

[6]) Il s'agit de la Prop. 45, p. 60 de l'ouvrage cité dans la note 6 de la p. 330 du T. IV.

[7]) Voir, au présent Tome, les pp. 827 et 831 du § 3 du quatrième Complément, où Huygens examine le contenu de la „Dioptrica Nova".

[8]) Voir l'„Exemp. V" de la „Lectio XV" p. 106 des „Lectiones opticæ". Barrow s'y borne à tracer dans deux figures la route des rayons partant de l'œil et réfractés par une lentille planconvexe pour montrer que l'objet peut être aperçu agrandi ou diminué selon les cas. Ensuite il fait suivre: „Et hoc quidem pacto nulla non lens pro varia vel objecti vel oculi positione, objecti speciem aliam exhibet ac aliam; nunc dilatat, tunc contrahit; modò rectam dat, mox inversam; subinde propiùs adducit, nonnunquam longiùs admovet. Singulos casus ad examen facilè rediges hoc ad specimen aciem mentis intendendo".

[9]) Voir la note 12 de la p. 827 du présent Tome.

„they offer indeed Experiments and Methods of Tryal to confirm the Truth thereof, but proceed no further" [1]). Quant au problème lui-même, généralifé pour le cas de *n* lentilles centrées fans épaiffeur, il a trouvé fa folution définitive dans un beau théorème de Cotes, publié par Robert Smith, qui avait accès à l'œuvre pofthume de Cotes mort en 1716, dans fon „Compleat fyftem of opticks" [2]). Pour le cas de trois lentilles convexes on peut énoncer ce théorème comme fuit: foient Ω la pofition de l'œil, A, B, C, celles des trois lentilles, *a*, *b*, *c*, leurs diftances focales, O la pofition de l'objet, alors le groffiffement eft exprimé par le quotient:

$$\Omega O : \left[\Omega O - \frac{\Omega A \times AO}{a} - \frac{\Omega B \times BO}{b} - \frac{\Omega C \times CO}{c} + \frac{\Omega A \times AB \times BO}{ab} + \right.$$
$$\left. + \frac{\Omega A \times AC \times CO}{ac} + \frac{\Omega B \times BC \times CO}{bc} - \frac{\Omega A \times AB \times BC \times CO}{abc}\right];$$

on voit combien cette folution générale eft plus élégante que celle qui fut donnée par Huygens à la p. 189 pour le cas de deux lentilles, et elle amène immédiatement la Prop. VI de Huygens (p. 199) fur l'invertiffement de l'œil et de l'objet.

Il nous refte encore à dire quelques mots fur l'hiftorique de la Prop. XIII (p. 232) d'après laquelle le groffiffement eft indépendant de la pofition de l'œil toutes les fois que les rayons partant d'un même point de l'objet font convertis à la fortie du fyftème optique en un faifceau de rayons parallèles. Cette propofition utile eft prefque évidente; ce qui n'empêche pas qu'elle femble avoir échappé longtemps

---

[1]) Molyneux (voir la p. 832 du présent Tome) cite à ce propos les travaux de Cherubin, Kepler, Galilée, Fabri et de Huygens lui-même qui avait annoncé à la p. 4 de son „Systema Saturnium" qu'il donnerait la démonstration du théorème dans sa Dioptrique. D'ailleurs plusieurs passages de la Dioptrique témoignent quelle importance Huygens, ainsi que Molyneux, attachait à cette démonstration; voir les pp. 187 (note 4), 441, 747 et 757.

[2]) Consultez la p. V de la préface et les p. 111—114 du texte de l'ouvrage „A Compleat System of Opticks in Four Books, viz. a Popular, a Mathematical, a Mechanical, and a Philosophical Treatise. To which are added Remarks upon the Whole by Robert Smith LL. D. Professor of Astronomy and Experimental Philosophy at Cambridge and Master of Mechanics to his Majesty", Cambridge, 1738. Le titre contient encore la devise suivante empruntée à la p. 40 du Cosmotheoros de Huygens: „Quid tam mirabile, quam particulam corporis quandam ita fabricatam esse, ut ejus opera animal sentiat procul positorum corporum figuram, positum, motum quemlibet, distantiam; idque etiam cum colorum varietate, quo distinctius ea dignosceret? Nihil est, in quo manifestius Geometriæ artem Deus exercuerit".

à l'attention de Huygens. En effet, lorſque dans ſon „Traité de la réfraction et des téleſcopes" de 1653, il conſidère des diſpoſitions de lentilles où le théorème eſt applicable, il démontre l'invariabilité du groſſiſſement pour les poſitions différentes de l'œil par d'autres raiſonnements au lieu de citer le théorème en question [3]). Du reſte, nous avons donné dans la note 9 de la p. 691 la raiſon qui nous fait croire que le théorème ne fut trouvé par Huygens qu'en 1690. Alors il aurait pu le retrouver dans l'Optica Promota de Gregory de 1663 [4]).

Les Appendices au Livre deuxième.

Nous n'avons que peu de mots à dire ſur les Appendices au Livre deuxième. Pour le premier (p. 235) nous pouvons renvoyer ſimplement à la note 1 de la p. 172. L'„Appendice II" (p. 237) donne un théorème qui a été ſupprimé par Huygens après avoir incorporé ſon contenu dans la Prop. VII [5]). L' „Appendice III" (p. 238) a plus d'importance. On retrouvera le théorème qu'il contient avec une autre rédaction dans la troiſième Partie de la Dioptrique; mais on en verra déjà des applications importantes dans la deuxième Partie, qui traite de l'aberration ſphérique [6]). Ce théorème nous apprend que ſi un priſme ſuffiſamment aigu eſt frappé par deux rayons incidents ſitués dans un plan perpendiculaire à l'arête et formant l'un et l'autre un angle très petit avec la normale à la face d'entrée, l'angle formé par ces rayons ſera le même avant et après leur paſſage par le priſme [7]). L' „Appendice IV" (p. 240), enfin,

---

[3]) Voir les pp. 191, 197, 223 et 261 du présent Tome.

[4]) Voir la Prop. 44, p. 58 de l'ouvrage cité où le théorème est énoncé comme suit: „Si cujuscunque visibilis, singulorum punctorum radii, ad parallelismum reducantur: oculo radios parallelos recipienti, semper videbitur visibilis imago, eodem angulo visorio, quo videtur visibile ex vertice incidentiæ lentis, vel speculi. Apparetque imago infinite distans, & presbytis distincta". Il est vrai que Gregory ne semble s'occuper dans cet énoncé que du cas d'une seule lentille ou d'un seul miroir; mais il fait suivre immédiatement que le „visibile" peut être lui-même une image: „Sit visibile quodlibet AB, sive materia radians, sive imago ante, sive post oculum"; ce qui rend la proposition applicable à un système centré quelconque.

[5]) Voir la partie en italiques de la p. 209 du présent Tome.

[6]) Voir les pp. 341 et 343.

[7]) On retrouve le même théorème dans les „Fragmens de Dioptrique" de Picard, cités dans la note 6 de la p. XXIII de cet Avertissement. Voir la „Huitième Proposition", p. 383.

conſtitue une vérification numérique du théorème, déjà ſouvent mentionné, de l'interverſion de l'œil et de l'objet. Elle fut faite pluſieurs dizaines d'années après l'invention du théorème et, comme il ſemble [1]), dans un moment de doute ſur ſa vérité, ſi glorieuſement confirmée depuis par les méthodes modernes.

Livre troiſième: Des téleſcopes.

Origine des premières occupations de Huygens en dioptrique pratique.

Il eſt certain que la première impulſion concernant les recherches ſur la conſtruction des lunettes et des microſcopes fut donnée à Huygens par ſa découverte des lentilles ſphériques aplanatiques; c'eſt-à-dire des lentilles qui n'impoſent aucune aberration ſphérique aux rayons dirigés vers ou partant d'un point déterminé. Cette découverte eſt faite dans les derniers jours d'octobre 1652 [2]) et déjà le 4 novembre Huygens s'adreſſe à van Gutſchoven pour lui demander toutes ſortes de renſeignements ſur la fabrication des lentilles [3]). La réponſe ne venant pas aſſez vite au gré de ſon impatience, il lui écrit de nouveau le 10 décembre [4]); mais ſans attendre la réponſe, qui n'arrive qu'en février 1653 [5]), ayant reçu quelques données ſur les lunettes qu'on fabriquait en Allemagne [6]), il ordonne à un certain „Maître Paulus" de lui tailler des verres dans les proportions qu'il lui a preſcrites. „Si ces gens d'Allemagne connaiſſaient ces proportions, ou ſi Maître

[1]) Voir la suscription: „Theorema ex dioptricis nostris a dubio liberatum," etc.

[2]) Voir la lettre à van Schooten du 29 octobre 1652, où l'on lit (p. 186 du T. I): „Nunc autem in dioptricis totus sum, et nuperrime elegans inventum obtigit, cujus ope telescopium multo quam cetera perfectius me constructurum arbitror, si modo artificem reperire queam experientem. Illud autem inventum est, quod radios ad punctum unum tendentes ope superficiei sphæricæ ad aliud punctum propius vel longinquius cogi posse demonstravi, idque præcise. Et consequenter quod venientes à puncto uno simili superficie inflectere licet quasi à puncto veniant propiori vel remotiori".

[3]) Voir les p. 191—192 du T. I.

[4]) Voir les p. 200—201 du T. I.

[5]) Voir les p. 219—223 du T. I.

[6]) Voir la p. 215 du T. I.

[7]) Voir la p. 318 du T. I.

Paulus poſſédait leur ſcience de tailler curieuſement", écrit-il, „je crois qu'on pourrait faire quelque choſe de bien mieux" [6]). Enfin deux années plus tard, en février 1655 [7]), le père Conſtantijn Huygens peut donner une deſcription enthouſiaſte des microſcopes et des téleſcopes conſtruits de leurs propres mains par ſes fils Chriſtiaan et Conſtantijn.

Or, tandis que pendant les premiers jours après ſa découverte il ſe promet beaucoup de l'application des lentilles aplanatiques aux lunettes [8]), il ſemble déjà avoir abandonné cet eſpoir dans ſa lettre à van Gutſchoven du 6 mars 1653, où il expoſe des idées très juſtes ſur les téleſcopes [9]), et depuis ce temps il ne mentionne plus les lentilles aplanatiques comme pouvant contribuer conſidérablement à l'amélioration des lunettes, ni même des microſcopes. Au contraire, quand, plus tard, il eſſaie d'affranchir les lunettes du défaut de l'aberration ſphérique, il recourt à d'autres moyens. Il ſe propoſe de compenſer l'aberration de l'objectif par celle de l'oculaire [10]), ou de conſtruire un objectif formé de deux lentilles dont l'une compenſe l'aberration de l'autre [11]).

En effet, il eſt difficile de deviner la manière préciſe dont Huygens voulait utiliſer les lentilles aplanatiques dans ſes téleſcopes. Elles ne peuvent pas ſervir comme objectifs, puiſqu'elles ne ſont aplanatiques que pour un ſeul point ſitué à une diſtance finie comparable à leur diſtance focale. Et perſonne n'a mieux compris que Huygens ne l'a fait plus tard [12]), que l'oculaire, s'il n'eſt pas conſtruit expreſſément pour donner une grande aberration, comme dans le cas

---

[8]) Voir les lettres à van Schooten et à van Gutschoven, citées dans les notes 2 et 3. Dans la lettre à van Gutschoven il dit, après avoir mentionné son invention: „Eo invento telescopia multo quam antehac perfectiora efficere me posse existimo".

[9]) „Præcepta artis perspicillariæ tam lætus accepi, quam cupidè expectaveram, quæ si feliciter effecta reddere potuero, et lentes tam accuratas nitidasque expolire quam sunt eæ quas in tubo D. Edelherij insertas vidi, puto me, inventum telescopiorum quousque licet promovere posse. Verum omnino tubis longioribus opus esse comperi, neque unquam fieri posse ut tubo brevi multum augeantur visibilia simulque lucida conspiciantur, etiamsi Hyperboles aut Ellipsis figuram vitra recipiant. Obscuritatem enim inducit augmentum necessario, eaque obscuritas rursus amplitudine aperturæ lentis exterioris corrigitur; Verum nullæ lentes aperturam valde magnam patiuntur, et Hyperbolicæ nihilo forte majorem quam sphæricæ propter incommodum colorum, hi namque inde proveniunt quod versus margines lentis cujuscunque sensim majori angulo superficies inclinantur" (p. 224 du T. I).

[10]) Voir la Prop IX, Part. II (p. 319—331) et surtout la note 4 de la p. 331.

[11]) Voir les Appendices VI—VIII à la Part. II (p. 408—432) et surtout la note 2 de la p. 409.

[12]) Voir les mots espacés de la p. 341 du présent Tome.

de compenfation mentionné plus haut [1]), ne change que très peu l'aberration fphérique caufée par l'objectif; mais probablement il ignorait alors cette vérité. En tout cas les manufcrits de Huygens ne donnent aucun renfeignement fur l'emploi qu'il a voulu faire de fes lentilles aplanatiques.

Portée générale du Livre troifième „Des télefcopes".

On ne trouvera pas dans ce Livre troifième un traité complet des télefcopes. Un tel traité, comme Huygens a effayé de le formuler plus tard dans la troifième Partie de la Dioptrique [2]) aurait dû commencer néceffairement par une difcuffion des télefcopes, hollandais et keplérien, à deux lentilles. Or, la copie de Niquet [3]), compofée vers l'année 1666, nous garantit que la Dioptrique de 1653 ne contenait fur ce fujet que ce que nous avons reproduit dans la première Partie, c'eft-à-dire: dans le deuxième Livre la démonftration de la formule du groffiffement, dont nous avons déjà parlé [4]), et dans celui dont nous nous occupons à préfent, la defcription de la manière d'„accommoder à un œil quelconque une lunette compofée de deux lentilles données" (Prop. I, p. 245—247) et, fi l'on veut, de la façon de redreffer à l'aide d'un miroir les images renverfées formées par la lunette keplérienne (Prop. V, p. 265—269). Ainfi les Prop. I—III de la troifième Partie (p. 443—460), qui traitent expreffément des deux genres de télefcopes à deux lentilles, ont été écrites beaucoup plus tard.

Quant à une théorie générale, applicable aux télefcopes et aux microfcopes, Huygens ne pouvait pas en donner une, en 1653, puifque des trois bafes fur lefquelles il fonda plus tard une telle théorie: la première, l'aberration fphérique, n'avait encore attiré fon attention que paffagèrement [5]); la deuxième, l'aberration chromatique, n'avait pas encore été rendue fufceptible d'un traitement mathématique par les découvertes ultérieures de Newton; enfin la troifième, l'influence de la diffraction fur la netteté des images, lui était probablement encore entièrement inconnue.

---

[1]) Voir dans la note 3 de la p. 326 le dessin d'une lentille oculaire à fortes courbures destinée à donner une aberration sphérique comparable à celle de l'objectif.

[2]) Voir les p. 435—511 du présent Tome.

[3]) Comparez la p. VII de cet Avertissement.

[4]) Voir la p. XLIII.

[5]) Voir la p. 83 du présent Tome et surtout la note 4 de cette page.

On ne doit donc confidérer ce premier traité de Huygens fur les télefcopes que comme une fuite de defcriptions et de remarques concernant quelques combinaifons de lentilles dont l'auteur s'était fervi, ou qui lui femblaient préfenter certains avantages. Ce qu'on y trouve de plus remarquable, c'eft, à notre avis, fa préoccupation permanente de déterminer la pofition la plus favorable de l'œil de l'obfervateur, fa découverte de la relation qui exifte entre le diamètre de l'anneau oculaire et le groffiffement des lunettes, et la defcription de ce qu'on appelle maintenant l'oculaire de Huygens.

Avant de finir nous devons encore avertir le lecteur de ce que les dates des propofitions inférées dans ce troifième Livre font quelquefois plus ou moins incertaines. Nous avons déjà fait allufion à cette incertitude dans la note 1 de la p. 252 à propos de la Prop. III qui traite de l'oculaire de Huygens. Toutefois il eft fûr que toutes ces propofitions exiftaient vers l'année 1667 dans la forme que nous leur connaiffons, et que du moins quelques unes des cinq propofitions que nous reproduifons ont dû faire partie du traité dont l'achèvement fut annoncé à Grégoire de Saint-Vincent le 5 janvier 1654 [6]).

Remarques fur les différentes propofitions du troifième Livre.
Oculaire de Huygens.

La Prop. I (p. 245—247) a déjà été mentionnée [7]). Elle apprend à approprier la longueur de la lunette à la diftance des objets, et à la conftitution de l'œil d'un obfervateur myope [8]).

La Prop. II (p. 247—253) s'occupe d'un appareil employé par Scheiner pour fes obfervations des taches du foleil [9]). Il s'agit de projeter fur un écran l'image du foleil qu'on peut obtenir en allongeant convenablement une lunette hollan-

---

[6]) Comparez la p. IV de cet Avertissement.

[7]) Voir la p. XLVIII.

[8]) Voir sur le cas du presbyte la p. 775 du présent Tome.

[9]) Voir dans sa „Rosa Ursina", ouvrage cité dans la note 5 de la p. 194 du T. II, aux pp. 76 et 103 du Liv. II, les Chap. VIII. „Immissionis telioscopicæ Machina, & eiusdem partes, atque stereographica delineatio, & in usu impedimentis" et XXII. „Machinæ observatoriæ verticalis eiusque partium explicatio uberior". Ajoutons que de tels appareils furent déja

daiſe ou keplérienne. Huygens calcule l'allongement néceſſaire et diſcute la grandeur de l'image et ſa clarté.

Dans la Prop. III (p.253—259) Huygens décrit l'oculaire compoſé de deux lentilles convexes qui porte ſon nom et qu'il préfère à une lentille unique parce qu'il donne un champ plus étendu, une image moins déformée et que les défauts d'homogénéité y ſont moins nuiſibles [1]). Huygens indique la raiſon de ce dernier avantage, mais il ne juſtifie pas les deux autres. En effet, dans cette première Partie de la Dioptrique il ne traite pas encore ſyſtématiquement de la grandeur du champ viſuel, comme il le fera plus tard dans la troiſième Partie [2]), et la queſtion du calcul de la diſtorſion des images ne l'a jamais occupé qu'incidemment [3]). On doit donc admettre que l'expérience a eu la plus grande part dans l'invention de ſon oculaire; on en aperçoit la trace dans les valeurs aſſez différentes qu'il a recommandées suceſſivement pour les rapports entre la diſtance mutuelle des lentilles et leurs diſtances focales [4]). D'ailleurs il ne ſe cacha pas de ce qui manquait encore à ſa théorie lorſqu'il écrivit vers la fin de la Prop. IV (p. 265) „Et certes, il ſerait malaiſé de donner à ce ſujet" (c'eſt-à-dire: les combinaiſons différentes de lentilles oculaires) „des préceptes théoriques, parce que la conſidération des couleurs ne peut être réduite à des lois géométriques, et qu'il eſt fort difficile de calculer d'une manière ſatiſfaiſante

---

mentionnés par Kepler dans sa „Dioptrice" aux Prop. XXCIIX „Duobus convexis pingere visibilia super papyro situ erecto. Problema diu quæsitum" (p 44) et CV. „Visibilia lente cava & convexa pingere super papyro majori quantitate, quàm per solam convexam, sed eversa (p. 54)".

[1]) Consultez de plus à ce propos les pp. 152 et 242 du T. IV, écrites dans les premiers mois après l'invention, en 1662, de son oculaire.

[2]) Voir les Prop. II (p. 451—453), III (aux p. 459—461), IV (à la p. 467) et V (p. 469—473).

[3]) Consultez à ce sujet le § 14 (p. 615—617) de l'Appendice VI à la troisième Partie et l'Appendice VII (p. 618—620) qui se rapporte à l'oculaire de Huygens. Comparez d'ailleurs les p. XC—XCII de cet Avertissement.

[4]) Voir la note 1 de la p. 254. Inutile de dire que ces rapports ne satisfont pas, ou seulement fortuitement, à la condition de l'achromasie $e = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$, où e représente la distance mutuelle des lentilles, f_1 et f_2 leurs distances focales; condition qu'on impose ajourd'hui à tous les oculaires à deux lentilles (voir p. e. Gleichen, Lehrbuch der geometrischen Optik, Leipzig, Teubner, 1902, p. 339), mais qui n'avait pas de raison d'être avant l'invention des objectifs achromatiques; en effet les mesures recommandées par Huygens étaient successivement: $f_1 = 4$ à 5 fois f_2; $f_1 = 3f_2$ (ou un peu plus); $f_1 = 4f_2$ (ou un peu plus); $f_1 = 4f_2$ (ou un peu moins), combinées toujours avec $e = 2f_2$ (ou environ).

cette courbure des lignes droites qu'on voit ſouvent près des bords des lentilles".

Les Propoſitions IV (p. 259—265) et V (p. 265—269) ſe rapportent au redreſſement des images, néceſſaire dans les lunettes terreſtres. Suivant la première de ces propoſitions une troiſième lentille convexe eſt ajoutée aux deux lentilles d'une keplérienne; d'après la ſeconde un petit miroir plan eſt placé devant l'oculaire. Le premier de ces arrangements avait déjà été indiqué par Kepler [5]). Dans le texte et dans une pièce beaucoup plus récente que nous avons ajoutée comme Appendice (p. 271), Huygens donne les diſtances focales des lentilles et leurs diſtances mutuelles. Plus tard il a toutefois déconſeillé l'emploi de cet arrangement au profit d'un autre à quatre lentilles, dû à Campani, par lequel on obtient un champ de viſion plus vaſte avec moins de diſtorſion et moins de couleurs aux bords des images [6]).

Quant à l'emploi du petit miroir de la Prop. V, il a le déſavantage de „faire voir à notre gauche, ce qui ſe trouve à notre droite", mais Huygens fait ſuivre que „c'eſt là un faible inconvénient, pourvu qu'on en ſoit averti"; toutefois cet arrangement, auquel Huygens attacha longtemps une certaine importance [7]), a été délaiſſé aujourd'hui, du moins ſous la forme que Huygens lui avait donnée. On l'a remplacé, là où il pouvait être utile, par l'emploi de ſyſtèmes de priſmes à réflexion totale, amenant un redreſſement complet [8]).

En parcourant ces trois dernières Propoſitions III, IV et V, on ſera frappé du ſoin avec lequel Huygens indique chaque fois le lieu où l'œil doit être placé de préférence, c'eſt-à-dire là où ſe forme une image de l'ouverture de l'objectif [9]). En effet, il explique comment, lorſque la pupille de l'œil coïncide avec ce qu'on appelle maintenant l'„anneau oculaire" ou la „pupille de ſortie", on obtiendra toujours la plus grande étendue du champ viſuel et la plus grande clarté. La

---

5) Voir la Prop. XXCIX, p. 45 de la „Dioptrice." „Tribus convexis erecta & distincta & maiora præstare visibilia".

6) Voir la note 2 de la p. 259 et les pp. 461, 469 et 774 du présent Tome.

7) Voir la note 3 de la p. 264 et consultez aussi le § 2 (p. 600) de l'Appendice VI à la troisième Partie, où l'on trouvera une instruction pour l'usage des lunettes à miroir.

8) Voir p. e. les p. 420—429 de l'article de S. Czapski „Das Fernrohr" dans le „Handbuch der Physik" de A. Winkelmann „sechster Band, Optik, zweite Auflage", Leipzig, Barth, 1906.

9) Comparez les pp. 255, 259 et 267.

relation qui exiſte entre le groſſiſſement et le diamètre de cette pupille de ſortie, comparé à celui de l'objectif, relation ſur laquelle plus tard Ramſden a fondé l'emploi de ſon „dynamètre", n'a non plus échappé à Huygens [1]).

DEUXIÈME PARTIE: DE L'ABERRATION DES RAYONS HORS DU FOYER. 1666.

Origine probable des recherches de Huygens ſur l'aberration ſpherique des lentilles.

La définition des foyers comme points limites [2]) devait mener néceſſairement à des calculs ſur ce que Molyneux appelait plus tard, „la profondeur du foyer" [3]), c'eſt-à-dire ſur l'aberration ſphérique longitudinale des lentilles. Auſſi Huygens ne tarda pas à s'occuper de ce problème. Nous ſavons que déjà avant le mois de mars 1653, à l'époque de la conception de la première Partie de ſa Dioptrique, il avait fait des calculs ayant pour but de comparer l'aberration ſphérique d'une lentille planconvexe dans les deux poſitions différentes: „lorſque la ſurface convexe eſt oppoſée aux rayons incidents" et „lorſque la ſurface plane leur eſt oppoſée" [4]). Nous ne connaiſſons pas ces calculs, mais il nous ſemble probable qu'ils reſſemblaient à ceux qu'on trouve mentionnés aux pp. 283—287, qui furent exécutés d'après les formules abſolument rigoureuſes que Huygens apprenait plus tard à remplacer par des règles approximatives beaucoup plus ſimples. Or, la grande différence entre les valeurs de l'aberration dans les deux poſitions de la lentille planconvexe [5]) devait naturellement faire ſurgir la queſtion de ſavoir s'il ne ferait pas poſſible de diminuer encore cette aberration en donnant une autre forme à la lentille, p. e., en choiſiſſant le rapport des deux rayons d'une lentille biconvexe de telle manière que, pour une diſtance focale et une ouverture données, l'aberration ſphérique devint un minimum. Que c'était là, en effet, le but principal des nouvelles recherches commencées en 1665, eſt prouvé par l'en-tête qu'il avait donné primitivement à la Prop. IV „Quænam lens ſphæ-

---

[1]) Voir la p. 257 et comparez la p. XXXVIII de cet Avertiſſement.
[2]) Voir les p. 17—19 du preſent Tome.
[3]) Voir la p. 24 de l'ouvrage mentionné à la p. XXII.
[4]) Voir la p. 83 du préſent Tome.
[5]) Voir la p. 287.
[6]) Voir la note 3 de la p. 280.

rica convexa melius radios parallelos colligat inveſtigare" [6]). Et lorſque, en 1669, Huygens envoya à la Société Royale de Londres les anagrammes qui contenaient ses découvertes principales [7]), c'était encore la réponſe à cette queſtion qui conſtituait l'un des deux anagrammes relatifs à ſes recherches ſur l'aberration ſphérique [8]).

Définition de l'épaiſſeur d'une lentille, *donnée par Huygens.*

Un des artifices dont Huygens s'eſt ſervi afin d'obtenir des règles ſimples et élégantes pour le calcul approximatif de l'aberration ſphérique des lentilles conſiſte dans l'introduction de la notion de ce que nous appellerons l',,épaiſſeur mathématique" d'une lentillle, grandeur qu'il définit (p. 277) comme la *différence* des épaiſſeurs au milieu et au bord. Il ſuppoſe, comme première approximation, que l'aberration ne dépend pas de l'épaiſſeur réelle de la lentille, mais de cette épaiſſeur mathématique, de ſorte que dans les calculs on peut conſidérer comme nulles l'épaiſſeur au centre d'une lentille concave et l'épaiſſeur au bord d'une lentille convexe. Toutefois on cherchera vainement dans l'œuvre de Huygens une démonſtration ſyſtématique de la juſteſſe de cette ſuppoſition et, puiſque c'eſt là un point dont la valeur des réſultats de Huygens dépend en partie, on nous permettra de nous y arrêter un inſtant. Nous montrerons que, ſi ce que nous apellerons l',,épaiſſeur supplémentaire" (c'eſt-à-dire l'épaiſſeur d'une lentille concave au centre et d'une lentille convexe au bord) reſte petite par rapport aux rayons de courbure et aux diſtances de l'objet et de l'image à la lentille, elle peut être negligée quand il s'agit d'une première approximation, et nous le ferons de manière que la démonſtration ſoit valable auſſi bien pour un faiſceau de rayons correſpondant à un point quelconque de l'axe que pour un faiſceau de rayons parallèles à l'axe et même pour un faiſceau entaché déjà d'aberration ſphérique par des réfractions ou réflections préalables [9]).

Soit donc h la demi-largeur d'une lentille biconvexe, c'eſt-à-dire le rayon du

---

7) Voir les pp. 355 et 487—490 du T. VI.

8) L'autre „Lens e duabus composita hyperbolicam æmulatur" se rapportait à l'invention de 1669, dont nous parlerons plus loin; voir les p. LXII—LXVI de cet Avertissement.

9) Dans la démonstration de la Prop. VII (p. 309) qui exprime que dans une lentille convexe les aberrations des rayons parallèles sont entre elles comme les carrés des distances à l'axe, Huygens a bien été forcé de tenir compte de l'épaisseur réelle; en effet dans l'Appendice II (p. 376—378), où cette démonstration est effectuée pour le cas le plus général, on trouve des raisonnements analogues à ceux dont nous nous servirons.

cercle ſuivant lequel ſes deux ſurfaces ſphériques de rayons R_1 et R_2 ſe coupent, alors l'épaiſſeur e de la lentille, que nous ſuppoſons d'abord ſans épaiſſeur ſupplémentaire, ſera égale dans une première approximation à $\frac{1}{2}h^2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ [1]). Elle ſera donc de l'orde h^2 et, d'après les calculs de Huygens, l'aberration ſphérique longitudinale ſera du même ordre. Nous pourrons donc négliger *en fin de compte* les termes d'un ordre plus élevé que le deuxième, ce qui n'empêche pas, comme on le verra, qu'on doive aller au commencement juſqu'au troiſième ordre inclus.

Soit maintenant α l'angle ſous lequel un rayon de lumière s'approche de l'axe à l'intérieur de la lentille; β celui qu'il fait avec l'axe après ſa réfraction, au point P, à la ſurface poſtérieure de rayon R_2; ſoit Q le point où il coupe l'axe, M le centre de la ſurface poſtérieure; P_1 la projection du point P ſur l'axe; A le point où l'axe coupe la ſurface poſtérieure; ſoit, de plus, $PP_1=y$, $AQ=d$, $\angle PMA=\psi$; alors la loi des ſinus exige: $\sin(\psi+\beta)=n\sin(\psi+\alpha)$, où $\sin\psi=\frac{y}{R_2}$, $\operatorname{tg}\beta=\frac{y}{d+\frac{y^2}{2R_2}}$; donc $\psi=\frac{y}{R_2}+\frac{y^3}{6R_2^3}$, $\beta=\frac{y}{d}-\frac{y^3}{2d^2R_2}-\frac{1}{3}\frac{y^3}{d^3}$.

De ces équations on déduit *comme première approximation*, $\alpha=\frac{1}{n}\beta-\frac{n-1}{n}\psi=py$, où $p=\frac{1}{nd}-\frac{n-1}{nR_2}$, et enſuite *comme ſeconde approximation*:

$$\alpha=\frac{1}{n}\beta-\frac{n-1}{n}\psi+\frac{1}{6}(\psi+\alpha)^3-\frac{1}{6n}(\psi+\beta)^3=py+qy^3,$$

où

$$q=-\frac{1}{2nd^2R_2}-\frac{1}{3nd^3}-\frac{n-1}{6nR_2^3}+\frac{1}{6}\left(\frac{1}{R_2}+p\right)^3-\frac{1}{6n}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{d}\right)^3.$$

Suppoſons maintenant qu'on ajoute à la lentille du côté de la ſurface poſtérieure une épaiſſeur ſupplémentaire e'. Nous pourſuivons alors le même rayon de lumière, de manière que l'angle α ne change pas, et R_2 non plus, mais que les autres grandeurs prennent de nouvelles valeurs que nous indiquons par d', y', p', q'. On aura donc $py+qy^3=p'y'+q'y'^3$, c'eſt-à-dire:

---

[1]) Remarquons que, pour pouvoir appliquer cette expression dans tous les cas, on devra considérer comme des grandeurs négatives les rayons de courbure des surfaces concaves et admettre, par conséquent, pour e une valeur négative dans toutes les lentilles concaves; c'est ce que nous supposons dans les formules qui se présenteront dans la suite.

$$\frac{y}{nd}-\frac{(n-1)y}{nR_2}+qy^3=\frac{y'}{nd'}-\frac{(n-1)y'}{nR_2}+q'y'^3.$$

Posant alors $d'=d+\delta$, il s'agit de calculer δ. À cet effet l'équation nous donne, en négligeant les termes d'un ordre suffisamment élevé:

$$\frac{y\delta}{nd^2}(1-ry^2)=p(y'-y)+q(y'^3-y^3),$$

où

$$r=\frac{1}{dR_2}+\frac{1}{d^2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_2}+p\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{d}\right)^2.$$

Or, on a comme première approximation $y-y'=\alpha e'=pe'y$, et l'on trouve ensuite [2]):

$$y-y'=pe'y+se'y^3,$$

où

$$s=\frac{p^2}{R_2}+q+\frac{1}{3}p^3.$$

On en déduit:

$$\delta=-nd^2p^2e'-nd^2p\,(3q+pr+s)\,e'y^2.$$

où le dernier terme peut être négligé par rapport à l'aberration (de l'ordre de y^2) qui dépend de l'épaisseur mathématique; pourvu seulement que e' reste petit par rapport a R_2 et à d.

On voit donc que le déplacement que les points d'intersection des rayons avec l'axe subiront par l'addition de l'épaisseur supplémentaire e' sera représenté par l'expression $e'-nd^2\left[\frac{1}{nd}-\frac{n-1}{nR_2}\right]^2e'=\left[1-\frac{1}{n}\left(1-\frac{(n-1)d}{R_2}\right)^2\right]e'$, et il est clair que ce déplacement, égal pour tous ces points, ne changera pas la valeur de l'aberration sphérique longitudinale, calculée comme première approximation [3]).

Déduction des règles approximatives pour l'aberration sphérique longitudinale hors du foyer.

Afin de déterminer l'aberration sphérique d'une lentille pour des rayons incidents parallèles à l'axe, Huygens s'occupe en premier lieu de la distance FF_1 entre

[2]) Puisqu'on a comme seconde approximation $y-y'=\left(e'+\frac{y^2-y'^2}{2R_2}\right)\text{tg}\alpha$.

[3]) Comparez encore la p. LXXVIII qui suit.

le foyer F, c'eſt-à-dire le point où les rayons les plus rapprochés de l'axe (ou leurs prolongements) atteignent cette ligne, et le point correſpondant F_1 pour un rayon qui a traverſé la lentille à une diſtance *h* de l'axe. Si l'on déſirait pour cette grandeur FF_1 des formules abſolument rigoureuſes, cela exigerait ſouvent des calculs très compliqués; c'eſt pourquoi Huygens ſe contente d'exécuter ce calcul pour un exemple numérique dans chacun des deux cas d'une lentille planconvexe recevant les rayons ſur ſa ſurface plane ou ſur ſa ſurface courbe [1]) et d'indiquer la marche à ſuivre dans les autres cas [2]). Mais il baſe ſes concluſions ſur des formules approximatives, qu'il déduit dans un des Appendices [3]), et qui ſuffiſent pleinement pour les beſoins de la pratique, comme il le montre en comparant dans les cas de la lentille planconvexe, les réſultats numériques obtenus par ces formules avec ceux qu'on obtient par la méthode rigoureuſe [4]).

Ces formules peuvent ſe réſumer en une ſeule. Soient R_1 et R_2 les rayons de courbure des ſurfaces antérieure et poſtérieure d'une lentille, le rayon étant conſidéré comme poſitif pour une ſurface convexe, et *n* l'indice de réfraction. On aura alors, ſi la diſtance FF_1 eſt appelée poſitive quand elle a la direction des rayons incidents, et négative dans le cas contraire,

$$(1)\quad FF_1 = -\frac{h^2}{2n(n-1)R_1R_2(R_1+R_2)}\left\{n^3R_1^2 + (2n^3-2n^2-n)R_1R_2 + \right.$$
$$\left. + (n^3-2n^2+2)R_2^2\right\}.$$

Si l'on prend pour *h* le rayon de la périphérie de la lentille, on trouvera l'aberration des rayons extrêmes. C'eſt cette grandeur que Huygens conſidère en premier lieu, mais il démontre en outre [5]) que, pour un rayon qui arrive en un point quelconque de la lentille, l'aberration eſt proportionnelle au carré

---

[1]) Voir les p. 283—287 du préſent Tome.

[2]) Voir les pp. 289—291, 297—301.

[3]) Voir pour les deux cas de la lentille planconvexe les §§ 1 et 2 de l'Appendice I de 1665 (p. 355—360), pour la lentille biconvexe le § 3 (p. 360—364), pour la concavo-convexe les § 4 et 5 (p. 368—371), pour la biconcave le § 6 (p. 371—374) toujours du même Appendice. De plus, l'un des cas de la lentille planconvexe, celui où elle tourne ſa ſurface convexe vers les rayons incidents, eſt traité de nouveau dans le § 6 (p. 402—404) de l'Appendice V et au § 3 (p. 419—420) de l'Appendice VII de 1669; de même, celui de la lentille biconvexe ſymétrique au § 7 (p. 405—406) de l'Appendice V qui date encore de la même année 1665.

[4]) Voir les p. 285—287.

[5]) Voir, pour les deux cas de la lentille planconvexe et pour celui de la lentille biconcave, ſuppoſée ſans épaiſſeur ſupplémentaire, la Prop. V (p. 309—313) et pour celui de la lentille biconvexe l'Appendice II (p. 376—378) et la note 9 de la p. LIII de cet Avertiſſement.

de la diſtance h. Si maintenant on introduit l'épaiſſeur mathématique e, dont nous avons parlé plus haut [6]) et qui eſt égale à $\frac{1}{2}h^2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$, la formule (1) prend la forme:

$$(2) \qquad FF_1 = -\frac{e}{n(n-1)}\cdot\frac{n^3R_1^2+(2n^3-2n^2-n)R_1R_2+(n^3-2n^2+2)R_2^2}{(R_1+R_2)^2},$$

où le ſecond facteur ne dépend plus que du rapport des diamètres des deux ſurfaces courbes, ce qui veut dire qu'il prend une même valeur pour les lentilles que Huygens appelle „de même eſpèce" [7]). Poſant enſuite, comme Huygens le fait toujours, $n=\frac{3}{2}$, on aura:

$$FF_1 = -\frac{1}{6}e\cdot\frac{27R_1^2+6R_1R_2+7R_2^2}{(R_1+R_2)^2}.$$

C'eſt cette équation que Huygens a trouvée pour différentes formes de lentilles [8]). Bien entendu, comme il ne ſimplifie pas ſes calculs par l'introduction de grandeurs négatives, il doit traiter chaque forme de lentille ſéparément.

Ajoutons que Huygens a auſſi exprimé ſucceſſivement l'aberration en fonction de l'épaiſſeur e, de la diſtance focale f, et d'un des rayons de courbure R_1 ou R_2, dont R_1 repréſente toujours celui de la ſurface expoſée aux rayons incidents. En négligeant l'épaiſſeur de la lentille (ce qui eſt permis lorſqu'il s'agit de la tranſformation des derniers facteurs de (1) et de (2)), on peut écrire:

$$(3) \qquad \frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

Éliminant d'abord R_1 à l'aide de cette formule, on trouve

$$FF_1 = -\frac{e}{n(n-1)}\left\{n^3-2n^2+2+(n-1)(2n^2-n-4)\frac{f}{R_2}+\right.$$
$$\left.+(n-1)^2(n+2)\frac{f^2}{R_2^2}\right\},$$

[6]) Voir la p. LIII de cet Avertiſſement.

[7]) Voir la p. 315 du préſent Tome.

[8]) Comparez les pp. 291, 293, 303 et 305.

ou, pour $n = \frac{3}{2}$,

(4) $$FF_1{}^{1)} = -\frac{1}{6}e\left(7 - 4\frac{f}{R_2} + 7\frac{f^2}{R_2^2}\right).$$

Enſuite, par l'élimination de R_2, on trouve:

$$FF_1 = -\frac{e}{n(n-1)}\left\{n^3 - n(n-1)(2n+1)\frac{f}{R_1} + (n-1)^2(n+2)\frac{f^2}{R_2^2}\right\},$$

ou, pour $n = \frac{3}{2}$,

(5) $$FF_1{}^{2)} = -\frac{1}{6}e\left(27 - 24\frac{f}{R_1} + 7\frac{f^2}{R_1^2}\right).$$

C'eſt de ces formules (4) et (5), ou plutôt de celles qu'on en déduit en changeant, ſuivant le cas, les ſignes de R_1, R_2 et de f, de manière à n'introduire que des grandeurs poſitives, que Huygens a pu conclure que l'aberration d'une lentille concavo-convexe (ou „méniſque" comme il l'appelle) eſt toujours plus grande que celle d'une lentille planconvexe de même diſtance focale, et qu'elle eſt d'autant plus grande que le plus grand des deux rayons R_1 et R_2 eſt plus petit. Il en eſt de même avec l'autre genre de „méniſque", c'eſt-à-dire avec la lentille convexo-concave [3]).

Notons encore qu'on a:

(6) $$e = \frac{h^2}{2(n-1)f},$$

d'où il réſulte que deux lentilles dont les ouvertures et les diſtances focales ſont égales ont auſſi la même épaiſſeur mathématique. Ce dernier théorème eſt démontré dans la Prop. III [4]).

Nous ne répéterons pas ici toutes les conſéquences que Huygens tire de ſes formules. Il ſuffira de dire qu'il inſiſte ſur le changement dans l'aberration produit

[1]) Voir les pp. 295 et 305.
[2]) Voir les pp. 295 et 307.
[3]) Ce n'est pas du premier coup que Huygens a trouvé ces résultats; comparez la note 3 de la p. 295 et la note 9 de la p. 369. Remarquons que les notations q, a, n, d de Huygens correspondent à nos notations e, R_1, R_2, f.
[4]) Voir la p. 277.

par le retournement d'une lentille [5]) et qu'il n'a pas manqué le but que probablement il s'était proposé au commencement de ses recherches, c'est-à-dire de déterminer la meilleure forme qu'on peut donner à une lentille au point de vue de l'aberration sphérique. Il trouve que, pour une telle lentille, R_1 est égal à $\frac{7}{12}f$; ce qui donne $R_2 = \frac{7}{2}f$. Le rapport des deux rayons de courbure doit donc être de 6 à 1; resultat qui s'applique également au cas de la lentille biconvexe et à celui de la lentille biconcave [6]).

Il est presque superflu d'ajouter que Huygens obtient tous ces résultats par des considérations géométriques élémentaires; elles sont basées sur deux théorèmes qu'il énonce dans les Propositions préliminaires I et II [7]).

Compensation, dans la lunette hollandaise, de l'aberration sphérique de l'objectif par celle de l'oculaire.

Une des applications les plus remarquables que Huygens ait faites des formules qui précèdent est exposée dans la Prop. IX où il énonce le théorème que l'aberration de l'objectif peut être compensée par celle de l'oculaire si l'on prend pour ce dernier une lentille concave. „Personne ne soupçonnait" dit-il [8]) „que le défaut des lentilles convexes pût être corrigé à l'aide des lentilles concaves. Mais nous démontrerons ici que cette correction est possible et que, par conséquent, les télescopes de ce genre peuvent être rendus plus parfaits que ceux qu'on construit ordinairement". Et encore [9]): „L'utilité des lunettes de ce genre, l'avantage qu'elles ont sur celles qu'on a construites ordinairement jusqu'à ce jour à l'aide de lentilles convexes et concaves sera d'abord celui-ci qu'elles rendront la vision plus nette, attendu qu'elles envoient parallèlement à l'œil les rayons issus des différents points de l'objet, à-peu-près comme le feraient des verres de forme elliptique ou hyperbolique; mais surtout que, sans être plus longues que les télescopes ordinaires, elles pourront grossir beaucoup plus les objets, vu que leur lentille

[5]) Voir les pp. 285, 287 et 293,
[6]) Voir les pp. 291, 293 et 303.
[7]) Voir les pp. 273 et 275.
[8]) Voir la p. 319.
[9]) Voir la p. 331.

extérieure souffrira une ouverture plus grande que celle des télescopes ordinaires parce que l'aberration de cette lentille, due à la propriété de la figure sphérique, est corrigée par la lentille oculaire".

À ce propos nous remarquerons d'abord que le dernier facteur dans l'expression (2) est toujours positif (il ne pourrait devenir négatif que pour $n < \frac{1}{4}$ [1])) et que le signe de FF_1 est donc opposé à celui de e et par suite à celui de f [2]). Cela veut dire que le point F_1 se trouve toujours entre la lentille et le foyer F.

Considérons maintenant pour l'objectif les points F et F_1, et soient F' et F'_1 les points analogues pour l'oculaire dans le cas où il recevrait des rayons parallèles à l'axe venant du côté de l'œil; il est clair que la compensation désirée aura lieu si F coïncide avec F' et en même temps F_1 avec F'_1, et que cela peut arriver avec un oculaire concave, parce que alors F_1 est plus rapproché de l'objectif que F, et F'_1 plus rapproché de cette lentille que F'.

La condition pour la compensation se trouve le plus facilement si l'on introduit dans la formule (1) l'angle θ formé par l'axe et le rayon qui a traversé la lentille à une distance h du centre. Si l'on se contente toujours du degré d'approximation atteint dans les formules précédentes on peut poser $h = f \operatorname{tg} \theta = \frac{R_1 R_2 \operatorname{tg}\theta}{(n-1)(R_1+R_2)}$, et on aura:

$$FF_1 = -\frac{\operatorname{tg}^2\theta}{2n(n-1)^2} f\omega, \tag{7}$$

où

$$\omega = \frac{n^3 R_1^2 + (2n^3 - 2n^2 - n) R_1 R_2 + (n^3 - 2n^2 + 2) R_2^2}{(R_1+R_2)^2}.$$

Pour obtenir la compensation, il faut évidemment que les valeurs de $\frac{f\omega}{n(n-1)^2}$ pour l'objectif et pour l'oculaire soient égales mais de signes opposés. Si donc nous supposons que les matières de l'objectif et de l'oculaire ne sont pas différentes et si nous distinguons par des accents les grandeurs qui se rapportent à l'oculaire,

---

[1]) Puisque le discriminant du numérateur, considéré comme forme quadratique en R_1 et R_2, est égal à $n^2\left(n-\frac{1}{4}\right)$.

[2]) Comparez la note 1 de la p. LIV de cet Avertissement.

nous aurons $\omega' = -\frac{f}{f'}\omega = g\omega$, où g repréfente le groffiffement. On en tire, en pofant $n = \frac{3}{2}$,

$$(8)\qquad (8g\omega - 27)\frac{R'^2_1}{R'^2_2} + (16g\omega - 6)\frac{R'_1}{R'_2} + (8g\omega - 7) = 0,$$

ou bien:

$$(9)\qquad \frac{R'_1}{R'_2} = -\frac{8g\omega - 3}{8g\omega - 27} \pm \frac{2}{8g\omega - 27}\sqrt{56g\omega - 45}.$$

La grandeur ω eft déterminée par le rapport des rayons de courbure de l'objectif; donc, fi cette lentille eft donnée et fi l'on a fixé le groffiffement, la formule (9), combinée avec (3), nous apprend quel oculaire il faut employer.

Comme ω eft toujours fupérieur ou égal à $\frac{45}{56}$, valeur minimum qu'il atteint pour $R_2 = 6R_1$, les racines de l'équation (8) font réelles, et comme les coefficients du deuxième et du troifième termes de l'équation font pofitifs pour toutes les valeurs de g dont il peut être queftion, les fignes algébriques des racines feront déterminés par celui du coefficient du premier terme. On peut donc conclure que, pour un groffiffement inférieur à $\frac{27}{8\omega}$ [3]), il y a une racine pofitive et une racine négative. On pourra alors fatisfaire aux conditions du problème avec une lentille biconcave. Si, au contraire, le groffiffement furpaffe la valeur $\frac{27}{8\omega}$ (ce qui eft certainement le cas lorfqu'il eft fupérieur à $\frac{21}{5}$ [4])) les racines font négatives toutes les deux, de forte qu'il y aura deux lentilles convexo-concaves qu'on pourra employer. Rappelons que R'_1 appartient à la furface qui eft cenfée recevoir le faifceau de rayons parallèles, c'eft-à-dire, dans le cas préfent, à celle qui eft

[3]) D'après la formule (2) on peut aussi écrire $\frac{9}{2}\cdot\frac{e}{F_1F}$ pour $\frac{27}{8\omega}$; comparez les dernières lignes de la p. 321.

[4]) Puisque $\omega \geqq \frac{45}{56}$, comme nous l'avons vu.

tournée vers l'œil et que l'une des racines de l'équation (8) eſt ſupérieure et l'autre inférieure à l'unité en valeur abſolue [1]); il en réſulte que dans la première de ces deux ſolutions c'eſt le côté convexe et dans l'autre le côté concave de l'oculaire qui doit ſe trouver du côté de l'oeil.

Huygens choiſit la première ſolution parce qu'elle conduit à la courbure la moins forte de la ſurface concave [2]). En effet, déſignons par $-a_1$ celle des deux racines dont la valeur abſolue eſt ſupérieure à l'unité et par $-a_2$ l'autre racine. On a alors, par ſuite de la relation (3), dans la première ſolution $R'_2 = (n-1)(1-\frac{1}{a_1})f'$, et dans la ſeconde $R'_1 = (n-1)(1-a_2)f'$; mais, puiſque $a_1 a_2 = \frac{8g\omega-7}{8g\omega-27}$ eſt ſupérieur à l'unité, on aura $a_2 > \frac{1}{a_1}$. Par conſéquent le rayon R'_2 de la ſurface concave de la première ſolution ſera plus grand que le rayon R'_1 de la ſurface concave de la ſeconde ſolution.

C'eſt en ſe ſervant d'un calcul qui revient à l'application de la formule (9) priſe avec le ſigne inférieur que Huygens a calculé la table numérique qu'on trouve à la p. 329. La conſtruction de cette table eſt une preuve de plus de l'importance que Huygens attacha à ſa découverte. Or, dans la note 4 de la p. 331 nous avons relaté les circonſtances qui en ont retardé et enſuite fait abandonner la réaliſation.

L'invention de février 1669 et les recherches ſur l'aberration ſphérique longitudinale d'un faiſceau de rayons correſpondant à un point quelconque de l'axe de la lentille.

On voit dans la note que nous venons de citer que la principale raiſon qui a conduit Huygens à renoncer à ſon projet de corriger l'aberration de l'objectif par celle de l'oculaire était: qu'il croyait avoir trouvé mieux. En effet, la méthode ſuivie n'était applicable qu'à la lunette hollandaiſe, et pour ſes recherches aſtronomiques Huygens avait beſoin de lunettes à oculaire convexe qui

---

[1]) Puiſque la plus grande des racines ſurpaſſe $\frac{8g\omega-3}{8g\omega-27}$ en valeur abſolue, et que leur produit eſt égal à $\frac{8g\omega-7}{8g\omega-27} < \frac{8g\omega-3}{8g\omega-27}$.

[2]) Voir les dernières lignes de la p. 321.

[3]) Comparez la p. 319.

présentent un champ de vision plus étendu [3]). Il valait donc mieux obtenir la compensation dans la lentille objective elle-même à laquelle la plus grande partie de l'aberration doit être attribuée; celle de l'oculaire étant même négligeable dans les circonstances ordinaires [4]). Cela était possible si l'on composait l'objectif de deux lentilles différentes dont l'une était convexe et l'autre concave. C'est là l'invention de février 1669, qui supplantait dans l'esprit de Huygens celle de 1665 dont nous venons de parler.

On pouvait placer la lentille concave auxiliaire derrière ou bien devant la lentille convexe, mais dans les deux cas, traités tous les deux par Huygens [5]), la seconde lentille recevrait un faisceau de rayons, non plus parallèles, mais correspondant à un point donné de l'axe. Pour déterminer les rayons de courbure des lentilles de manière à obtenir la compensation nécessaire, il fallait donc calculer l'aberration sphérique d'un faisceau correspondant à un point de l'axe d'une lentille.

Or, déjà en 1665 Huygens s'était occupé de ce problème, mais sans réussir dans la solution générale. Il avait indiqué la voie à suivre, mais il avait été rebuté par la complication des expressions mathématiques [6]). Il s'était contenté d'examiner quelques uns des cas qui se présentent quand il ne s'agit que d'une seule surface séparant deux milieux différents [7]). Cette solution peut suffire lorsque la lentille auxiliaire se trouve en arrière de la lentille convexe. On n'a qu'à choisir alors la surface d'entrée de la lentille auxiliaire de sorte qu'on obtienne une compensation complète dans le cas où les rayons ne sortiraient pas de la matière dont cette lentille est composée. Prenant ensuite le point de concours de ces rayons pour centre de la surface de sortie [8]) on parvient à ne

---

[4]) Comparez la p. 341.

[5]) Le premier dans l'Appendice VI, p. 408; le second dans l'Appendice VII, p. 418.

[6]) Voir la note 3 de la p. 395 et la note 2 de la p. 396. Dans cette dernière note on trouve l'expression à laquelle Huygens aurait dû parvenir s'il avait eu la patience de poursuivre ses calculs.

[7]) Voir dans l'Appendice V pour le cas d'une surface convexe sur laquelle tombe un faisceau convergent, le § 1, première partie (p. 392—394); pour celui d'une surface convexe et d'un faisceau divergent le § 2 (p. 397); pour celui d'une telle surface et d'un faisceau divergent venant de l'intérieur le § 3 (p. 398—399); pour un faisceau convergent de cette sorte le § 4 (p. 400); pour le cas d'un faisceau convergent tombant sur une surface plane le § 5 (p 401—402); plus tard Huygens traitait dans l'Appendice VI au § 1 (p. 408—410) le cas d'un faisceau divergent tombant de l'intérieur sur une surface concave.

[8]) Voir la figure de la p. 411 où ce point est indiqué par la lettre M.

troubler en aucune façon la réunion parfaite des rayons dans ce point, qui devient ainsi le foyer de l'objectif composé. Ce fut de cette manière que Huygens calcula successivement les dimensions de la lentille auxiliaire pour un objectif planconvexe dont la surface convexe était tournée du côté des rayons incidents [1]; pour un objectif biconvexe, constitué de manière à donner une aberration minimum [2]; pour un objectif biconvexe symétrique [3]; et enfin pour une lentille planconvexe recevant les rayons sur sa surface plane [4].

Si, au contraire, la lentille auxiliaire se trouve devant la lentille convexe, il est indispensable de savoir déterminer l'aberration causée par cette dernière lentille pour un faisceau de rayons partant d'un point de l'axe. Huygens y réussit pleinement dans le cas d'une lentille planconvexe recevant le faisceau sur sa surface plane [5]. Afin d'appliquer cette solution, il combine une lentille planconvexe tournant sa surface plane vers l'oculaire avec une lentille concave placée devant elle, de sorte que des rayons incidents parallèles à l'axe se réunissent en un point M de l'axe; les dimensions de la lentille concave étant choisies de manière que l'aberration qu'elle donne aux rayons parallèles à l'axe venant de l'extérieur, soit égale à l'aberration, causée par la lentille planconvexe, d'un faisceau qui partirait du point M. Il est facile de se convaincre qu'ainsi le but désiré est atteint.

C'est donc de cette façon qu'il calcule au § 5 de l'Appendice VII (p. 422—424) les dimensions de la lentille auxiliaire qu'il faut placer devant une lentille planconvexe. Ayant déterminé en outre l'aberration d'une lentille biconvexe symétrique, dans le cas particulier où le point dont les rayons émanent est situé à une distance de la lentille égale à deux fois le rayon de courbure des surfaces de la lentille et où, par conséquent, les rayons du faisceau deviennent parallèles à l'axe à l'intérieur de la lentille [6], il en profite pour déterminer au § 7 la forme d'une lentille auxiliaire qu'on peut mettre devant une lentille biconvexe symétrique [7].

Après avoir obtenu ses premiers résultats le 1 février 1669, il compose un ana-

---

[1]) Voir l'Appendice VI au § 2 (p. 411—413) et surtout la figure de la note 9 de la p. 413.
[2]) Voir le § 3 de l'Appendice VI, p. 413—414.
[3]) Voir le § 4 du même Appendice, p. 415.
[4]) Voir le § 5 aux p. 415—416.
[5]) Voir le § 4 de l'Appendice VII, p. 420—422.
[6]) Voir le § 6 de l'Appendice VII, p. 424—426.
[7]) Voir la p. 427.

gramme qui en contient le principe, et qu'il envoie à la Société Royale de Londres le 6 février ſuivant [8]). Mais bientôt un ſcrupule le prend.

Pour comprendre ce ſcrupule il faut ſavoir que le ſeul avantage que Huygens ſe promettait de ce ſyſtème compenſé était de pouvoir élargir de beaucoup l'ouverture de l'objectif ſans nuire à la netteté des images, ce qui permettrait d'augmenter conſidérablement le groſſiſſement ſans rendre les images trop obſcures. Or, pour les grandes ouvertures, auxquelles il fut ainſi conduit, la valeur des formules approchées, dont il s'était ſervi, devenait douteuſe. Afin d'éclaircir cette queſtion, il détermina, d'abord par un calcul rigoureux, enſuite d'après ces formules, l'aberration longitudinale de chacune des deux lentilles d'un objectif compenſé dont l'ouverture était cenſée ſurpaſſer plus de quatre fois celle d'un ſimple objectif de même diſtance focale; les dimenſions de ce dernier étant empruntées à la table que nous mentionnerons plus loin à la p. LXIX. La différence entre les valeurs obtenues par les deux méthodes devait être attribuée aux termes d'ordre plus élevé qui avaient été négligés dans le calcul des dimenſions de la lentille auxiliaire.

Le réſultat de cette enquête ne fut pas très raſſurant [10]) et c'eſt peut-être là une des raiſons pour leſquelles Huygens n'eſſaya pas de mettre en pratique ſon invention nouvelle. Mais probablement telle ne fut pas la raiſon principale de ſon abſtention. Huygens ſavait très bien, en effet, combien il lui ſerait difficile de fabriquer des lentilles aſſez parfaitement ſphériques et répondant aſſez exactement aux courbures calculées qu'il ſerait néceſſaire de le faire pour réaliſer ſon invention. Et plus tard les travaux de Newton lui donnèrent la conviction que dans les téleſcopes un peu longs l'aberration chromatique eſt de beaucoup plus nuiſible que l'aberration ſphérique. Cette dernière raiſon lui ſembla déciſive [11]). Elle fut la cauſe de ce qu'il n'a jamais admis dans ſa Dioptrique ces recherches de 1669, et qu'il en a même écarté celles de 1665 ſur la compenſation de l'aberration de l'objectif par celle de l'oculaire [12]). Toutefois, comme on le ſait,

---

[8]) Comparez la note 8 de la p. LIII de cet Avertissement et la p. 417 du présent Tome.
[9]) Voir l'Appendice VIII, p. 428—432, et surtout la note 4 de la p. 428.
[10]) Consultez la note 11 de la p. 431.
[11]) Voir la note 2 de la p. 409.
[12]) Comparez la p. IX de cet Avertissement.

la difficulté, causée par l'aberration newtonienne, fut entièrement vaincue, beaucoup plus tard, par l'emploi des lentilles achromatiques, et la technique moderne ne recule plus devant la fabrication de lentilles à peu près parfaites ayant des dimensions données d'avance. Ainsi la question de l'élimination de l'aberration sphérique par un choix judicieux de la courbure des surfaces des lentilles s'est imposée de nouveau aux physiciens modernes, et on devra considérer Huygens, sur ce terrain aussi, comme un de leurs principaux précurseurs [1]).

Application des règles obtenues pour l'aberration sphérique à la détermination de l'ouverture et du grossissement admissibles dans un télescope de longueur donnée.

Pendant de longues années Huygens s'est voué au perfectionnement des lunettes avec une persévérance et une patience admirables. Or, dans la construction de ses longs télescopes il s'est constamment laissé guider par des règles théoriques qu'il a cherchées d'abord, dans cette deuxième Partie de sa Dioptrique, en considérant seulement l'aberration sphérique sans compter avec l'aberration chromatique. Toutefois les résultats pratiques ne répondaient pas entièrement à ce que ses règles laissaient entrevoir, et ce ne fut que plus tard, en se servant des découvertes de Newton, qu'il réussit à établir d'autres règles [2]), basées cette fois sur la considération de l'aberration chromatique qu'il avait crue d'abord inaccessible à l'analyse mathématique [3]).

Un point essentiel dans ces théories successives est le rôle qu'y joue la clarté des images, qui se mesure par la quantité de lumière que la rétine reçoit par unité de surface. Huygens expose clairement [4]) que, pour une ouverture donnée de l'objectif, la quantité totale de lumière dont on dispose est également donnée et que, par conséquent, si l'on emploie un oculaire trop grossissant la clarté de l'image deviendra nécessairement trop faible. „Il ne faut donc pas à la légère remplacer la lentille

---

[1]) Il est vrai que l'invention de 1669 est publiée ici pour la première fois; mais celle de 1665 fut au moins mentionnée et expliquée dans la préface (p. 4 et 5) de l'édition de 1703 des „Opuscula Postuma" par de Volder et Fullenius, quoiqu'ils ne l'aient pas reproduite dans le texte de la Dioptrique, se montrant ainsi plus fidèles que nous aux instructions données par Huygens.

[2]) Comparez les pp. IX et XI de cet Avertissement.

[3]) Comparez la note 9 de la p. IX.

[4]) Voir la Prop. X, p. 333—339 du présent Tome.

oculaire par une lentille plus convexe ou plus concave, mais calculer exactement quel agrandissement l'ouverture de la lentille extérieure peut supporter de manière que le télescope ne donne pas en même temps des images moins lumineuses qu'on ne doive les exiger. Et, en vérité, toute la puissance et l'effet d'un télescope quelconque dépendent à ce point de la grandeur de son ouverture qu'après avoir considéré cette dernière on peut, si elle est petite, dire avec certitude que le télescope a peu de puissance, quel que soit le nombre des autres lentilles et de quelque façon qu'elles soient placées à l'intérieur du tube. En effet, pour qu'un grossissement important soit obtenu avec une clarté suffisante il est nécessaire que beaucoup de rayons soient rassemblés, ce qui est absolument impossible si la lentille extérieure n'a pas une grande ouverture" [5]).

Huygens ajoute en passant[6]) que la question est différente pour les microscopes; vu que, dans ses instruments, la clarté de l'image est déterminée par l'ouverture du cône lumineux qu'un point de l'objet envoie dans l'objectif, et qu'on peut remédier à une trop grande obscurité des images en éclairant l'objet plus vivement.

De même que la considération de la clarté des images, celle de leur netteté montre qu'un objectif de lunette de dimensions données ne peut supporter qu'un grossissement qui n'excède pas une certaine limite [7]). À cause de l'aberration sphérique l'image formée par l'objectif n'est pas parfaite, chaque point y étant représenté par un „petit cercle d'aberration" [8]). Il en est de même de l'image formée sur la rétine et pour qu'elle ne soit pas trop confuse il faut que le rayon des petits cercles n'y soit pas trop grand; or, ce rayon augmente avec le grossissement que produit l'oculaire.

Les conditions auxquelles on est amené en suivant les deux ordres d'idées que nous venons d'indiquer, ne sont pas les mêmes; c'est en les combinant que Huygens arrive aux résultats qu'on trouve dans la Proposition XI [9]).

Comme il est difficile de dire quelle est le minimum de clarté suffisant [10]) et le

---

[5]) Voir la p. 337.

[6]) Dans l'alinéa qui commence à la p. 337. Une théorie du microscope semblable à celle de la lunette, traitée ici, ne fut développée par Huygens que beaucoup plus tard. Voir les p. CXIII—CXXXVI de cet Avertissement.

[7]) Comparez la p. 333 du texte de la Dioptrique et les p. 387—388 de l'Appendice III.

[8]) Comparez la note 3 de la p. 315.

[9]) Voir les p. 339—353 et pour un traitement antérieur de la même question l'Appendice III, p. 379—386.

[10]) Comparez les p. 335, 481 et 483.

défaut de netteté admiſſible, Huygens poſe le problème ſous la forme ſuivante: Suppoſons qu'on poſſède une lunette qui donne des réſultats ſatiſfaiſants ſous le rapport de la clarté et de la netteté des images, et qu'on en veuille conſtruire une autre d'une longueur différente; quelle ouverture de l'objectif et quel groſſiſſement devra-t-on donner à cet inſtrument pour qu'il ait le même degré de perfection que le premier?

Dans la diſcuſſion Huygens remarque qu'à la rigueur il faut auſſi tenir compte de l'aberration qui ſe produit dans la lentille oculaire [1]). Il démontre cependant par un raiſonnement ſur lequel nous reviendrons [2]), qu'on peut négliger cette aberration; ſimplification qui eſt due à ce que la diſtance focale de l'oculaire eſt beaucoup moindre que celle de l'objectif.

Cela poſé, il eſt facile de comparer entre elles les deux lunettes. Soient f et f' les diſtances focales des objectifs, φ et φ' celles des oculaires, g et g' les groſſiſſements linéaires, d et d' les diamètres des ouvertures des objectifs. Si l'on déſire que les images ſoient également claires, il faut que la quantité de lumière reçue par l'objectif ſoit proportionnelle au carré du groſſiſſement linéaire ce qui nous donne $\frac{d}{d'} = \frac{g}{g'} = \frac{f\varphi'}{f'\varphi}$, ou:

$$\frac{d\varphi}{f} = \frac{d'\varphi'}{f'}. \tag{10}$$

Pour comparer les aberrations, nous ſuppoſerons avec Huygens que les deux objectifs ſoient de la „même eſpèce" [3]), ce qui veut dire que le rapport des rayons de courbure des ſurfaces antérieure et poſtérieure eſt le même pour les deux lentilles. Il en réſulte d'après les formules (2) et (6) des pp. LVII et LVIII qu'on aura pour les aberrations longitudinales FF_1 et $F'F'_1$:

$$FF_1 : F'F'_1 = \frac{d^2}{f} : \frac{d'^2}{f'}. \tag{11}$$

Conſidérons maintenant un rayon qui a traverſé l'objectif tout près du bord et qui paſſe par F_1 en faiſant un angle θ avec l'axe. Ce rayon atteindra le „plan

[1]) Voir la p. 341.
[2]) Voir la p. LXX de cet Avertiſſement.
[3]) Voir la Prop. VIII, p. 315.

focal" de l'objectif, c'eſt-à-dire le plan qui eſt mené par le foyer F perpendiculairement à l'axe, en un point H tel que $FH = FF_1 . \mathrm{tg}\theta$.

La diſtance FH eſt alors le rayon du cercle illuminé qui ſe deſſine ſur le plan focal quand l'objectif reçoit un faiſceau de rayons parallèles à l'axe. Suppoſons maintenant que l'œil lui-même ſoit ſans défauts optiques et que la rétine ſoit conjuguée avec le plan focal de l'objectif, qui eſt en même temps le plan focal de l'oculaire. Le rayon du cercle d'aberration, qui ſe forme ſur la rétine et qui n'eſt autre choſe que l'image du cercle dont nous venons de parler, eſt alors donné par l'expreſſion $C \frac{FF_1 . \mathrm{tg}\theta}{\varphi}$, où C eſt une conſtante déterminée par l'état de l'œil. On peut poſer $\mathrm{tg}\theta = \frac{d}{2f}$, de ſorte que cette dernière expreſſion devient $C \frac{FF_1 . d}{2f\varphi}$.

Si l'on exige maintenant que dans le cas des deux lunettes les cercles d'aberration ſur la rétine aient la même grandeur il faut qu'on ait:

$$(12) \qquad \frac{FF_1 . d}{f\varphi} = \frac{F'F'_1 . d'}{f'\varphi'},$$

ou bien, en vertu de la formule (11):

$$(13) \qquad \frac{d^3}{f^2\varphi} = \frac{d'^3}{f'^2\varphi'}.$$

En combinant ce réſultat avec l'équation (10), on trouve les équations:

$$(14) \qquad f : f' = d^{\frac{4}{3}} : d'^{\frac{4}{3}} \text{ et } \varphi : \varphi' = f^{\frac{1}{4}} : f'^{\frac{1}{4}},$$

qui contiennent les règles que Huygens énonce aux pp. 343 et 349, tandis qu'à la p. 351 il rappelle la relation:

$$(15) \qquad g : g' = d : d'.$$

Ce ſont ces formules dont Huygens s'eſt ſervi pour calculer la table qui termine la deuxième Partie de la Dioptrique [4]). Dans ce calcul il a pris pour lunette

[4]) Voir les p. 351—353 et consultez la note 3 de la p. 350 sur l'emploi fait par Huygens de cette table supprimée plus tard par lui.

„étalon” un inſtrument dont l'objectif avait 12 pieds de diſtance focale et une ouverture de 2 pouces, le groſſiſſement linéaire étant de 1 à 72 [1]).

Il convient d'ajouter un mot ſur la manière dont Huygens obtient l'équation (13)[2]); elle diffère un peu de celle que nous avons ſuivie. Soit Q le point de l'oculaire frappé par un rayon venant du bord de l'objectif [3]) et qui a donc paſſé par le point F_1. Après avoir traverſé l'oculaire et les milieux réfringents de l'œil, ce rayon atteindra un point de la circonférence du cercle d'aberration qui ſe forme ſur la rétine. D'un autre côté, comme l'oculaire eſt ſuppoſé libre de toute aberration ſphérique, un rayon FQ atteindrait le centre de ce cercle. Huygens remarque que l'angle formé par les rayons FQ et F_1Q ne change pas par leur paſſage par l'oculaire [4]), et que le rayon du cercle d'aberration ſur la rétine lui eſt proportionnel [5]). Pour avoir le même degré de netteté dans les deux cas, il faut donc faire en ſorte que les angles FQF_1 et $F'Q'F'_1$ ſoient égaux, condition qui nous ramène à la formule (13).

Ce dernier mode de raiſonnement lui ſert auſſi à démontrer qu'on peut négliger l'aberration propre à l'oculaire [6]). À la rigueur, ce n'eſt pas le rayon FQ qui ſortira de cette lentille dans la direction de l'axe, mais plutôt le rayon F_2Q, ſi le point F_2, ſitué entre F et l'oculaire, eſt pour ce dernier ce que F_1 eſt pour l'objectif. On voit maintenant que l'aberration totale eſt meſurée par l'angle F_1QF_2 et non par l'angle F_1QF.

Or, les angles F_1QF, FQF_2 peuvent être cenſés proportionnels aux diſtances FF_1 et FF_2 et ces longueurs peuvent être calculées par la formule (7) de la p. LX appliquée à l'objectif et à l'oculaire pour une même valeur de l'angle θ. Par conſéquent, ſi les lentilles ont des formes telles que les deux valeurs de ω ne ſont pas trop différentes, les diſtances FF_1 et FF_2 ſeront à peu près proportionnelles

---

[1]) La lunette avec laquelle Huygens découvrit le satellite de Saturne avait 12 pieds de longueur; mais il n'employait alors qu'un grossissement de 1:50. Voir l'ouvrage de 1656 „De Saturni luna observatio nova”.

[2]) Voir les pp. 345—351, ou pour une déduction plus algébrique les pp. 379—383; on n'y trouve pas l'équation (13) parce que, avant d'établir la formule basée sur l'égalité de l'aberration sphérique, Huygens y a déjà introduit la condition (10) de l'égalité de la clarté. S'il ne s'était pas servi de cette condition, son raisonnement aurait amené l'équation (13).

[3]) Huygens suppose que le point Q se trouve au bord de l'oculaire; ce qu'il fait pour pouvoir appliquer le théorème dont il est question dans la note 1 de la p. 342.

[4]) Voir les pp. 343 et 382 et surtout la note 1 de la p. 342.

[5]) Voir les pp. 345 et 383 et surtout les notes 1 de la p. 345 et 3 de la p. 382.

[6]) Voir la p. 341.

aux diſtances focales et l'on pourra négliger l'aberration de l'oculaire qui eſt proportionnelle à l'angle FQF_2 par rapport à celle de l'objectif qui eſt proportionnelle à F_1QF.

Ce qui précède donne encore lieu à une remarque. L'étendue de la ſection du faiſceau de rayons, qui a traverſé l'objectif, par un plan perpendiculaire à l'axe, dépendra de la poſition de ce plan. Si le plan paſſe par le foyer F, la ſection devient le cercle d'aberration introduit par Huygens dans le texte de la Dioptrique; mais l'Appendice IV [7]) montre que Huygens lui-même a très bien compris que ce cercle ne repréſente pas la ſection la plus petite du faiſceau. D'une manière très ingénieuſe il a ſu déterminer dans cet Appendice le lieu du plus fort rétréciſſement, qui ſe trouve dans un plan P, paſſant par un certain point A ſitué entre F et F_1 de telle manière qu'on a $F_1A = \frac{1}{4} FF_1$. La ſection du faiſceau par ce plan P eſt ce qu'on appelle ſouvent „cercle d'aberration" dans les traités modernes, ſon rayon eſt le quart de celui du cercle d'aberration introduit par Huygens dans ſa Dioptrique [8]).

Il eſt preſque inutile de dire que par la conſidération de ce dernier cercle Huygens a exagéré l'influence de l'aberration ſphérique ſur la netteté des images. Si l'on veut projeter ſur un écran l'image formée par la lentille objective on placera l'écran non pas en F mais au point A, et en regardant par la lunette un objet éloigné, on pourra faire coïncider avec ce point le plan qui eſt conjugué avec la rétine. Cependant on voit facilement que cette circonſtance n'apporte aucun changement à la ſolution du problème traité par Huygens dans la Prop. XI, puiſ-

7) Voir la p. 390.

8) Il est remarquable qu'on retrouve la détermination du „cercle d'aberration" minimum dans les „Lectiones Opticæ, Annis MDCLXIX, MDCLXX & MDCLXXI in Scholis publicis habitæ, & ex MSS. editæ. Londini: An. 1729" de Newton; voir les Coroll. IV en V de la Prop. XXXI de la „Pars Prima. Sectio Quarta". Le résultat est identique à celui que Huygens a obtenu, et les méthodes de déduction, quoique différentes dans la forme, montrent au fond une grande ressemblance. Cela peut être une conséquence de ce que la route à suivre ne pouvait pas beaucoup varier. En tout cas il est difficile d'admettre qu'il y ait eu des relations, même indirectes, entre Huygens et Newton avant 1672 (voir la lettre d'Oldenburg à Huygens du 11 janvier 1672, p. 124 du T. VII) et il est certain que l'Appendice IV, d'après la place qu'il occupe dans le Manuscrit C, doit dater d'environ 1665. Newton se borne au cas d'une lentille planconvexe, puisqu'il ne traite pas de l'aberration sphérique dans le cas général, mais cela importe peu pour la démonstration qui ne dépend que de la proportionnalité de l'aberration longitudinale au carré de la distance du rayon incident à l'axe.

que les rayons des cercles d'aberration, qui correfpondent aux deux conceptions différentes, font proportionnels entre eux.

Remarquons enfin que dans le texte de la Dioptrique le problème de déterminer l'ouverture de l'objectif et la diftance focale de l'oculaire pour une lunette de longueur donnée, ces grandeurs étant connues pour une lunette étalon, n'eft réfolu que dans le cas où les deux objectifs font de la même efpèce, mais que dans l'Appendice III, aux p. 385—386, Huygens a indiqué la folution pour le cas plus général où ils font d'efpèces différentes.

Hiftorique des fujets traités dans cette deuxième Partie de la Dioptrique.

Même fi l'on fe rapporte comme point de repère à l'année 1703 de la publication de la Dioptrique, comme œuvre pofthume, trente huit ans après la rédaction de la deuxième Partie de cet ouvrage, le terrain occupé aujourd'hui par la théorie de l'aberration fphérique des lentilles et par fes applications était encore prefqu'entièrement en friches.

Naturellement l'exiftence de l'aberration fphérique n'était pas inconnue aux contemporains ni même à des prédéceffeurs[1]) de Huygens; mais ce n'eft que très rarement qu'on rencontre chez eux des calculs fur la grandeur de cette aberration et même alors ils fe bornent aux cas les plus fimples, c'eft-à-dire, à ceux d'une lentille planconvexe recevant un faifceau de rayons parallèles à l'axe fur fa furface plane ou convexe et d'une lentille biconvexe fymétrique. Nous n'avons à citer à ce propos que les travaux de Newton, Picard, Molyneux et Hartfoeker.

Newton ne traite [2]) que le cas le plus fimple de tous, celui d'une lentille planconvexe tournant fon côté plan vers les rayons, mais il le fait d'une façon magiftrale. Il trouve d'abord la valeur de l'aberration longitudinale fous la forme d'une férie dont le premier terme $\frac{n^2e}{n-1}$ (n indice de refraction, e épaiffeur de la

[1]) On peut même remonter à ce propos jusqu'à Maurolyce chez qui l'on trouve, dans un ouvrage écrit vers 1553, le théorème suivant: „Parallelorum radiorum intra perspicuum orbem à centro inæqualiter distantium, remotior cum axe sibi parallelo propius sphæræ concurret, quàm reliquus". Voir le Théor. XVIII du Liv. I de l'ouvrage: „R. D. Francisci Maurolyci Abbatis Messanensis mathematici celeberrimi Theoremata de Lumine et Umbra, ad perspectivam & radiorum incidentiam facientia. Diaphanorum Partes seu Libri tres. Lugduni apud Ludovicum Hurillion. MDCXIII, p. 48.

[2]) Voir la Prop. XXXI que nous venons de citer dans la note 8 de la p. LXXI.

lentille) coïncide pour $n = \frac{3}{2}$ avec la valeur approximative trouvée par Huygens [3]). De cette manière, introduiſant le rayon y de l'ouverture, le rayon de courbure R de la ſurface convexe, et la diſtance focale $f = R : (n - 1)$, on eſt conduit pour le rayon du cercle d'aberration dans le plan focal, comme première approximation, à l'expreſſion $\frac{y}{f} \times \frac{n^2 y^2}{2(n-1)R}$, qui peut s'écrire $\frac{n^2 y^3}{2R^2}$; donc, puiſque Newton détermine le rayon du cercle minimum, qui eſt un quart de celui du cercle dans le plan focal, il aurait dû trouver $\frac{n^2 y^3}{8R^2}$ pour ce rayon-là, et ce n'eſt que par une inadvertance, ſignalée par les éditeurs des „Lectiones", qu'il arrive à l'expreſſion $\frac{n y^3}{8R^2}$ [4]).

Quant à Picard, dans la ſeconde Propoſition de ſes „Fragments de Dioptrique", (Mémoires de l'Académie Royale des ſciences, depuis 1666 juſqu'à 1699. T. VII, Première Partie, Paris MDCCXXIX, p. 338—339) il a réuſſi à déduire, par une méthode qui reſſemble beaucoup à celle de Huygens, l'expreſſion $\frac{7}{6}e$ pour l'aberration ſphérique longitudinale d'une lentille planconvexe recevant les rayons ſur ſa ſurface convexe [5]). Il conſidère auſſi l'aberration d'un rayon parallèle à l'axe, qui rencontre la lentille dans un point éloigné du bord, c'eſt-à-dire qu'il détermine l'influence de ce que nous avons appelé l'épaiſſeur ſupplémentaire [6]); mais il le fait ſeulement pour le cas ſpécial de la lentille planconvexe, où le problème eſt très facile.

Chez Molyneux [7]) on ne rencontre, pour chacun des trois cas prémentionnés,

---

[3]) Voir la p. 285 du présent Tome.

[4]) Newton ne semble jamais avoir remarqué cette erreur, puisqu'on la retrouve dans ses „Opticks" de 1704; voir la p. 79 de l'édition latine de 1706, qui porte le titre: „Optice: sive de Reflexionibus, Refractionibus & Coloribus Lucis Libri tres, Londini, Sam. Smith & Benj. Walford", Liv. I, Part. I, Prop. VII. Dans cet ouvrage la même expression erronée pour le rayon du cercle d'aberration minimum est donnée sans démonstration et employée dans des calculs numériques. Ajoutons que l'erreur provient de ce que, ayant besoin de la distance focale, Newton l'emprunte à une formule qui, en vérité, représente la distance du foyer au centre de la surface convexe; ce qui revient à poser $f = nR : (n - 1)$ dans l'expression dont nous venons de faire usage dans le texte.

[5]) Comparez la p. 287.

[6]) Voir la p. LIII de cet Avertissement.

[7]) Voir les p. 23—25 de la „Dioptrica nova" de 1692.

que le calcul numérique d'un feul exemple. Par ce calcul il détermine la route d'un rayon fe trouvant initialement à une diftance donnée de l'axe, qui eft la même pour les trois cas. Molyneux en tire la conclufion que la „profondeur du foyer" eft la plus petite dans le cas d'une lentille planconvexe recevant les rayons fur fa furface convexe et qu'il faut donc tourner cette furface vers l'objet. Hartfoeker[1]), enfin, arrive à la même conclufon, après quoi il écrit: „Cependant comme il eft conftant par une infinité d'experiences, que les verres planconvexes, font parfaitement le même effet, fans qu'on y puiffe appercevoir la moindre difference, foit que leur côté plat ou convexe foit tourné vers l'objet [2]); il me femble avec beaucoup de raifon qu'il feroit bien inutile de vouloir donner quelque autre figure aux verres de lunettes, que la fpherique: car la difference qu'il y a entre le parfait concours des rayons qui paffent au travers d'un verre planconvexe, lorfque fon côté plat eft tourné vers l'objet, & le parfait concours de ceux qui paffent au travers de ce verre, lorfque fon côté convexe eft tourné vers l'objet, eft fi confiderable, qu'il eft impoffible de pouvoir arriver encore par deffus cela à une difference auffi confiderable, quoiqu'il y eût une figure qui ramaffât les rayons paralleles à un point mathematique, pour ainfi dire".

En 1738 parut l'excellent et volumineux ouvrage de Robert Smith auquel nous avons déjà emprunté la belle formule de Cotes pour le groffiffement d'un fystème de lentilles[3]), formule qui marquait un pas en avant fur les recherches de Huygens dans cette direction. Cet ouvrage[4]) eft en grande partie une compilation des travaux de Huygens et de Newton, cités fréquemment par Smith et auxquels il emprunte fouvent des pages entières; mais cette compilation eft faite avec beaucoup d'intelligence et de bon goût, et fur le terrain, dont il s'agit à préfent, nous avons à conftater un progrès important, dû cette fois à Smith lui-même.

Nous avons vu[5]) que Huygens ne s'eft pas contenté de calculer comme première approximation l'aberration „hors du foyer", mais qu'il s'eft efforcé de déterminer

[1]) Voir la p. 121 de l'„Essay de Dioptrique" de 1694; ouvrage cité dans la note 5 de la p. 708 du T. X.

[2]) Comparez la p. 565 du présent Tome, où l'on verra que Huygens s'est servi du même artifice, appliqué à l'objectif d'un de ses microscopes, pour s'assurer que l'aberration sphérique pourrait être encore augmentée sans devenir nuisible. La cause du fait constaté par Hartsoeker doit naturellement être cherchée dans le rôle prépondérant de l'aberration chromatique dans les lunettes.

[3]) Voir la p. XLIV de cet Avertissement.

[4]) Voir pour le titre la note 2 de la p. XLIV.

[5]) Voir les p. LXIII—LXIV.

également l'aberration d'un faifceau correfpondant à un point quelconque de l'axe. Nous favons que cette détermination ne lui a réuffi que dans le cas d'une feule furface réfringente et dans quelques cas particuliers relatifs à une lentille entière. Huygens avait utilifé ces réfultats dans fon invention de 1669 d'un objectif double, compenfé pour l'aberration fphérique; mais ayant perdu confiance dans la valeur de cette invention [6]) il n'en avait pas fait mention dans la Dioptrique et n'avait rien publié non plus fur les recherches dont nous venons de parler.

Or, chez Robert Smith on trouve la folution complète, pour une lentille entière, du problème en queftion [7]). Voici comment Smith procède. Soit d la diftance d'un point lumineux P à une furface fphérique concave [8]), décrite avec le rayon de courbure R_1, Q l'image de P aprés la réfraction par cette furface et Q_1 le point où, après cette réfraction, le prolongement du rayon extrême rencontre l'axe; de forte que QQ_1 repréfente l'aberration longitudinale du faifceau, partant de P, telle qu'elle réfulte de cette première réfraction; foit en outre O le point où l'axe coupe la furface prémentionnée, I celui où le rayon extrême rencontre cette furface, X la projection de I fur l'axe et n l'indice de réfraction. Par une méthode qui ne diffère pas effentiellement de celle de Huygens [9]) (qui lui était inconnue), Smith trouve pour QQ_1 l'expreffion fuivante

16) $$QQ_1 = \frac{(d-R_1)^2(n-1)^2}{[(n-1)d+R_1]^2} \times \frac{d-(n+1)R_1}{n(n-1)d} \times XO \text{ [10])},$$

ou bien, pour $n = \frac{3}{2}$,

(17) $$QQ_1 = \frac{(d-R_1)^2}{(d+2R_1)^2} \times \frac{4d-10R_1}{3d} \times XO.$$

[6]) Voir la p. LXV.

[7]) Voir, aux p. 254—256 de l'ouvrage de Smith, au Liv. II, Chap. XIII, la Prop. II „Having the focus of homogeneal rays incident upon any lens, it is proposed to find the aberrations of the refracted rays". Remarquons que Smith appelle „foyer" le point de concours des rayons d'un faisceau quelconque, divergent ou convergent.

[8]) Smith suppose dans ces calculs que le point P, auquel les rayons incidents correspondent, est situé devant la lentille et que les deux surfaces de cette lentille tournent leur concavité vers ces rayons; mais il fait remarquer expressément que pour appliquer les formules à d'autres cas, il suffit de changer convenablement les signes des grandeurs d, R_1, R_2, qui s'y présentent.

[9]) Voir les pp. 392—394 du présent Tome.

[10]) Dans cette formule et dans les suivantes il faut supposer, afin de les rendre applicables à tous les cas qui peuvent se présenter, que les segments (comme QQ_1 et XO) sont considérés

Afin de montrer la conformité de cette formule (17) avec celle de Huygens, qu'on trouve en haut de la p. 394, il faudra commencer par changer dans la formule (17) les fignes de d et de R_1 pour l'adapter au cas, traité par Huygens, d'une furface convexe fur laquelle tombe un faifceau convergent; opération qui la laiffe inaltérée. Si enfuite on remplace dans la formule de Huygens fes notations par celles que nous avons employées ici, elle prend la forme:

$$QQ_1 = \frac{\frac{4}{3}d^2 - 6dR_1 + 8R_1^2 - \frac{10}{3}\frac{R_1^3}{d}}{d^2 + 4dR_1 + 4R_1^2} \times XO,$$

fous laquelle fon identité avec celle de Smith eft facile à conftater.

Après avoir obtenu la formule (16), Smith confidère l'effet de la réfraction par la feconde furface qui termine la lentille et qu'il fuppofe convexe. Soient donc S et S_1 les images de Q et de Q_1 par rapport à cette furface, S_2 le point où le rayon extrême PI (ou fon prolongement) coupe l'axe après les réfractions qu'il a fubies aux deux furfaces de la lentille; alors $SS_2 = SS_1 + S_1S_2$ repréfente l'aberration longitudinale de la lentille entière. Pour la déterminer il fuffit de connaître SS_1 et S_1S_2. Or, SS_1 n'eft autre chofe que le déplacement de l'image, correfpondant au déplacement QQ_1 du point Q, et, comme première approximation, on trouve donc facilement:

$$SS_1 = \frac{6R_2^2}{(3R_2 - q)^2} \times QQ_1,$$

où R_2 repréfente le rayon de courbure de la feconde furface réfringente et q la diftance de Q au point O′ auquel cette furface eft coupée par l'axe, ou bien, ce qui revient au même, ayant égard à l'ordre de grandeur des lignes dont nous nous occupons, la diftance QO. Si l'on fubftitue enfuite, afin d'introduire la diftance $PO = d$, à q fa valeur $3dR_1 : (d + 2R_1)$ [1]) et à QQ_1 l'expreffion (17), on obtient:

$$(18) \qquad SS_1 = \frac{R_2^2(d - R_1)^2}{[(R_1 - R_2)d - 2R_1R_2]^2} \times \frac{8d - 20R_1}{9d} \times XO.$$

Quant à S_1S_2, cette longueur repréfente evidemment l'aberration longitudinale

comme positifs lorsque la direction indiquée par l'ordre des lettres est la même que celle des rayons incidents, et comme négatifs dans le cas contraire.

[1]) Voir la Prop. XII, p. 41.

du rayon extrême par rapport à la feconde furface, pourvu qu'on confidère ce rayon comme émanant du point Q_1. Soit donc I′ le point où ce rayon coupe la feconde furface, X′ la projection de ce point fur l'axe, on aura alors la valeur de S_1S_2 en remplaçant dans la formule (16), d par q, R_1 par R_2, n par n^{-1}, XO par X′O′. Cela nous donne:

$$S_1S_2 = \frac{(q-R_2)^2(n-1)^2}{[(n-1)q-nR_2]^2} \times \frac{n[(n+1)R_2-nq]}{(n-1)q} \times X'O',$$

ou bien, pour $n = \frac{3}{2}$:

$$S_1S_2 = \frac{(q-R_2)^2}{(q-3R_2)^2} \times \frac{15R_2-9q}{2q} \times X'O'$$

ou enfin, par l'introduction de d au lieu de q:

$$(19) \quad S_1S_2 = \frac{[(3R_1-R_2)d-2R_1R_2]^2}{[(R_1-R_2)d-2R_1R_2]^2} \times \frac{(5R_2-9R_1)d+10R_1R_2}{18R_1d} \times X'O'.$$

Il s'agit maintenant d'additionner les expreffions (18) et (19); mais auparavant introduifons, à l'exemple de Huygens et de Smith, l'épaiffeur mathématique de la lentille $e = X'O' - XO = \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$, où $h = IX = I'X'$. On a alors $XO = \frac{R_2}{{}_1R-R_2}e$, $X'O' = \frac{R_1}{R_1-R_2}e$ et l'addition amène, après quelques réductions, l'expreffion:

$$SS_2 = \frac{(-27R_1^2+6R_1R_2-7R_2^2)d^2+(66R_1+14R_2)R_1R_2d-52R_1^2R_2^2}{6[(R_1-R_2)d-2R_1R_2]^2} \times e.$$

Pour adapter cette formule au cas d'une lentille biconvexe on doit changer le figne de R_1. Si enfuite nous l'écrivons fous la forme:

$$(20) \quad S_2S = \frac{(27R_1^2+6R_1R_2+7R_2^2)d^2-(66R_1-14R_2)R_1R_2d+52R_1^2R_2^2}{6[(R_1+R_2)d-2R_1R_2]^2} \times e,$$

de forte que l'aberration d'un faifceau de rayons parallèles à l'axe foit repréfentée par une grandeur pofitive, il eft facile de conftater l'identité de cette expreffion avec celle du bas de la p. 397, que nous avons empruntée à l'ouvrage moderne de J. P. C. Southall et dans laquelle on doit remplacer a par R_1 et n par R_2.

Nous voulons ajouter encore que la manière dont la formule (20) est déduite par Smith permet de déterminer facilement, d'une autre façon que nous ne l'avons fait plus haut [1]), les conditions dans lesquelles l'épaisseur supplémentaire est négligeable. Évidemment cette épaisseur doit rester petite par rapport aux rayons de courbure des surfaces de la lentille et aux distances de l'objet et de son image à ces surfaces, mais cette condition est-elle suffisante pour pouvoir négliger le terme qu'elle introduit dans l'expression pour l'aberration sphérique, vis-à-vis de celui provenant de l'épaisseur mathématique qui est elle-même une petite grandeur?

Or, en suivant pas à pas les calculs de Smith on voit facilement que si cette première condition est satisfaite et si, de plus, l'ouverture de la lentille est suffisamment limitée pour qu'on puisse considérer comme petite l'inclinaison des rayons sur l'axe, on pourra se servir de la formule (20) dans tous les cas où il est permis de considérer comme égales les lignes IX et I'X' que nous avons représentées toutes les deux par h. Cela exige donc que IX—I'X' soit négligeable par rapport à h, mais si nous appelons α l'angle sous lequel, à l'intérieur de la lentille, le rayon extrême II' s'approche de l'axe et e' l'épaisseur au bord de lentille, on aura $IX - I'X' = e'\alpha$, où $\alpha = h : OQ_1$, puisque OQ_1 représente la distance de la lentille au point Q_1, où le prolongement de II' rencontre l'axe. On en déduit:

$$\frac{IX - I'X'}{h} = \frac{e'}{OQ_1},$$

d'où il résulte (parce que l'épaisseur e' au bord est égale à l'épaisseur supplémentaire dans le cas d'une lentille convexe et à la somme de cette épaisseur et de l'épaisseur mathématique dans le cas d'une lentille concave), que, dans les conditions formulées plus haut, l'épaisseur supplémentaire peut même surpasser considérablement l'épaisseur mathématique sans que la formule (20) soit infirmée.

Avec cette formule (20) un certain point culminant dans le développement de la théorie de l'aberration sphérique est atteint. En effet, cette formule résume les résultats de cette théorie pour autant qu'elle se rapporte à la première

[1]) Voir les p. LIII—LV de cet Avertissement.

approximation et au cas d'une feule lentille. Bientôt les recherches plus générales d'Euler et d'Alembert feront dépaffer ce point; mais il ne nous femble pas néceffaire de pourfuivre auffi loin notre hiftorique, puifque dans la Dioptrique de Huygens on ne trouve rien qui fe rattache à ces recherches plus modernes, fi on en excepte les calculs, dont nous avons déjà parlé [2]), fur la manière de compenfer l'aberration d'une lentille par celle d'une autre.

Toutefois nous ne pouvons pas paffer fous filence la partie de l'œuvre d'Euler où celui-ci critique une des conclufions auxquelles Huygens avait été conduit.

Il s'agit des confidérations d'Euler fur la théorie de la lunette keplérienne [3]). Nous en mentionnerons le réfultat principal en nous bornant au cas où l'objet fe trouve à diftance infinie et où les rayons redeviennent parallèles après leur paffage par l'inftrument. Nous fuppoferons de plus que les deux lentilles font compofées de la même efpèce de verre.

Après avoir remarqué que, dans ces circonftances, il eft impoffible de s'affranchir de l'aberration chromatique, Euler écrit: „Il importe d'autant plus de rendre infenfible" [dans l'image] „la confufion de la première efpèce" [celle qui eft caufée par l'aberration fphérique], „c'eft-à-dire de faire en forte que le rayon du cercle provenant de cette confufion" [le cercle d'aberration] „ne furpaffe pas certaine limite" [4]). Dans les notations d'Euler cette limite eft défignée par $\frac{1}{4}k^{-3}$, où il s'agit de la valeur *angulaire* du rayon en queftion [5]).

---

[2]) Voir les p. LIX—LXVI.

[3]) Voir les p. 191—224 du Tome II de la Dioptrique d'Euler, ouvrage qui a paru de 1769 à 1771 sous les titres: „Dioptricæ pars prima continens librum primum, de explicatione principiorum, ex quibus constructio tam telescopiorum quam microscopiorum est petenda. Auctore Leonhardo Eulero Acad. Scient. Borussiæ Directore vicennali et Socio Acad. Petrop. Parisin. et Lond. Petropoli. Impensis Academiæ Imperialis scientiarum. 1769.

Dioptricæ pars secunda, continens librum secundum, de constructione telescopiorum dioptricorum cum Appendice de constructione telescopiorum catoptrico-dioptricorum. Auctore etc. 1770.

Dioptricæ pars tertia, continens librum tertium, de constructione microscopiorum tam simplicium, quam compositorum. Auctore, etc. 1771".

[4]) „Eo magis autem in id est incumbendum, ut confusio primæ speciei ab apertura pendens insensibilis reddatur, seu ut semidiameter huius confusionis certum quendam limitem, quem littera k indicavimus, non superet" (p. 193 du T. II de la Dioptrique d'Euler).

[5]) „Ne igitur hæc confusio fiat intolerabilis, necesse est, ut semidiameter confusionis infra certum limitem subsistat; pro quo limite supra hanc formulam constituimus $\frac{1}{4}k^{-3}$ existente $k = 40$ vel $k = 30$ circiter" (p. 31 du T. II).

D'après ſes calculs la condition, pour que la limite ne ſoit pas dépaſſée, peut être exprimée par l'inégalité:

$$\frac{1}{4} m \mu x^3 p^{-3} (\lambda + \lambda' m^{-1}) \leq \frac{1}{4} k^{-3},$$

ou bien:

(21) $$p \geq kx \sqrt[3]{\mu(\lambda m + \lambda')},$$

dans laquelle x repréſente le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif, p la diſtance focale de cette lentille, m le groſſiſſement de la lunette, et μ un facteur qui dépend de l'indice de réfraction n [1]). Le nombre λ ſe rapporte à l'objectif; c'eſt une fonction de l'indice de réfraction et du rapport entre les rayons de courbure des ſurfaces antérieure et poſtérieure. Si la lentille a la forme qui préſente le minimum d'aberration ſphérique pour des valeurs données de x et de p, on a $\lambda = 1$; pour d'autres formes λ eſt plus ou moins ſupérieur à l'unité. Le nombre λ' eſt pour l'oculaire ce que λ eſt pour l'objectif.

Euler introduit encore une grandeur y qu'il conſidère comme la meſure de la clarté et qui n'eſt autre choſe que le demi-diamètre du cylindre lumineux qui entre dans l'œil; ce cylindre étant ſuppoſé ne remplir qu'une partie de la pupille [2]). On peut dire auſſi que y repréſente le rayon de la pupille de ſortie de la lunette et on a donc la relation:

(22) $$x = my,$$

en vertu de laquelle l'inégalité (21) peut être miſe ſous la forme:

$$p \geq kym \sqrt[3]{\mu(\lambda m + \lambda')}.$$

Dans le cas d'un groſſiſſement un peu conſidérable, on peut négliger le terme λ' vis-à-vis de λm, parce que λ et λ' ſont du même ordre de grandeur. La plus petite diſtance focale, compatible avec la condition prémentionnée, eſt donc donnée par:

(23) $$p = ky \sqrt[3]{\mu \lambda m^4}.$$

---

[1]) On a $\mu = \frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2(n+2)}$.

[2]) Huygens aussi, dans ses considérations sur la clarté des lunettes (voir p. e. les pp. 335, 347, 481 et 493), suppose toujours que cette condition soit remplie, quoiqu'il ne la formule pas explicitement.

Après avoir obtenu ces formules, Euler continue ainſi [4]): „De ce réſultat il s'enſuit immédiatement que, ſi l'on déſire un groſſiſſement plus fort, la diſtance focale de l'objectif doit être augmentée,.. et cela non pas proportionnellement à la première puiſſance de *m*, mais preſque proportionnellement à $m^{4/3}$" et un peu plus loin il dit [5]): „Nous voyons auſſi que pour obtenir un plus haut degré de clarté, il faut augmenter la longueur *p*, ce qui eſt également utile quand on déſire une plus grande netteté de l'image, parce qu'il faut alors donner une plus grande valeur au nombre *k*".

Après avoir expoſé ces réſultats, Euler parle dans les termes ſuivants des recherches de Huygens ſur le même ſujet [6]): „Se baſant en partie ſur une théorie aſſez incomplète, et en partie ſur des expériences, Huygens a trouvé que la diſtance focale de la lentille objective doit être proportionnelle au carré du groſſiſſement [7]). Je ſuis ſi loin de vouloir faire objection à cette règle que je la conſidère même comme pratiquement utile, ſurtout pour le temps de Huygens. En effet, notre détermination eſt fondée ſur la ſuppoſition qu'on puiſſe donner aux ſurfaces des lentilles une forme exactement ſphérique. Si l'ouvrier peut y réuſſir, il n'y a aucun doute que notre formule ne ſoit conforme à la vérité et il ſemble qu'il

[4]) „Hinc ergo statim apparet, quo maior requiratur multiplicatio, eo maiorem esse debere lentis objectivæ distantiam focalem ideoque etiam longitudinem telescopii neque id in ratione simplici, sed fere in ratione sesquitriplicata multiplicationis, scilicet ut $m^{4/3}$" (p. 193 du Tome II).

[5]) „Hinc etiam intelligimus, quo maior gradus claritatis *y* desideretur, eo magis quantitatem *p* augeri debere quod etiam usu venit, si maior distinctio requiratur, quia tum litteræ *k* maior valor tribui deberet" (p. 194 du Tome II).

[6]) „Hugenius partim theoriæ satis incompletæ partim experimentis innixus distantiam focalem lentis objectivæ quadrato multiplicationis proportionalem statuit, cui tantum abest, ut adversari velim, ut potius in praxi eius præsertim temporis assentiar, nostra enim determinatio, innititur huic rationi quod facies lentium ad figuram sphæricam perfecte sint formatæ quam si artifex exacte efficere posset, nullum est dubium, quin nostra formula veritati sit consentanea, quodquidem nunc summorum artificium industriæ concedendum videtur; sed quando figura lentium a sphærica figura tantillum aberrat, notum est, vitium eo magis esse sensibile, quo maior fuerit distantia focalis lentis, cui propterea aliter occurri nequit, nisi distantiam focalem maiorem reddendo, quam secundum nostram regulam. Num autem præcise ratio duplicata inde exsurgat, neutiquam affirmare licet, sed prout quæque lens feliciori successu fuerit elaborata eo minor distantia focalis sufficit eidem multiplicationi producendæ, seu potius eadem lens maiori multiplicationi producendæ erit apta, quod etsi perpetuo est observandum, tamen hic assumo, lentibus non solum sphæricas figuras, sed etiam secundum datos radios tribui posse" (p. 195 du Tome II).

[7]) Cette règle, fondée, comme nous le verrons, sur la conſidération de l'aberration chromatique, ne fut pas donnée explicitement par Huygens, mais elle suit immédiatement des règles formulées aux pp. 487—489 et 495 du présent Tome, comme aussi du Tableau qu'on trouve aux p. 497—499.

en soit bien ainsi maintenant grâce aux efforts des grands maîtres dans cet art. Si, au contraire, la figure des lentilles s'écarte tant soit peu de la forme sphérique, il est connu que ce défaut se fait sentir d'autant plus que la distance focale est plus grande. La seule manière d'obvier à ce défaut sera donc de donner à la distance focale une longueur plus grande que celle qui correspond à notre règle. On ne saurait affirmer qu'il en résultera précisément la proportionnalité au carré du grossissement, mais on peut dire qu'à mesure qu'on réussira mieux à former chaque lentille, le même grossissement pourra être obtenu avec une distance focale plus petite, ou plutôt que la même lentille pourra servir à produire un plus fort grossissement. Bien qu'il faille toujours faire attention à cela, je suppose ici qu'on puisse donner aux surfaces des lentilles, non seulement des formes sphériques, mais aussi les rayons de courbure prescrits".

Ces phrases ne rendent aucunement justice aux recherches de Huygens, dont évidemment Euler a pris connaissance d'une manière très superficielle. En effet, comme nous l'avons déjà dit [1]), Huygens a déterminé deux fois des règles pour la longueur et l'ouverture des lunettes, d'abord en considérant seulement l'aberration sphérique [2]), et plus tard en ne faisant intervenir que l'aberration chromatique [3]). Or, c'est la *deuxième* forme de ces règles à laquelle Euler fait allusion; c'est d'ailleurs la seule qu'il ait pu trouver dans l'édition de la Dioptrique publiée par de Volder et Fullenius; la première ayant été supprimée par Huygens du manuscrit de sa Dioptrique dont ces savants se sont servis. Euler aurait donc pu voir que, dans le passage qu'il avait sous les yeux, Huygens, en considérant l'aberration chromatique, avait résolu un problème entièrement différent de celui qu'il venait de traiter lui-même. Il aurait pu savoir aussi que pour l'espèce de lunettes qu'il étudiait à l'endroit cité et qui était la même que celle que Huygens avait eue en vue, ce n'est pas l'aberration sphérique, mais l'aberration chromatique, dont il importe avant tout de diminuer les effets, comme Huygens l'avait parfaitement reconnu.

En vérité, le résultat d'Euler s'accorde entièrement avec les *premières* règles de Huygens. Pour le faire voir, nous remarquerons ce qui suit:

1°. La manière dont Huygens entend la condition que, dans le cas de deux lunettes, la vision soit également distincte [4]), revient à l'égalité, pour les deux instruments, de la grandeur k introduite par Euler.

---

[1]) Voir la p. XI de cet Avertissement.

[2]) Voir, au présent Tome, les p. 339—353 des „Rejecta ex dioptricis nostris".

2°. Pareillement, la condition que la clarté foit la même, s'exprime par l'égalité des valeurs de y; car, en vertu de la relation (22), cette égalité amène la proportionnalité du demi-diamètre de l'ouverture au groffiffement, ce qui eft précifément la condition formulée par Huygens [5]).

3°. Un des points fur lefquels Huygens infifte, c'eft que l'aberration fphérique de l'oculaire a beaucoup moins d'effet que celle de l'objectif [6]). Cela fe montre dans les formules d'Euler par les valeurs relatives des termes λm et λ'. La formule (23) correfpond à la fimplification que Huygens obtient en négligeant l'aberration fphérique de l'oculaire.

4°. Pour fimplifier la comparaifon de deux lunettes on peut fuppofer que λ ait la même valeur pour l'une et pour l'autre. Comme cette valeur dépend du rapport qui exifte entre les deux rayons de courbure, cela revient à fuppofer avec Huygens [7]) que les objectifs font des lentilles „de la même efpèce".

5°. La formule (23) montre immédiatement que pour des valeurs données de k, y, λ et μ la diftance focale p de l'objectif fera proportionnelle à $m^{\frac{4}{3}}$. En combinant ce réfultat avec la relation (22) et la formule $m = p : p'$, où p' défigne la diftance focale de l'oculaire, on voit que p fera proportionnel à $x^{\frac{4}{3}}$ et p' à $x^{\frac{1}{3}}$ ou bien à $p^{\frac{1}{4}}$. On retrouve ainfi les deux règles énoncées par Huygens [8]) dans les „Rejecta ex dioptricis noftris".

TROISIÈME PARTIE: DES TÉLESCOPES ET DES MICROSCOPES. 1685—1692.

CHAP. I. DES TÉLESCOPES.

Préface et confidérations fur le groffiffement et le champ de vifion des lunettes à deux lentilles.

Le traité „des télefcopes", que nous allons analyfer maintenant, eft précédé d'une préface qu'on peut dater avec certitude [9]) de 1685, et il eft probable

3) Voir les p. 487—499 du préfent Tome.
4) Voir, au préfent Tome, le troifième alinéa de la p. 345 des „Rejecta".
5) Voir la p. 347 en haut.
6) Voir la p. 341.
7) Voir le dernier alinéa de la p. 343 et pour la définition de l'expreffion „de même efpèce" la p. 315.
8) Voir les pp. 343 et 349.
9) Voir la note 2 de la p. 435 du préfent Tome. Dans les Appendices I et II, p. 586—590, on

que le traité lui-même fut composé, ou du moins reçut sa forme definitive, en grande partie pendant cette même année [1]).

Dans cette préface Huygens s'occupe d'abord de l'invention du télescope dont il attribue la priorité à Lippersheim ou à Zacharias Janssen [2]). À cette occasion il se réfère à un document, dont il a pu prendre connaissance et qui réfute définitivement les promoteurs de Jacob Metius [3]). Toutefois il insiste sur les droits de Porta à une invention préalable, qui n'était qu'un „rude commencement" et qui ne portait pas de fruits [4]).

Ensuite Huygens expose les services immenses rendus par le télescope à la science de l'astronomie, et il exprime l'espoir que son invention des lunettes sans tube, en permettant d'arriver à des grossissements beaucoup plus forts, nous révélera bientôt „d'autres spectacles nouveaux et nombreux" [5]).

Passant alors à la considération „des causes et des propriétés de cet œil factice", il déduit dans la Prop. I (p. 443—451) pour le cas de la lunette hollandaise la formule bien connue du grossissement. Dans cette Proposition, et dans la Prop. III (p. 455—461) qui concerne la lunette keplérienne, Huygens ne donne pas moins de trois ou quatre démonstrations différentes de cette formule pour chacun des deux instruments. On pourrait s'étonner d'une telle profusion, mais elle s'explique facilement par le désir de Huygens de montrer, par cet exemple, la supériorité de ses méthodes sur celles de ses prédécesseurs.

En effet, on peut lire dans sa préface: „on n'est pas parvenu jusqu'à ce jour à ce qui est le plus important en cette matière, c'est-à-dire à la connaissance de la nature et de la grandeur du grossissement de l'objet visé, étant données la forme et la position des lentilles. Kepler ne l'a pas enseigné, quoiqu'il soit digne de beaucoup de louanges à cause des explications de phénomènes dioptriques qu'il a données le premier. Descartes ne fut pas plus heureux que lui; en

---

trouve deux avant-projets de cette préface. Ils doivent dater de la même année.

[1]) Voir la note 1 de la p. 434.

[2]) Voir la p. 437.

[3]) Nous avons reproduit ce document, d'après la copie prise par Huygens, dans l'Appendice III, p. 591—593.

[4]) Voir les pp. 437, 586, 748, 780 et 840.

[5]) Voir les p. 439—441.

[6]) Consultez encore sur l'historique de ce théorème le dernier alinéa de la p. XLIII de cet Avertissement.

vérité il s'écarta plutôt de la bonne route dans les démonſtrations qu'il voulut donner de la nature et de l'effet du téleſcope". Ces phraſes nous font comprendre la ſatiſfaction que Huygens éprouve évidemment en multipliant les démonſtrations ſimples et élégantes d'un théorème ſi important [6]); après en avoir achevé la dernière, pour le cas de la lunette hollandaiſe, il ajoute: „De cette manière Deſcartes aurait pu établir la théorie du téleſcope mieux que par la conſidération de l'interſection des rayons qui a lieu à la ſurface de la lentille extérieure", et il critique enſuite les idées par trop exagérées de ce philoſophe au ſujet de la puiſſance qu'on pourrait donner aux téleſcopes [7]).

Dans la première de ſes démonſtrations, p. 445, Huygens ſuppoſe que l'œil ſe trouve immédiatement derrière la lentille oculaire. Alors, d'après une propoſition prouvée dans la première Partie de la Dioptrique [8]), l'objet eſt vu ſous le même angle que dans le cas où, au lieu de l'oculaire, il y aurait ſimplement un petit trou; on peut dire que dans ces circonſtances la lentille oculaire ſert ſeulement à rendre la viſion diſtincte ſans avoir aucune influence ſur la grandeur apparente. Cette remarque conduit facilement au théorème que le groſſiſſement eſt déterminé par le rapport des diſtances de l'objectif et de l'oculaire au foyer de l'objectif; c'eſt-à-dire au point où ſe formerait l'image de l'objet éloigné [9]) s'il n'y avait pas d'oculaire [10]). Sous cette forme la règle s'applique à tous les cas, quel que ſoit l'état d'accommodation de l'œil [11]), pourvu ſeulement qu'il ſe trouve tout près de l'oculaire. Cette reſtriction n'eſt pas néceſſaire quand on ſuppoſe que l'œil eſt adapté à une diſtance infinie. Dans cette hypothèſe, le point de diſperſion de l'oculaire devra coïncider avec le foyer de l'objectif, de ſorte que les rayons provenant d'un point de l'objet redeviennent parallèles entre eux après

---

[7]) Voir la p. 451 du présent Tome.

[8]) Voir la Prop. I, Liv. II, p. 173.

[9]) Dans le traité des télescopes l'objet est toujours supposé se trouver à une distance quasi infinie.

[10]) Il s'agit de la lunette hollandaise.

[11]) C'est ici la seule fois, dans toute cette troisième Partie de la Dioptrique, que Huygens parle d'un observateur myope; dans tout ce qui suit l'œil est supposé adapté à une distance infinie D'ailleurs la question d'accommoder une lunette à un autre état de l'œil avait été traitée dans la première Partie; voir les p. 245—253.

leur paſſage à travers l'inſtrument; mais alors, d'après un théorème démontré dans la première Partie de la Dioptrique [1]), la grandeur apparente de l'objet ſera indépendante de la poſition de l'œil et la règle peut être donnée ſous ſa forme uſuelle d'après laquelle le groſſiſſement égale le quotient des diſtances focales. D'ailleurs, pour trouver cette règle, il ſuffira alors de conſidérer la marche d'un rayon incident quelconque, incliné ſur l'axe. Pour ce rayon Huygens choiſit ſucceſſivement un de ceux qui atteignent le centre de l'oculaire (p. 447), un autre qui, après avoir paſſé par le premier foyer de l'objectif, parcourt la lunette parallèlement à l'axe (p. 449) et enfin un rayon qui paſſe par le centre de l'objectif. C'eſt ainſi qu'il obtient les trois autres démonſtrations.

Dans la Prop. II (p. 451—453) il s'agit du champ de la lunette hollandaiſe. Huygens ſuppoſe qu'on place l'œil tout près de la lentille oculaire concave, ce qui eſt, en effet, la poſition dans laquelle l'œil embraſſe d'un ſeul regard le plus grand nombre d'objets. Dans les circonſtances ordinaires, l'étendue du champ dépend alors en premier lieu de la grandeur de la pupille de l'œil, étant déterminée par le cône qui a pour baſe cette pupille et pour ſommet le centre de l'objectif. Cependant ſi la pupille ſe contracte de plus en plus, ou ſi l'on place devant elle un trou de plus en plus petit, le champ ne ſe rétrécira pas indéfiniment; en effet, lorſque la pupille ſera réduite à un point, le champ aura toujours une certaine grandeur, déterminée par les rayons paſſant par le bord de l'objectif (p. 453). Il faut remarquer auſſi que Huygens ſe rend compte de l'affaibliſſement graduel de l'intenſité lumineuſe vers la périphérie du champ et qu'il fait donc diſtinguer entre la partie centrale uniformément éclairée et l'étendue totale.

Signalons encore une jolie expérience que Huygens décrit ici (p. 453). Elle conſiſte à regarder au travers de la lunette après s'être trouvé quelque temps dans l'obſcurité. On peut remarquer alors que dans les premiers moments l'étendue du champ eſt plus grande qu'à l'ordinaire, mais qu'elle diminue rapidement par ſuite de la contraction de la pupille, qui s'était dilatée dans l'obſcurité.

---

[1]) Voir la Prop. XIII, Liv. II, p. 233.
[2]) Comparez le dernier alinéa de la p. LI de cet Avertissement.

Dans la Prop. III (p. 455—461) Huygens paffe aux lunettes kepleriennes à deux verres convexes. Il y détermine le groffiffement d'une manière entièrement analogue à celle qu'il fuit dans la Prop. I pour le cas de la lunette hollandaife; mais il s'occupe auffi de l'endroit où fe trouve la pupille de fortie et où il faut donc placer la pupille de l'œil fi l'on veut que le plus de rayons poffibles contribuent à la vifion; queftion à laquelle il s'était déjà beaucoup intereffé en 1653 dans la première Partie de la Dioptrique [2]). En effet, dans le cas où la pupille de fortie eft plus petite que celle de l'œil, comme il en était dans les télefcopes conftruits par Huygens, on peut dire que lorfque l'œil a la pofition indiquée, *tous* les rayons qui font tranfmis par l'inftrument atteignent la rétine. La pupille peut alors fe contracter encore plus ou moins fans que la clarté de l'image en fouffre (p. 459).

Le champ de la lunette keplérienne eft déterminé fuivant Huygens, par le cône ayant pour bafe l'oculaire et pour fommet le centre de l'objectif [3]); il eft donc, en général, beaucoup plus étendu que celui de la lunette hollandaife; différence fur laquelle Huygens infifte dans fa comparaifon des deux efpèces de télefcopes (p. 459—461). Il faut dire ici qu'on ne trouve nulle part chez Huygens une théorie du champ de vifion auffi complète que celle de l'aberration fphérique, par exemple. Il eft vrai que, dans fa généralité, le problème eft affez compliqué, revenant à la détermination des lignes droites qu'on peut tirer par *trois* plans circulaires, à favoir celui de l'oculaire, celui de la pupille de l'œil et celui de la pupille de fortie. La queftion fe fimplifie lorfque le centre du deuxième cercle coïncide avec celui du premier ou du troifième; ce font là précifément les cas qui fe préfentent dans la lunette hollandaife et dans la lunette keplérienne, fi l'œil a la pofition que Huygens lui affigne. On obtient auffi une fimplification en fuppofant qu'un des trois cercles eft très petit. Dans une annotation de l'année 1686 [4]) Huygens cherche la pofition que l'œil, confidéré comme un point, doit avoir dans le cas de la keplérienne pour obtenir la plus grande étendue du champ. Cette pofition [5]) eft plus rapprochée de l'oculaire que la pupille de fortie et même que le fecond foyer.

---

[3]) On sait qu'en appliquant cette règle on trouve pour le champ visuel une étendue intermédiaire entre celle du champ total et celle du champ uniforme.

[4]) Voir le § 10 de l'Appendice VI, p. 611—613 du présent Tome.

[5]) Elle est représentée par le point *a* de la figure de la p. 611.

Lunettes à plus de deux lentilles.

Nous avons vu [1]) que, vers 1653, dans le Traité de la réfraction et des téleſcopes, qui conſtitue la première Partie de la Dioptrique, Huygens avait recommandé deux différents ſyſtèmes de lunettes à plus de deux lentilles; l'un (Part. I, Liv. III, Prop. III, p. 253—259) pour les obſervations céleſtes, l'autre (Part. I, Liv. III. Prop. IV, p. 259—264) pour l'uſage terreſtre; en outre il avait fait grand cas d'un ſyſtème où le redreſſement des images formées par une keplérienne était obtenu à l'aide d'un petit miroir (Part. I, Liv. III, Prop. V, p. 265—269).

De ces trois ſyſtèmes il n'a jamais abandonné entièrement le premier dont l'oculaire eſt connu ſous ſon nom. Juſqu'en 1692, il s'en occupe [2]) et dans le projet relatif à l'arrangement des matières dans ſa Dioptrique, conçu cette année, il lui réſerve une place prédominante [3]). Au contraire les deux ſyſtèmes terreſtres, celui à trois lentilles et images droites, et celui à miroir, ſont conſidérés par lui comme inférieurs au ſyſtème de Campani à quatre lentilles, dès que, vers 1666 [4]), l'expérience lui a fait connaître les mérites de ce dernier.

Guidé par ces conſidérations, Huygens a ajouté au manuſcrit de ſa Dioptrique une nouvelle propoſition (la Prop. V, p. 469—473, de la troiſième Partie), concernant les lunettes de Campani; il a conſervé la Prop. III de la première Partie, mais il l'a ſoumiſe à uneréviſion complète. C'eſt ſous cette nouvelle forme que nous l'avons reproduite comme Prop. IV (p. 461—467) de la troiſième Partie.

Cependant, comme nous l'avons indiqué dans les notes [5]), la nouvelle rédaction eſt un peu fragmentaire et confuſe. Déjà la ſeconde phraſe pourrait donner lieu à un malentendu. On y lit que „l'aberration des rayons qui ſe dirigent vers l'œil à partir des différents points de l'objet devient beaucoup moindre" [dans l'oculaire à deux lentilles] „que lorſqu'on prend une lentille oculaire unique, donnant le même groſſiſſement".

---

[1]) Comparez les p. L—LI de cet Avertissement.

[2]) Voir le § 11 de l'Appendice VI, p. 613—614 du présent Tome.

[3]) Voir à la p. 774 l'indication: „Télescope de 3 qui renverse et fait voir grand champ".

[4]) Voir la p. 48 du T. VI.

[5]) Voir les notes 1 et 2 de la p. 466 du présent Tome et la note 7 de la p. 467.

Or, il ne peut pas s'agir ici, comme on le croirait au premier abord, de l'effet nuiſible de l'aberration ſphérique ou chromatique ſur la netteté des images, puiſque Huygens ſavait trop bien que, dans les circonſtances ordinaires, l'oculaire n'y contribue que très peu [6]). Il faut donc que Huygens ait en vue un autre phénomène, dont il ne parle dans ſa Dioptrique qu'en paſſant et qui conſiſte dans une diſtorſion des images cauſée par l'aberration ſphérique de l'oculaire. Nous ſavons, en effet, que, vers 1692, Huygens s'eſt occupé de ce phénomène et nous reviendrons bientôt ſur ce ſujet.

Ajoutons encore que, dans la nouvelle rédaction, Huygens a adopté pour les dimenſions de ſon oculaire les relations $f_1 = 4f_2$, $e = 2f_2$, où f_2 repréſente la diſtance focale de la lentille qui ſe trouve du côté de l'œil, f_1 celle de l'autre lentille et e leur diſtance mutuelle [7]). Partant de ces relations, il apprend à calculer quelles doivent être les valeurs de f_1, f_2 et e, ſi l'on veut obtenir avec une lunettte de longueur donnée un groſſiſſement donné, et quel eſt le lieu précis où l'on doit placer l'oculaire pour que les rayons venant d'un point très éloigné redeviennent parallèles entre eux après leur ſortie de la lunette.

Quant aux lunettes „Campanines" à quatre verres, l'inſpection des figures 14 et 15 de la p. 469 en fera connaître immédiatement la diſpoſition des lentilles. Huygens préfère ces Campanines à ſes propres lunettes terreſtres à trois lentilles [8]), parce que dans celles-ci „les lentilles oculaires, ou tout au moins celle qui eſt la plus proche de l'œil, doivent être compoſées de portions plus grandes de ſurfaces ſphériques, par rapport à la diſtance focale, ſi l'angle viſuel doit être le même dans les deux cas [9]), d'où il s'enſuit que les objets ſemblent colorés et que les lignes droites auprès des bords paraiſſent courbées" (p. 469). Plus loin (p. 473) il ajoute que, toutefois, les Campanines doivent „une grande partie de leur ſupériorité à l'anneau ou diaphragme", qu'on introduit entre les deux lentilles qui ſont les plus proches de l'œil et dont l'avantage conſiſte à „donner au champ une limite circulaire nette", et à faire „diſparaître en même temps les couleurs aux bords, couleurs qu'il était impoſſible d'éviter entièrement avant

6) Consultez les pp. LXVIII, LXX et XCI de cet Avertissement.

7) Comparez la note 4 de la p. L.

8) Celles dont il est question dans la Prop. IV, p. 259–265 du „Traité de la réfraction et des télescopes" de 1653.

9) Comparez la note 4 de la p. 468.

cette invention". Or, l'ufage d'un tel diaphragme, qui était auparavant inconnu, fut expliqué par lui dans fon Syftema Saturnium [1]).

D'ailleurs les frères Huygens, Conftantyn et Chriftiaan, ont conftruit des „Campanines" eux-mêmes [2]). Une d'elles eft confervée à l'Obfervatoire de Leiden. Nous en avons indiqué les mefures au § 7 de l'Appendice VI, p. 607 [3]).

Confidérations et calculs de Huygens fur la diftorfion des images.

C'eft ici la place de parler de la diftorfion des images, caufée par l'aberration fphérique de l'oculaire, puifque les calculs faits par Huygens à ce fujet fe rapportent précifément aux deux fyftèmes d'oculaires que nous venons de décrire.

Or, quoique Huygens ait eu, vers 1692, l'intention d'expofer dans sa Dioptrique fes idées fur la caufe de cette diftorfion et fur la manière de la déterminer pour un oculaire donné, il n'a pas exécuté ce projet [4]). Auffi le feul moyen de connaître ces idées, c'eft l'examen attentif des deux Pièces qui contiennent les calculs que nous venons de mentionner. Ces Pièces font reproduites au § 14 de l'Appendice VI (p. 615—617) et dans l'Appendice VII (p. 618—620).

Commençons par donner un aperçu des conceptions de Huygens qui ont dû fervir de bafe à fes calculs. À cet effet nous fuivrons, dans fon parcours à l'intérieur d'une lunette, le faifceau de rayons qui émane d'un point éloigné, fitué à côté de l'axe de la lunette. Ce faifceau, qui, à fon entrée dans l'inftrument, a la largeur de l'ouverture de l'objectif, fe rétrécit enfuite pour fe réduire prefqu'à un point dans le plan focal. Après avoir paffé ce plan il s'élargit un peu; mais

---

[1]) Voir la note 2 de la p. 473 et comparez encore les notes 2 des pp. 259 et 264 et les pp. 774 et 826.

[2]) Voir sur une Campanine construite en 1667 par Constantyn Huygens les pp. 151, 152, 158, 170, 205 et 207 du T. VI et sur une autre, probablement celle de l'Observatoire de Leiden, construite par lui en 1683 avec la collaboration de Christiaan Huygens, les pp. 341, 411—417 et 420 du T. VIII.

[3]) Voir encore sur les Campanines les § 3 et 4 (p. 600—602) et le § 8 (p. 608) de l'Appendice VI.

[4]) Consultez la Pièce de 1692 „De Ordine in Dioptricis nostris servando" à la p. 771, où l'on lit: „tum de curvatione rectarum apparente"; voir en outre à la p. 616 la phrase entre parenthèses: „hujus causa bene exponenda est". Déjà vers 1653 Huygens avait mentionné (p. 265) la distorsion des images mais il avait ajouté „qu'il est fort difficile de calculer d'une manière satisfaisante cette courbure des lignes droites qu'on voit souvent près des bords des lentilles"; voir encore sur le même sujet les pp. 469 et 821.

cela n'empêche pas qu'il ne frappe qu'une partie très reſtreinte de la première ſurface de l'oculaire. Par ſuite, les rayons qui le compoſent ſuivront dans l'oculaire des routes très voiſines. L'aberration ſphérique de cette lentille aura donc à peu près le même effet ſur chacun de ces rayons; elle ne produira pas de diminution appréciable dans la netteté des images, mais une déviation dans la direction des rayons, qui ſera à peu près la même pour tous. C'eſt cette déviation qui cauſe la diſtorſion des images. Afin de la calculer, il ſuffira de conſidérer un ſeul rayon du faiſceau, pour lequel on peut choiſir, comme Huygens le fait dans les deux cas traités par lui, le rayon qui, paſſant près du premier foyer de l'objectif, ſe meut parallèlement à l'axe à l'intérieur du tube entre l'objectif et l'oculaire [5]). Pour ce rayon on peut déterminer en premier lieu l'angle qu'il ferait avec l'axe après ſa ſortie de l'oculaire, ſimple ou compoſé, dans l'hypothèſe où il n'y aurait pas d'aberration ſphérique, et enſuite l'angle qu'il fait, en réalité, avec l'axe après cette ſortie, en tenant compte de l'aberration ſphérique. La différence entre ces deux angles conſtituera ce que Huygens appelle l'angle d'aberration ſphérique [6]). C'eſt cet angle qu'il emploie pour meſurer la diſtorſion de l'image [7]).

Dans la première des deux Pièces que nous venons de citer (§ 14, p. 615), Huygens démontre que la diſtorſion cauſée par l'oculaire de Campani à trois lentilles, eſt égale à celle que produirait une ſeule de ces lentilles ſi l'on s'en ſervait comme lentille oculaire unique. En reproduiſant cette Pièce, qui n'eſt qu'une ébauche, nous avons dû ſuppléer mainte fois dans les notes aux lacunes du raiſonnement. La ſeconde Pièce (§ 15, p. 618) eſt encore moins achevée. Elle eſt ſi peu explicite que nous avons même héſité ſur ſa véritable portée lors de ſa reproduction dans le texte du préſent Tome [8]). Toutefois un nouvel examen a fait diſparaître cette héſitation. Il ne nous ſemble plus douteux que Huygens y compare, en effet, la diſtorſion cauſée par l'oculaire, qui porte ſon nom, à celle pro-

5) Si l'objectif était sans aberration sphérique on devrait faire passer ce rayon par le premier foyer de cette lentille; en le faisant couper l'axe un peu plus près du verre on élimine l'influence de l'aberration de l'objectif.

6) On peut consulter sur cet angle la note 1 de la p. 540.

7) Si l'angle d'aberration était proportionnel à la distance du rayon considéré à l'axe, l'aberration sphérique de l'oculaire ne causerait en première approximation qu'une légère modification du grossissement; mais puisque cet angle est proportionnel au carré de cette distance, il se produit une inégalité dans le grossissement des différentes parties du champ de vision et c'est cette inégalité qui est la cause de la distorsion.

8) Comparez les notes 1 et 4 des p. 618 et 619.

venant d'une lentille oculaire unique donnant le même groſſiſſement et le même champ de viſion. Nous croyons que, lorſque Huygens y prend pour angle d'aberration un angle qui ne lui eſt pas égal, il s'agit d'une inadvertance [1]). D'ailleurs cette erreur n'infirme pas ſa concluſion que l'angle d'aberration (et par conſéquent la diſtorſion) propre à ſon oculaire eſt beaucoup moindre que l'angle d'aberration qui appartient à la lentille unique; ce qui conſtitue l'un des principaux avantages de ſon oculaire.

Diſons encore que dans ſes calculs Huygens ſe ſert continuellement d'une propoſition importante (Prop. VI, p. 475—479) ſur l'égalité des petits angles entre deux rayons perpendiculaires à l'arête d'un priſme avant leur entrée dans le priſme et après qu'ils en ſont ſortis; propoſition que nous avons déjà mentionnée à la p. XLV de cet Avertiſſement.

Conſidérations générales ſur la clarté et la netteté des images formées par les téleſcopes. Déduction des nouvelles règles pour la détermination de l'ouverture et du groſſiſſement admiſſibles dans un téleſcope de longueur donnée.

La partie de la théorie des lunettes qui occupe les p. 481—511 eſt ſans doute la plus importante et celle qui montre le mieux le talent avec lequel Huygens a ſu approfondir les problèmes qu'il fallait réſoudre pour bien comprendre les effets produits par ces inſtruments. Il y conſidère les limites qu'on doit s'impoſer dans la conſtruction des téleſcopes pour que l'image ne ſoit ni trop obſcure, ni trop confuſe et il reprend donc les queſtions qu'il avait traitées autrefois dans les „Rejecta" et dont nous avons donné un réſumé aux p. LXVI—LXXII de cet Avertiſſement. Seulement les nouvelles règles, qu'il va déduire maintenant, ſont baſées ſur la conſidération de l'aberration chromatique, dont il avait appris à reconnaître la prépondérance ſur l'aberration ſphérique, quant à l'effet produit ſur la netteté des images formées par les téleſcopes [2]).

---

[1]) Voir la note 5 de la p. 620.

[2]) Comparez les pp. IX et XI de cet Avertissement. Notons que beaucoup plus tard, vers 1692, Huygens a reconnu que dans les tout petits télescopes, à commencer par ceux de 8 pouces (2 décimètres environ), l'aberration sphérique n'est plus négligeable par rapport à l'aberration chromatique. Les nouvelles règles de 1684, dont nous allons parler, ne pouvaient pas être appliquées à ces instruments (voir les pp. 639, 641 et 643), et Huygens se proposait d'ajouter dans sa Dioptrique une remarque à cet effet; ce qu'il n'a pas fait. Un peu plus loin (p. 643) il exprime l'idée de retourner pour ces lunettes à l'invention de 1665 (voir

Mais c'eſt d'abord la clarté des images qu'il étudie [3]). Elle eſt déterminée par la quantité de lumière que la rétine reçoit par unité de ſurface. Huygens démontre que, dans l'obſervation à l'œil nu, elle eſt indépendante de la diſtance à laquelle on place l'objet (p. 481) et que, ſi dans l'obſervation téleſcopique la clarté devait être la même qu'à la vue directe, il faudrait que le rapport entre le diamètre de l'objectif et celui de la pupille de l'œil fût égal au groſſiſſement. Cependant il ajoute qu'en réalité cette condition eſt trop rigoureuſe, et qu'on peut ſe contenter d'une clarté bien moindre. L'expérience lui a appris que, dans les obſervations diurnes, il ſuffit d'avoir une clarté qui eſt la ſixième ou la ſeptième partie de celle qu'on obſerve à l'œil nu, et que, dans les obſervations nocturnes de la lune et des planètes, elle peut être réduite encore ſans inconvénient à la moitié de cette fraction.

La relation dont il s'agit ici peut, comme on ſait, être exprimée bien ſimplement quand on y introduit la grandeur de la pupille de ſortie de l'inſtrument. Si cette pupille eſt plus grande que celle de l'œil, qui ſe trouve au même point de l'axe, et ſi, par conſéquent, la pupille de l'œil eſt entièrement remplie de rayons, on a la même clarté que dans le cas de l'obſervation directe. Lorſque, au contraire, la pupille de ſortie a un diamètre inférieur à celui de la pupille de l'œil, la clarté diminue dans le rapport qu'il y a entre la ſurface de cette dernière et celle de la pupille de ſortie. Or, dans les téleſcopes conſtruits d'après le tableau de la p. 497, qui étaient deſtinés à l'obſervation de Saturne [4]), le diamètre de la pupille de ſortie était la quarantième partie d'un pouce, c'eſt-à-dire 0,65 mm. environ. Si l'on eſtime à 2,5 mm. celui de la pupille de l'œil [5]), on trouve $\left(\frac{2,5}{0,65}\right)^2 = 15$ pour le rapport en queſtion [6]).

les p. LIX—LXII de cet Avertissement); c'est-à-dire de compenser dans les petites lunettes hollandaises, dont on faisait parfois usage au théâtre, l'aberration sphérique de l'objectif par celle de l'oculaire concave.

Ajoutons enfin qu'au § 4 de l'Appendice IX (p. 633) on trouve le calcul de l'angle d'aberration sphérique dans le télescope de 30 pieds, et que l'aberration sphérique qui se présente dans la lunette hollandaise est considérée aux pp. 638, 640, 641, 642 et 643 du présent Tome.

[3]) On peut comparer ces considérations sur la clarté à celles de 1666, qu'on trouve aux p. 333—337.

[4]) Voir la note 1 de la p. 498.

[5]) Voir l'article de M. R. A. Tange: „Die normalen Pupillenweiten nach Bestimmungen in der Poliklinik", Archiv der Augenheilkunde, T. XLVI, 1901, p. 49—61.

[6]) Si l'on applique la règle de la p. 495, on trouve pour le diamètre de la pupille de sortie 0,72 mm., et 12 environ pour le rapport en question; comparez la note 2 de la p. 496. Dans

Il importe maintenant d'évaluer les effets de l'aberration chromatique. Il ne paraît nulle part que Huygens ait mesuré les indices de réfraction de ses verres pour les rayons de différentes couleurs. Il se base presque toujours sur le résultat, indiqué en 1672 par Newton, d'après lequel le diamètre du cercle d'aberration chromatique serait égal à la cinquantième partie du diamètre de la lentille employée [1]). Or ce résultat, il l'a mal interprété en confondant le cercle d'aberration visé par Newton, qui est situé dans un plan placé à mi-distance entre les foyers des rayons rouges et des rayons violets, avec le cercle d'aberration, tel qu'il le concevait lui-même, c'est-à-dire avec celui qui est situé dans le plan focal des rayons violets [2]); les diamètres de ces deux cercles étant dans le rapport de 1 à 2. Si donc, dans le calcul qu'il fait suivre, il pose l'aberration chromatique longitudinale égale à la cinquantième partie de la distance focale, il réduit, sans s'en douter, l'évaluation de Newton à la moitié.

Pour comparer entre elles les deux aberrations, chromatique et sphérique, Huygens prend comme exemple (p. 485) un télescope dont l'objectif, qui est planconvexe, a une distance focale d'un pied, et une ouverture d'un demi-pouce „ce qui est environ l'ouverture qu'il faut donner à cette lentille [3]) dans un télescope d'un pied". L'épaisseur mathématique [4]) d'une telle lentille est égale à $\frac{1}{192}$ pouce. Sa surface courbe étant tournée vers l'extérieur, on trouve

le télescope avec lequel Huygens avait fait, vers 1659, ses observations de Saturne la pupille de sortie n'avait pas plus de 0,61 mm., et en 1662, en employant, probablement avec la même lunette, un grossissement de 1 à 127, il la réduisit à 0,48 (voir la note 1 de la p. 335). En s'appuyant sur les résultats obtenus avec ce télescope, Huygens jugea en 1666 que même la soixantième ou soixante-dixième partie de la lumière qu'on obtient par la vue directe était suffisante (voir la p. 335). À cette occasion il évalua la largeur moyenne de la pupille à $\frac{7}{45}$ d'un pouce (4,1 mm. environ), ce qui paraît exagéré. En effet, en 1685, il estima (p. 482) ce diamètre à $\frac{1}{10}$ pouce (2,6 mm.) et dans la note 6 de la p. 450, où l'on doit lire „$\frac{1}{144}$ pedis partem" $\left(\text{au lieu de } \frac{1}{444}\right)$, à $\frac{1}{12}$ pouce (2,2 mm).

1) Voir la p. 3079 de l'article cité dans la note 2 de la p. 156 du T. VII et comparez pour une autre valeur du rapport de ces deux diamètres, adoptée temporairement par Huygens, la p. XCVII de cet Avertissement.

2) Consultez à ce propos les notes 3 et 8 des p. 484 et 485. Ajoutons que de Volder et Fullenius, dans la Préface de leur édition de 1703 des „Opuscula postuma", ont déjà signalé cette méprise de Huygens.

3) Comparez le tableau de la p. 497 qui donne 0,55 pouces pour cette ouverture.

4) Voir la p. LIII de cet Avertissement.

$\frac{7}{6} \times \frac{1}{192} = \frac{1}{164}$ pouce pour l'aberration ſphérique longitudinale [5]). Or, l'aberration chromatique longitudinale étant évaluée à $\frac{12}{50}$ pouce, elle eſt 39 fois plus forte que l'aberration ſphérique. Elle l'emporte donc de beaucoup ſur cette dernière, et Huygens remarque (p. 487) que dans les téleſcopes plus longs la différence des deux aberrations ſera plus grande encore.

Il s'agit, par conſéquent, de baſer les nouvelles règles pour déterminer l'ouverture et le groſſiſſement d'une lunette de longueur donnée, non plus, comme en 1666 dans les „Rejecta", ſur l'aberration ſphérique [6]), mais ſur l'aberration chromatique. Cette fois encore, Huygens ſuppoſe connues les dimenſions d'une lunette qui donne des réſultats ſatiſfaiſants et il ſe propoſe d'en déduire celles qu'on doit donner à une autre lunette de longueur différente, afin d'obtenir dans les deux inſtruments la même clarté et une netteté égale des images.

Soient donc de nouveau f et f' les diſtances focales des objectifs, φ et φ' celles des oculaires, g et g' les groſſiſſements, d et d' les diamètres des ouvertures des objectifs. La condition pour l'égalité de la clarté ſera la même que celle que nous avons déduite à la p. LXVIII, c'eſt-à-dire:

$$(1) \qquad \frac{d\varphi}{f} = \frac{d'\varphi'}{f'}.$$

De même, nous pouvons emprunter à la p. LXIX l'équation:

$$(2) \qquad \frac{FF_1 . d}{f\varphi} = \frac{F'F'_1 . d'}{f'\varphi'},$$

qui indique l'égalité des cercles d'aberration ſur la rétine; ſeulement FF_1 et $F'F'_1$ doivent repréſenter maintenant dans les deux lunettes les diſtances des foyers des rayons rouges à ceux des rayons violets.

Au contraire, la formule (11) de la p. LXVIII ſubira une modification profonde. En effet, on aura cette fois, puiſque les aberrations chromatiques longitudinales ſont proportionnelles aux diſtances focales:

$$(3) \qquad FF_1 : F'F'_1 = f : f'.$$

---

[5]) Voir la p. 287 du préſent Tome.

[6]) Comparez les p. LXVI—LXIX de cet Avertiſſement.

De ces trois équations, combinées avec la formule (15) de la p: LXIX, on déduit facilement les relations:

$$(4) \qquad \frac{d'}{d} = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\sqrt{f'}}{\sqrt{f}} = \frac{g'}{g},$$

qui résument les nouvelles règles telles qu'on les trouve formulées aux p. 487—489 et, quant à la règle pour les grossissements, à la p. 495.

Partant d'une lunette étalon dans laquelle la distance focale de l'objectif est égale à 30 pieds, et le diamètre de l'ouverture à 3 pouces, Huygens a déduit de ces relations, la règle de la p. 495, et de même le tableau des p. 497—499. Seulement, en calculant ce tableau, il a supposé que la distance focale de l'oculaire égalait le diamètre de l'ouverture, tandis que, lorsqu'il établissait la règle de la p. 495, qui est postérieure au tableau, il a estimé qu'on obtiendrait de meilleurs résultats en employant avec l'objectif de 30 pieds un oculaire de 3,3 pouces de distance focale [1]).

Faisons remarquer encore que Huygens estime que l'évaluation de l'aberration chromatique longitudinale à un cinquantième de la distance focale est exagérée quand il s'agit de comparer entre elles les deux aberrations, chromatique et sphérique. Il en donne la raison (p. 487) que, dans la lumière blanche, les rayons jaunes présentent la plus grande intensité, et que les rayons extrêmes du spectre y sont relativement faibles [2]). Toutefois dans le texte de la Dioptrique, pour la théorie des microscopes comme pour celle des télescopes, Huygens emploie toujours cette fraction $\frac{1}{50}$ pour représenter le rapport de l'aberration longitudinale à la distance focale, ou, ce qui revient au même, celui du diamètre du cercle d'aberration, placé au plan focal des rayons violets, au diamètre de l'ouverture de la lentille. Toutefois dans le dernier projet de rédaction de sa Dioptrique il

---

[1]) Voir encore les notes 2 de la p. 496, et 5 de la p. 497.

[2]) Plus tard, en 1692, Huygens a fait une remarque analogue à propos du cercle d'aberration sphérique, où, en effet, la distribution de la clarté n'est pas uniforme non plus, puisque l'aberration latérale est proportionelle à la troisième puissance de la distance à l'axe du rayon incident; voir, à la p. 629, le § 1 de l'Appendice IX.

avait remplacé la fraction $\frac{1}{50}$ par $\frac{1}{200}$ [3]). Il le faisait évidemment à propos de quelques recherches qu'on trouve dans l'Appendice IX, et qui ont précédé la rédaction définitive de la partie de la Dioptrique, dont nous nous occupons à présent. En effet, aux §§ 4—14 (p. 633—654) de cet Appendice, Huygens calcule pour des microscopes et petits télescopes, dont les mérites lui sont connus, les angles d'aberration sphérique et d'aberration chromatique, en se servant pour le calcul de ces derniers de la fraction $\frac{1}{50}$. Nous avons défini à la p. XCI celui de ces angles qui se rapporte à l'aberration sphérique; l'autre est formé par les rayons extrêmes, du côté rouge et du côté violet, sortant de l'oculaire et provenant du rayon blanc qui a passé par le bord de l'ouverture de l'objectif [4]); c'est-à-dire, en prenant pour ces rayons extrêmes ceux qui embrassent la partie du spectre qui est supposée avoir une influence sensible sur la netteté des images. Ces deux angles sont évidemment proportionnels aux rayons des cercles d'aberration sur la rétine, pourvu qu'on néglige les aberrations sphérique et chromatique de l'œil. Si la fraction $\frac{1}{50}$ avait été bien choisie, leurs valeurs respectives devaient donc pouvoir servir à comparer entre eux les effets de l'une et de l'autre aberration sur la netteté des images. Or, quoique les résultats des calculs prémentionnés ne fussent pas toujours concordants, on peut bien dire qu'ils ont dû donner à Huygens l'impression que les télescopes et microscopes examinés peuvent souffrir un angle d'aberration chromatique, calculé avec la fraction $\frac{1}{50}$, beaucoup plus grand que l'angle d'aberration sphérique qui semblait être admissible d'après ces mêmes cal-

---

3) Voir la p. 777 de la pièce „De ordine in Dioptricis nostris servando", qui date probablement de 1692; comparez la note 5 de la p. 770.

4) Voici comment Huygens apprend (p. 557) à calculer ce dernier angle. Soient d le diamètre de l'ouverture ACA (voir la Fig. 25 de la p. 489), f la distance focale CF pour les rayons rouges, f' celle pour les rayons violets et φ la distance focale de la lentille oculaire, pour laquelle Huygens néglige l'aberration. Posant alors $f - f' = \eta f$, on a $FQ = \frac{1}{2}\eta d$ et l'on trouve pour l'angle cherché $\angle KDE = \angle BDF$ (voir la p. 491) $= \frac{1}{2}\eta d : \varphi$.

Pour le télescope étalon, où $f = 30$ pieds, $d = 3$ pouces, $\varphi = 3,3$ pouces, on a donc $\angle KDE = \eta : 2,2$, c'est-à-dire pour $\eta = \frac{1}{50}$, $\angle KDE = 31'15''$.

culs [1]). Il en devait donc conclure que, lorſqu'on veut rendre comparables entre elles, quant à l'influence ſur la netteté des images, les valeurs obtenues pour les deux angles en queſtion, on doit diminuer conſidérablement la fraction $\frac{1}{50}$; c'eſt-à-dire rétrécir de beaucoup la partie du ſpectre qu'on ſuppoſe contribuer ſenſiblement à l'effet nuiſible de l'aberration chromatique [2]). Huygens peut d'ailleurs avoir été conduit à la même concluſion par les conſidérations qu'on trouve au § 2 (p. 629—631) du même Appendice. Il y calcule les aberrations latérales ſphérique et chromatique d'une lentille planconvexe, tournant ſa convexité vers les rayons incidents. Appellant R le rayon de la ſurface convexe, et r celui de l'ouverture de la lentille, on trouve $\frac{7}{24} \cdot \frac{r^3}{R^2}$ pour l'aberration ſphérique latérale et ηr pour l'aberration chromatique, où η repréſente la fraction à laquelle Huygens donne ſucceſſivement les valeurs $\frac{1}{50}$ et $\frac{1}{200}$. L'aberration ſphérique l'emporte donc ſur l'aberration chromatique quand on a $r^2 > \frac{24\eta}{7} R^2$, c'eſt-à-dire quand on a $r > \frac{1}{4} R$ environ pour $\eta = \frac{1}{50}$, et $r > \frac{1}{7} R$ pour $\eta = \frac{1}{200}$. Or, par une expérience ingénieuſe, pour laquelle nous renvoyons au paragraphe en queſtion, Huygens arrive à la concluſion que déjà pour $r = \frac{1}{5} R$ l'effet de l'aberration ſphérique ſurpaſſe celui de l'aberration chromatique [3]).

Les nouvelles règles pour les ouvertures et les groſſiſſements, telles qu'on les trouve formulées à la p. 495, s'appliquent aux téleſcopes qui doivent ſervir pour

---

[1]) Comparez surtout les pp. 636, 639 et 640. D'ailleurs Huygens n'a pas persisté longtemps dans cette opinion; puisque pendant la rédaction de la dernière Partie de sa Dioptrique il revient à la valeur $\eta = \frac{1}{50}$ et qu'il y évalue les angles d'aberration chromatique et sphérique admissibles à 18′ et 20′ respectivement (voir la p. 565).

[2]) Il faut observer que si l'on prend la valeur $\eta = \frac{1}{200}$ le spectre se réduit presqu'exclusivement à la partie occupée par les rayons jaunes. Des expériences, exécutées par M. P. Zeeman avec des lentilles fabriquées par les frères Huygens et conservées au Laboratoire de Physique de l'Université d'Amsterdam, ont prouvé que pour la matière de ces lentilles

les obſervations nocturnes. Comme il a déjà été dit [4]), les obſervations qu'on fait pendant le jour exigent une clarté à peu près double; c'eſt pour cela que Huygens s'occupe aux p. 503—505 de la manière dont on pourra adapter les lunettes à ces dernières obſervations. S'il ne s'agiſſait ici que de la clarté, on pourrait porter au double la ſurface de l'objectif, ou bien changer dans le rapport de 1 à $\sqrt{2}$ la diſtance focale de l'oculaire, chacun de ces changements augmentant la clarté dans le rapport voulu. Mais évidemment le premier moyen nuirait à la netteté des images; c'eſt donc au ſecond que Huygens s'arrête. Cependant il ſe demande s'il n'y aurait pas avantage à agrandir dans une certaine meſure le diamètre de l'objectif, en augmentant en même temps plus ou moins la diſtance focale de l'oculaire. En effet, ſi le diamètre de l'objectif eſt changé dans le rapport de 1 à α et la diſtance focale de l'oculaire dans celui de 1 à β, le groſſiſſement, la clarté et le diamètre du cercle d'aberration ſur la rétine changent reſpectivement dans les rapports de 1 à β^{-1}, $\alpha^2 \beta^2$ et $\alpha \beta^{-1}$ [5]). On aura donc une clarté double et le même degré de netteté ſi l'on fait en ſorte que $\alpha = \beta = \sqrt[4]{2}$.

Par conſéquent, en portant la ſurface de l'objectif à 1,41 fois ſa grandeur — et non pas au double — et en augmentant la diſtance focale de l'oculaire dans le rapport de 1 à 1,19, on obtiendrait la même netteté des images qu'avec le téleſcope étalon, la clarté néceſſaire, et en même temps un groſſiſſement égal à 0,84 de ce qu'il était primitivement, tandis que, ſi on laiſſait à l'objectif ſon ouverture primitive, en augmentant ſeulement la diſtance focale de l'oculaire, le groſſiſſement ſerait réduit dans le rapport de 1 à 0,71.

La première ſolution ſemble donc ſe recommander, mais Huygens remarque

---

la valeur $\eta = \frac{1}{56}$ ou $\frac{1}{57}$ correspond à la partie du spectre comprise entre les raies C et F, c'est-à-dire entre la limite rouge-orange et le vert bleuâtre. On en peut conclure que la valeur $\eta = \frac{1}{50}$, à laquelle Huygens s'est arrêtée en fin de compte dans le texte de sa Dioptrique, n'est pas en contradiction avec ces expériences.

[3]) Voir toutefois les notes 5, p. 630 et 7, p. 631; mais, quelle que soit la cause des inconséquences signalées dans ces notes, il est sûr, comme nous l'avons indiqué dans la note 6 de la p. 631, que, lorsque le paragraphe cité fut rédigé, Huygens donna la préférence à la fraction $\frac{1}{200}$.

[4]) Voir la p. XCIII de cet Avertissement.

[5]) Pour se rendre compte de la dernière de ces expressions il suffit de remarquer que le diamètre du cercle d'aberration formé au foyer de l'oculaire est proportionnel au diamètre de l'objectif et que l'angle sous lequel il est vu est inversement proportionnel à la distance focale de l'oculaire.

„que le nuage provenant de l'aberration Newtonienne nuit d'autant plus à la netteté que l'image formée ſur le fond de l'œil eſt plus lumineuſe" et que l'expérience lui a appris qu'il „ne faut rien changer aux ouvertures".

On voit, par ce qui précède, avec combien de ſoin Huygens a toujours adapté ſes inſtruments au but auquel ils devaient ſervir. Sous ce rapport il faut ſignaler encore ce qu'il dit (p. 511) de l'obſervation des corps céleſtes qui ne préſentent pas de grandeur angulaire appréciable, tels que les étoiles faibles, ou les ſatellites de Jupiter et de Saturne. Dans leur cas on n'a pas à ſe préocuper du groſſiſſement; l'intenſité de la lumière, qui eſt proportionnelle à la ſurface de l'objectif, et la netteté de l'image importent ſeules. Pour ces objets on peut donc avec avantage agrandir conſidérablement l'ouverture du téleſcope en diminuant en même temps le groſſiſſement de manière à conſerver la même netteté des images.

Enfin nous voulons avertir le lecteur que la queſtion de l'emploi le plus avantageux de diaphragmes dans le tube d'un téleſcope, pouvant empêcher la lumière qui tombe ſur la paroi de pénétrer dans l'œil de l'obſervateur, n'a pas non plus échappé à l'attention de Huygens. Nous renvoyons à ce propos au § 6 de l'Appendice VI, p. 603—607, et ſurtout à la note 6 de la p. 603.

Effets cauſés par la diffraction de la lumière dans les téleſcopes et les microſcopes.

Une autre queſtion, diſcutée par Huygens, donne lieu à une de ſes plus importantes découvertes en optique; celle de l'influence du diamètre du faiſceau lumineux qui entre dans l'œil de l'obſervateur ſur la netteté des images. C'eſt à propos d'obſervations de la ſurface de la lune qu'il a fait cette découverte. Le téleſcope étalon, et tous ceux qui en ſont dérivés d'après les nouvelles règles, étaient adaptés ſurtout à l'obſervation de corps céleſtes aſſez faiblement éclairés, tel que la planète Saturne [1]). Or, ſi l'on veut obſerver la Lune, dont la diſtance au Soleil eſt environ dix fois moindre, et dont, par conſéquent, l'éclat eſt environ cent fois plus fort, le téleſcope recevra une lumière trop abondante [2]). Il ſemble donc qu'il ſerait raiſonnable dans ces circonſtances de diminuer l'ouverture de l'objectif et en même temps la diſtance focale de l'oculaire, de manière à obtenir

[1]) Voir la note 1 de la 498 du préſent Tome.

[2]) Comparez sur ce qui suit les p 505—509.

la même clarté que dans le cas de Saturne (c'est-à-dire une clarté 100 fois moindre qu'avec le télescope étalon), la netteté normale, et un grossissement plus fort. Les nombres α et β que nous avons introduits plus haut devraient alors être tels que $\alpha^2\beta^2 = \frac{1}{100}$, $\frac{\alpha}{\beta} = 1$, d'où l'on tire $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$. Pour le télescope de 30 pieds, l'ouverture, qui est de 3 pouces [3]), pourrait donc être réduite à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ pouce et la distance focale de l'oculaire pourrait être prise $\sqrt{10}$ fois plus petite; le grossissement deviendrait ainsi $\sqrt{10}$ fois plus fort.

Ce changement semble donc promettre beaucoup, mais l'expérience apprend à Huygens que cette promesse ne se réalise pas et c'est avec une sagacité admirable qu'il fait reconnaître, sinon la nature de l'obstacle qui s'oppose à cette réalisation, du moins les conditions dans lesquelles il se présente. „En effet" dit-il [4]) „plus l'ouverture est diminuée plus minime aussi devient le diamètre du petit cylindre suivant lequel les rayons issus d'un point quelconque de l'objet parviennent à l'œil . . or, si ce diamètre . . est plus petit que $\frac{1}{5}$ à $\frac{1}{6}$ ligne" (0,44 à 0,36 mm.) „. . le contour net des images disparaît par une cause inconnue, inhérente à la constitution naturelle de l'œil, soit qu'il faille chercher cette cause dans la choroïde ou dans la rétine [5]), soit qu'elle provienne de la nature des humeurs de l'œil. Car aussi, lorsqu'on place devant l'œil nu une lamelle munie d'une ouverture large de moins de $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ ligne, les bords des objets commencent à paraître moins nets, et la confusion devient plus grande plus on diminue la largeur de l'ouverture" [6]). Ensuite Huygens montre que, dans le cas de l'exemple choisi plus haut, le dia-

---

[3]) Voir le tableau de la p. 499.

[4]) Voir la p. 507.

[5]) Comparez la p. 795.

[6]) Voici encore ce qu'on lit à ce propos dans une annotation du 22 avril 1692 (p. 695): „Mais cette diminution de l'ouverture" [d'un microscope] „a pour effet que les rayons provenant d'un point déterminé et arrivant à la pupille parallèlement entre eux, occupent un espace tellement étroit que la vision ne peut plus être distincte. Si, par exemple, on perce une mince lame de plomp avec la pointe d'une aiguille, de manière à produire un petit trou dont le diamètre n'est que la septième ou la huitième partie d'une ligne ou moindre encore, tout sera vu confusément si le trou est placé devant l'œil, mais les objets seront vus distinctement si le diamètre de l'ouverture est la quatrième ou la troisième partie d'une ligne. Il semble que la largeur du faisceau lumineux qui entre dans la pupille ne doit pas être inférieure à $\frac{1}{5}$ ligne".

mètre du faifceau qui entre dans la pupille ferait, en effet, de beaucoup inférieur à $\frac{1}{6}$ ligne [1]).

Comme on le fait aujourd'hui, il s'agit ici d'un phénomène de diffraction dont l'explication devait échapper à Huygens, puifqu'il n'avait pas les notions du temps de vibration et de la longueur d'onde; en effet, ce n'eft que plus d'un fiècle plus tard que Frefnel a créé la théorie de la diffraction. Toutefois les phénomènes qui fe montrent quand la lumière a paffé par une ouverture très étroite avaient été décrits en 1666 par Grimaldi [2]), et Newton en avait fait mention dans fes „Principia" de 1687 [3]); mais il femble que Huygens n'ait jamais rapproché fes propres obfervations de celles de Grimaldi qu'il ne connaiffait peut-être que par les indications données par Newton [4]). Quoi qu'il en foit, il n'en eft pas moins remarquable que Huygens ait compris l'importance du rétréciffement des faifceaux lumineux, dont la confidération eft devenue une des bafes principales de la théorie moderne des inftruments optiques.

Il eft d'ailleurs intéreffant de calculer l'influence que la diffraction doit avoir

[1]) À cette occasion (p. 509) Huygens remarque que, pour la même raison, il ne faut pas diminuer l'ouverture de l'objectif quand on veut observer la planète Venus, bien que son éclat soit encore considérablement supérieur à celui de la lune. Si l'on trouve de l'inconvénient à la lumière trop intense, il faudra plutôt y remédier en introduisant une plaque de verre couverte de noir de fumée.

[2]) Voir l'ouvrage cité dans la note 8 de la p. 523 du T. IX.

[3]) Dans le „Scholium" (p. 231 de l'édition originale, citée dans la note 2, p. 168 du T. IX), qui suit la Prop. XCVI du „Liber Primus". On y lit: „Radii autem in aere existentes (ubi dudum Grimaldus, luce per foramen in tenebrosum cubiculum admissa, invenit, & ipse quoque expertus sum) in transitu suo prope corporum vel opacorum vel perspicuorum angulos (quales sunt nummorum ex auro, argento & aere cusorum termini rectanguli circulares, & cultrorum, lapidum aut fractorum vitrorum acies) incurvantur circum corpora, quasi attracti in eadem; & ex his radiis, qui in transitu illius propius accedunt ad corpora incurvantur magis, quasi magis attracti, ut ipse etiam diligenter observavi".

[4]) En effet, il n'y a aucune preuve ni dans la Correspondance, ni dans les ouvrages ou manuscrits de Huygens qu'il connaissait le livre de Grimaldi. Il ne semble pas improbable que si Huygens avait connu la description détaillée des expériences multiples et variées qu'on y trouve, la connexion avec sa propre découverte ne lui eût pas échappé. Déjà Leibniz avait été frappé de ce que dans le „Traité de la Lumiere" Huygens ne faisait aucune allusion aux phénomènes de diffraction. Dans le projet d'une lettre à Huygens, qui probablement ne fut jamais envoyée (voir la note 1, p. 521 du T. IX), il s'exprime comme il suit à propos de ce Traité, qu'il venait de recevoir: „Je voudrois que vous eussiés voulû nous donner au moins vos conjectures sur les couleurs et je voudrois sçavoir aussi quelle est vôtre pensée de l'attraction que M. Newton reconnoist après le P. Grimaldi dans la lumiere à la p. 231 de ses Principes" (p. 523 du T. IX).

eue dans les inftruments de Huygens. Lorfqu'une lentille convergente reçoit un faifceau de rayons parallèles dont la fection normale eft un cercle de diamètre d, il fe forme dans le plan focal une tache lumineufe centrale entourée d'un fyftème d'anneaux circulaires. Nous pouvons faire abftraction de ces derniers dont la luminofité diminue rapidement et nous borner au cercle central qui s'étend jufqu'au premier minimum. Si la diffraction n'exiftait pas — et fi de plus la lentille ne montrait aucune aberration — l'image fe réduirait à un point mathématique. La diftance du premier minimum au centre, c'eft-à-dire le rayon de la tache lumineufe, pourra donc nous fournir une idée de la confufion des images qui eft caufée par la diffraction. La valeur angulaire du rayon en queftion eft donnée par l'expreffion $1{,}22\frac{\lambda}{d}$ dans laquelle λ repréfente la longueur d'onde, et on pourra comparer cet „angle de diffraction" δ avec l'angle d'aberration, fi l'on veut évaluer l'influence relative de la diffraction et de l'aberration fur la netteté des images.

En prenant $5{,}7 \times 10^{-4}$ mm. pour la longueur d'onde de la lumière jaune, on trouve $\delta = 1{,}22\frac{\lambda}{d} = \frac{144''}{d}$ [5]), où d doit être exprimé en mm. Dans la lunette étalon de Huygens, et dans tous les inftruments qui en dérivent d'après la règle de la p. 495, on a $d = 0{,}72$ mm. On en déduit pour l'angle de diffraction $3'20''$ [6]). C'eft moins que la neuvième partie de l'angle d'aberration chromatique $31'15''$ qu'on trouve dans ces mêmes lunettes, arrangées pour les obfervations nocturnes [7]),

---

[5]) Comparez les p. 1074—1075 de l'article de F. Pockels „Beugung des Lichtes" dans le T. VI du „Handbuch der Physik" de A. Winkelmann, 2me édition, Leipzig, Barth, 1906.

[6]) Dans les lunettes construites d'après le tableau des p. 497—499, qui est antérieur à la règle de la p. 495 (comparez la note 2 de la p. 496), on aurait $d = 0{,}654$ mm. et $3'40''$ pour l'angle de diffraction δ, et d'après le tableau qui a été mentionné dans la note 5 de la p. 497, on aurait même $d = 0{,}54$ mm. et $\delta = 4'20''$. Or, ce dernier tableau était probablement de 1684 ou de 1685, mais en 1666 Huygens employait des lunettes où la valeur de d était réduite jusqu'à 0,48 (voir la note 6 de la p. XCIII) ce qui donne $\delta = 5'$ à peu près. On voit donc que Huygens a de plus en plus augmenté la valeur de d en se bornant pour un objectif donné à un grossissement moins fort que celui qu'il aurait admis auparavant.

Ajoutons que dans le microscope étalon et dans tous ceux qui en dérivent d'après les règles établies par Huygens vers 1692 (voir les pp. 549, 551 et 575), on trouve $d = \frac{1}{35}$ pouce (0,75 mm.); ce qui donne $\delta = 3'10''$.

[7]) Voir la note 4 de la p. XCVII; pour les observations diurnes le grossissement était réduit à la moitié (voir la p. 505), ce qui ne change pas le rapport des deux angles.

ſi l'on poſe $\eta = \frac{1}{50}$. Et même en poſant $\eta = \frac{1}{200}$ [1]), ce qui réduit l'angle d'aberration à ſa quatrième partie, cet angle eſt encore toujours plus du double de l'angle de diffraction. Il s'enſuit que dans les lunettes en queſtion l'effet nuiſible de la diffraction pouvait être négligé par rapport à celui de l'aberration chromatique; mais, en pouſſant plus loin le groſſiſſement, la ténuité du faiſceau qui entre dans la pupille diminuerait bientôt ſenſiblement la netteté de l'image. En effet, pour la valeur limite, aſſignée par Huygens, $d = \frac{1}{5}$ à $\frac{1}{6}$ ligne (0,44 à 0,36 mm.), on trouve $\delta = 5'30''$ à $6'30''$.

Remarquons encore que le calcul dont nous venons de nous ſervir, et qui fait dépendre la diffraction du diamètre du faiſceau émergent, c'eſt-à-dire de la largeur de la pupille de ſortie, donne le même réſultat que la théorie uſuelle dans laquelle l'ouverture diffringente eſt cenſée être celle de l'objectif. Pour s'en aſſurer on peut employer le raiſonnement ſuivant, également applicable aux lunettes et aux microſcopes à faible „aperture numérique" tels qu'étaient les instruments de Huygens.

Soient q la diſtance de l'objectif à l'image réelle qui ſe forme dans le plan focal A de l'oculaire, f la diſtance focale de l'oculaire et D le diamètre de l'objectif. Le rayon du cercle de diffraction qui ſe forme dans le plan A a la grandeur $1{,}22\,\frac{\lambda q}{D}$ et il ſera vu ſous l'angle $1{,}22\,\frac{\lambda q}{Df}$. Or cette expreſſion eſt identique avec la valeur $1{,}22\,\frac{\lambda}{d}$ parce que, entre le diamètre D de l'objectif et le diamètre d de la pupille de ſortie, il y a la relation $D : d = q : f$.

CHAP. II. DES MICROSCOPES.

Origine et hiſtorique des recherches de Huygens ſur la conſtruction et la théorie des microſcopes.

Nous avons vu (p. XLVII), qu'environ au même temps où les frères Conſtantyn et Chriſtiaan Huygens commencent à l'age de 25 et de 24 ans, à s'occuper de la fabrication des lunettes, ils s'appliquent auſſi à la conſtruction des microſcopes. Si on peut en croire leur père, c'eſt même avec les microſcopes qu'ils

---

[1]) Comparez les p. XCVII et XCVIII et surtout la note 2 de la p. XCVIII.

réuffiffent premièrement à faire des inftruments qui les fatiffont [2]). En mars 1655 ils font don à un des amis de leur père, le pafteur A. Colvius de Dordrecht, d'un microfcope qui vient de fortir de leur atelier [3]). Il trouvera, lui écrit Chriftiaan, l'explication du merveilleux groffiffement qu'on peut obtenir avec des lentilles ainfi difpofées dans un traité qu'il efpère publier bientôt et qui contiendra auffi la théorie des télefcopes. En décembre 1657 van Schooten demande à Chriftiaan de lui prêter un de fes microfcopes, dont il a entendu louer les effets [4]); mais ce microfcope fe trouve déjà, à ce qu'il paraît, entre les mains de Ifaac Voffius [5]).

Nous ne connaiffons pas avec certitude la difpofition des lentilles dans ces premiers microfcopes fabriqués par les frères Huygens. D'après la defcription donnée à Colvius [6]), c'étaient des microfcopes compofés de deux lentilles et il nous femble probable que l'inftrument deffiné et décrit aux p. 674—675 du préfent Tome en repréfente un exemplaire [7]). Dans ce cas cette difpofition différait beaucoup de celle adoptée dans les microfcopes dont Huygens a expofé la théorie dans fa Dioptrique [8]). En effet, dans ces derniers microfcopes le faifceau de rayons émanant d'un point de l'objet eft converti à la fortie de l'oculaire en un faifceau de rayons parallèles. Au contraire,

---

[2]) Voir la lettre de Constantyn Huygens, père, à Colvius du 26 février 1655 (p. 318 du T. I), où on lit „Microscopijs primum ex officina nostra docebimini quanti opifices simus. De macroscopijs nihil hactenus tam certi pollicemur quam olim, Deo volente, præstituri sumus".

[3]) „Mitto tibi manibus nostris elaboratum perspicillum, oculum scilicet illum quo diligens naturæ scrutator carere non debet, hujus ope minutissimorum insectorum seminumque figuras subtilissimas et in germine ipso herbarum arborumque rudimenta inspectare poteris.. Constitutio tubi determinata est lineis circumductis, ad quas usque singulæ partes perducendæ sunt. lentem quoque majorem si quando exemeris pulveris habitu tuo detergendi gratiâ ut reponere in pristinum locum possis introrsus signum positum est. Inferior tubus vix quicquam à linea signata unquam dimovendus erit; superiorem vero illo manente amplius extrahi licebit, ut majores adhuc imagines oculo offerantur, sed sciendum eo quoque minus lucidas effici. Causas mirabilis augmenti quod a vitris sic inter se adaptatis producitur explicare tibi cuperem, si per epistolam fieri posset. Cæterum de his integrum volumen, quo præterea telefcopiorum omnis generis demonstratio continetur, propediem edere spero tibique impertiri" (voir les p. 321 et 322 du Tome I).

[4]) Voir la p. 95 du T. II.

[5]) Voir la p. 110 du T. II.

[6]) Voir la note 2.

[7]) Comparez surtout la phrase „Inferior tubus... effici" du passage de la lettre à Colvius, cité dans la note 2 qui précède, aux remarques sur les deux systèmes de distances A, B, C qu'on trouve à la p. 675.

[8]) Aux p. 527—585 du présent Tome.

dans le microſcope mentionné, qui doit dater d'environ 1654, une image réelle et agrandie de l'objet eſt formée dans le plan indiqué par les lettres PPP de la Fig. 2 de la p. 674 [1]), c'eſt-à-dire entre la lentille oculaire et l'œil qui regarde cette image à une certaine diſtance.

La Correſpondance nous montre que dans les années qui ſuivent, juſqu'en 1677, Huygens s'eſt occupé pluſieurs fois encore de la microſcopie. En 1663, pendant un ſéjour à Paris, où il accompagne ſon père, il cherche à y vendre des microſcopes de ſa façon, mais, écrit-il à ſon frère, „Juſqu'icy il ne s'eſt point encore preſentè d'occaſion pour debiter de nos Teles- et Microſcopes, quoyque preſque tous les jours il ne me manque des ſpectateurs" [2]). À plus d'un endroit [3]) il motive la préférence qu'il donne à ſes microſcopes compoſés de deux lentilles, ſur d'autres dont les objectifs ſont plus petits et ſur les boulettes ſphériques que Hudde a commencé à fabriquer pour s'en ſervir à la manière d'une loupe [4]). Il leur reproche, outre leur manque de clarté, que „la diſtance de l'objet eſt ſi fort determinee, qu'on ne peut voir le deſſus et le deſſous d'un cheveu en meſme temps, ce qui eſt fort incommode [5]), et me fait penſer s'il ne feroit pas bon de prendre l'objectif encore moins convexe de beaucoup que celuy qui ſe fait dans le petit creux de fer que vous avez, et de faire en ſorte que l'objectif et l'oculaire fuſſent a peu pres de la meſme force, chacun environ d'un pouce: car il eſt certain que tant que l'objectif eſt moins convexe d'autant la diſtance de l'objet ſouffre plus de variation. Je viens d'experimenter qu'avec deux oculaires de Campanine [6]) eloignez l'un de l'autre de quelque 14 ou 15 pouces et avec ouverture de 3 lignes, l'on peut faire quelque choſe de bon, et on n'a qu'a les eloigner d'avantage ſi on veut qu'ils groſſiſſent d'avantage" [7]).

Vers 1677 l'intérêt de Huygens pour la microſcopie reçoit une nouvelle impulſion par les obſervations de Leeuwenhoek ſur les infuſoires, les ſpermatozoïdes et ſur d'autres objets microſcopiques [8]); obſervations qu'il avait conſidérées au

---

[1]) Voir aussi la Fig. 7 de la p. 675.
[2]) Voir sa lettre à son frère Constantyn du 20 avril 1663 à la p. 334 du T. IV.
[3]) Voir ses lettres à Hudde du 4 avril et du 10 avril 1665 aux pp. 304 et 318 du T. V et celles du 6 avril et du 11 mai 1668 à Constantyn, frère, aux pp. 206 et 213 du T. VI.
[4]) Voir les pp. 304, 308, 309, 330, 331 du T. V; 90, 91 et 98 (note 3) du T. VIII.
[5]) Voir à ce sujet les p. CXXXVIII—CXXXIX, qui suivent, de cet Avertissement.
[6]) Voir à propos des lunettes „Campanines" la p. LXXXIX.
[7]) Voir la lettre du 6 avril 1668 à son frère Constantyn, p. 206 du T. VI; à la p. 213 du même

début avec méfiance [9]). À peu près à la même époque il change d'opinion fur les avantages relatifs des microfcopes compofés par rapport aux boulettes fphériques. Dès le 26 mars 1678 il déclare préférer aux autres microfcopes ceux „qui n'ont qu'une petite boule de verre, la quelle forte, tout bien confiderè, je crois eftre la meilleure et qui fait le plus d'effect" [10]) et il perfifte dans ce jugement, pour autant du moins qu'il s'agiffe de l'obfervation d'objets tranfparents [11]). C'eft dans ces circonftances que, pendant l'année 1678, il prend une part très active au perfectionnement de la fabrication et de l'emploi de ces petites boules de verre [12]) et que, durant cette même année, il commence la première férie de fes remarquables obfervations microfcopiques dont nous parlerons plus loin [13]). Mais auparavant nous analyferons les confidérations théoriques et pratiques fur les microfcopes fimples et compofés que Huygens a expofées dans la partie de fa Dioptrique dont nous nous occupons à préfent [14]).

Préface. Microfcope fimple.

Après une préface très courte [15]) où il foutient, avec une certaine réferve, les droits de Drebbel à la priorité de l'invention des microfcopes compofés [16]), Huygens commence à expofer la conftruction et l'emploi des microfcopes fimples à lentille ou à boulette.

Tome on trouve encore d'autres renseignements sur les microscopes composés dont les frères Huygens s'occupaient vers cette époque.

[8]) Voir la lettre de Leeuwenhoek à Huygens du 15 février 1677, p. 21, et la traduction par Huygens d'un article de Leeuwenhoek, p. 22—27 du T. VIII, comme aussi la note 2 de la p. 62 et la p. 77 du même Tome.

[9]) Voir à la p. 400 du Tome VII la lettre de Huygens à Oldenburg du 30 janvier 1675 et à la p. 417 du même Tome la réponse de Oldenburg.

[10]) Voir sa lettre à Constantyn, frère, p. 64 du T. VIII.

[11]) Comparez les pp. 515 et 527 du présent Tome et la lettre à von Tschirnhaus du 10 mars 1687 où on lit à propos de certains microscopes de Campani: „Ausim tamen affirmare, quantum ad amplificationem attinet, non accedere hæc nova ad ea quæ solo exili sphærula constant" (p. 125 du T. IX).

[12]) Voir les pp. 65, 90—93, 96—97, 112, 113, 122—124, 128, 130, 131 et 241 du T. VIII et la p. 730 du T. X.

[13]) Voir les p. CXXXIX—CXLII de cet Avertissement.

[14]) Voir encore pour l'origine et l'historique de la théorie du microscope composé, traitée dans cette partie, les p. CXIII—CXV de cet Avertissement.

[15]) Voir les p. 513—515 du présent Tome.

[16]) Nous nous abstiendrons de traiter ici cette question de priorité; comparez la note 1 de la p. 436.

Il parle d'abord (p. 515) de l'effet d'une lentille convexe à courte diſtance focale, en ſuppoſant, comme il l'avait fait auſſi dans ſa théorie de la lunette, que l'œil ſoit adapté à une diſtance infinie. Alors l'objet devra être placé au foyer de la loupe et la grandeur apparente ſous laquelle on le verra ſera indépendante de la poſition de l'œil [1]). Dès qu'on connaît cette grandeur, on connaîtra auſſi le groſſiſſement g, que Huygens définit, exactement ainſi qu'on le fait de nos jours, comme le rapport entre la grandeur apparente ſous laquelle on voit l'objet à l'aide du microſcope, et la grandeur apparente ſous laquelle il ſe préſenterait à l'œil nu, s'il ſe trouvait à une diſtance déterminée [2]) pour laquelle Huygens choiſit 8 pouces (21 cm.) et que nous repréſenterons par ω. Cette „diſtance de viſion diſtincte" eſt une valeur moyenne de la diſtance à laquelle des perſonnes aux yeux normaux ont coutume de placer les objets qu'elles veulent examiner à l'œil nu [3]).

Cela poſé, le groſſiſſement produit par la loupe eſt trouvé ſans peine ſi l'on imagine que l'œil ſe trouve tout près de la ſurface poſtérieure. Dans ce cas la lentille eſt ſans influence ſur la grandeur apparente et n'a d'autre effet que de rendre la viſion diſtincte [4]). La grandeur apparente eſt donc égale à celle qu'on obſerverait à l'œil nu ſi l'objet ſe trouvait à une diſtance égale à la diſtance focale de la lentille, et on a la formule:

$$g = \frac{\omega}{f}. \tag{1}$$

On peut obtenir le même réſultat de différentes autres manières. Suppoſons que, dans une direction perpendiculaire à l'axe, l'objet ait la petite longueur h et que, par conſéquent, ſa grandeur apparente ait la valeur $h : \omega$ pour un œil nu placé à la diſtance ω. D'autre part, la grandeur apparente ſous laquelle l'objet eſt vu à travers le microſcope eſt donnée par l'angle φ que ſont entre eux, après leur paſſage par la lentille, deux rayons quelconques partis des extrémités de l'objet. Nous aurons donc:

$$g = \frac{\omega\varphi}{h}. \tag{2}$$

Si on choiſit pour les rayons en queſtion ceux qui ſont parallèles à l'axe et qui,

[1]) Voir la Prop. XIII, Liv. II, Part. I, p. 233.
[2]) Comparez la note 4 de la p. XXXIX de cet Avertissement.

par ſuite, ſe réuniſſent, après la réfraction, au ſecond foyer de la lentille, on aura évidemment $\varphi = h : f$ et l'on retrouve la formule (1).

C'eſt là, comme il ſemble [5]), la méthode ſuivie primitivement par Huygens pour la déduction de la formule (1). Il s'en ſert également pour calculer le groſſiſſement produit par une ſphère en verre. En effet, dans la figure 31 de la p. 517, CE repréſente l'objet placé au foyer C de la ſphère et les rayons dont il s'agit ſont CKD, paſſant par le centre K, et EGHD. Or, le point eſſentiel dans l'expoſition de Huygens, c'eſt que le rayon HD eſt parallèle à la ligne EK; on le voit immédiatement ſi l'on conſidère que le point E eſt le foyer de la ſphère ſur l'axe KE, et que, par conſéquent, tous les rayons ſortant du point E finiront par devenir parallèles à cet axe KE. La valeur de φ eſt donc égale à l'angle CKE ſous lequel l'objet ſerait vu du centre K. La diſtance BC étant égale à la moitié du rayon R de la ſphère [6]) (ſi l'on prend $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction), on aura $\varphi = \frac{2}{3}\frac{h}{R}$ et, par conſéquent, d'après la formule (2):

$$g = \frac{2}{3}\frac{\omega}{R}. \qquad (3)$$

Cette formule s'applique aux petites ſphères de verre dont Huygens s'eſt ſervi ſi fréquemment dans ſes obſervations microſcopiques [7]) et dont il parle dans la Prop. XI (p. 521) en indiquant la manière de les fabriquer et de les enchâſſer entre deux lamelles d'airain, dans leſquelles on a pratiqué de petits trous [8]). Seulement l'emploi de ces microſcopes extrêmement ſimples eſt limité au cas où l'objet eſt regardé à la lumière tranſmiſe [9]); la petite diſtance CB (voir toujours la Fig. 31 de la p. 517) $= \frac{1}{2}$R entre la ſphère et le foyer ne permettant pas d'éclairer ſuffi-

[3]) Comparez la p. 137, où l'on voit que Huygens avait commencé par évaluer cette distance à un pied (31 cm.).
[4]) Voir la Prop. I, Liv. II, Part. I, p. 173.
[5]) Voir la note 5 de la p. 514.
[6]) Voir la Prop. XIII, Liv. I, Part. I, p. 79—81.
[7]) Voir la p. CVII de cet Avertissement.
[8]) Comparez pour plus de détails les pp. 683—685.
[9]) Voir pour ce qui suit les pp. 517—519.

ſamment le côté de l'objet qui eſt tourné vers la boulette. Sous ce rapport les boulettes sont inférieures aux petites lentilles, auxquelles, pour avoir le même groſſiſſement, on doit donner une diſtance focale égale à $\frac{3}{2}$ fois le rayon de la boulette [1]). Dans le cas où l'épaiſſeur de ces lentilles pourrait être négligée, l'eſpace diſponible pour l'éclairage, ſerait donc trois fois plus grand pour les petites lentilles „mais comme . . il faut néceſſairement leur laiſſer une certaine épaiſſeur, afin qu'elles ne deviennent pas incapables d'être maniées à cauſe de leur extrême petiteſſe et qu'elles ne prennent pas moins bien la forme ſphérique" (p. 519), cet eſpace s'amoindrit néceſſairement. Toutefois, pour un cas extrême (repréſenté par la Fig. 33 de la p. 519), où l'épaiſſeur de la lentille eſt égale à $1\frac{1}{4}$ fois ſa diſtance focale comptée depuis ſa ſurface inférieure, il trouve que l'eſpace diſponible ſous la lentille eſt encore toujours le double de l'eſpace libre ſous une boulette donnant le même groſſiſſement [2]).

Huygens n'a pas négligé non plus de conſidérer l'étendue du champ et la netteté des images qu'on peut obtenir avec les microſcopes ſimples. Quand on ſe ſert d'une boulette il faut placer l'œil tout près du verre pour avoir le champ le plus vaste (p. 523) [3]). La netteté des images exige en général que les faiſceaux lumineux qui partent des points de l'objet et ſont admis dans l'œil ſoient ſuffiſamment étroits par rapport aux rayons de courbure des lentilles ou boulettes. Quelquefois, quand on emploiera par exemple une loupe dont la diſtance focale n'eſt pas inférieure à un demi-pouce (1,3 cm.), la pupille de l'œil elle-même exclura des faiſceaux trop larges (p. 531). Mais il faudra ſouvent ſe ſervir à cet effet d'un diaphragme convenablement placé [4]). Ainſi dans le cas des petites boulettes trouve-t-on grand avantage à placer un écran muni d'un petit trou à une certaine diſtance de l'objet, entre ce dernier et la ſource de lumière [5]).

Dans la Prop. XIII (p. 531) Huygens démontre que pour de petites lentilles, dont il eſt néceſſaire de limiter les ouvertures, les diamètres de ces dernières doivent être proportionnels aux diſtances focales afin que les images ſoient également nettes. Pour autant que le degré de netteté dépende de l'aberration

[1]) Comparez les formules (1) et (3).
[2]) Voir la note 4 de la p. 519.
[3]) Voir encore l'article 6 de la p. 685.
[4]) Voir la p. 521 et surtout la note 6 de cette page.

chromatique, cela ſe voit preſque immédiatement à l'inſpection des figures 36 et 37 de cette page 531. Elles repréſentent deux lentilles P et *p* ayant les foyers F et *f* pour les rayons rouges, B et *b* pour la lumière violette. L'objet ſe trouvant en F ou en *f*, et D ou *d* étant un point du bord l'ouverture, les angles EDK = = FDB [6]) et *edk* = *fdb* feront reſpectivement les angles d'aberration qui déterminent, ſi l'œil eſt ſuppoſé ſans aberration, les diamètres des cercles d'aberration ſur la rétine et, par conſéquent, le degré de netteté des images. Or, ces angles feront égaux ſi PD et *pd* ſont proportionnels à PF et *pf*, car nous ſavons que PF : FB = *pf* : *fb*, et les figures DPBF et *dpbf* feront donc ſemblables.

Dans le texte de la Dioptrique Huygens ne s'occupe à cette occaſion que de l'aberration chromatique. Il en eſt de même dans une annotation de 1684 que nous avons reproduite au § 2 de l'Appendice VIII (p. 624—625), mais à une époque poſtérieure, probablement en 1692, Huygens a ajouté à cette annotation la remarque „tout cecy convient auſſi à l'aberration ancienne".

En effet, les mêmes figures 36 et 37 (p. 531) peuvent ſervir quand on veut conſidérer l'aberration ſphérique qui dans les lentilles fortement courbées prédomine ſur l'autre [7]). Soient alors F et *f* les foyers des lentilles, et B et *b* les points où des rayons parallèles à l'axe, venant du côté de l'œil, rencontrent l'axe après leur paſſage par la loupe. Les rayons partant de F ou de *f* et paſſant par le centre de la lentille reſteront parallèles à l'axe, c'eſt-à-dire qu'ils auront les directions des lignes DE et *de*; les rayons FD et *fd*, au contraire, qui paſſent par le bord de la lentille prendront les directions DK et *dk* qu'on obtient en prenant les angles EDK et *edk* égaux aux angles FDB et *fdb* [8]). Les angles EDK = FDB et *edk* = *fdb* feront donc de nouveau les angles d'aberration, et, ſi les lentilles P et *p* ont des figures ſemblables, il eſt clair que l'égalité de ces angles réſultera de la ſimilitude complète des figures DPBF et *dpbf*.

Huygens ne manque pas de parler auſſi de la clarté qu'on obtient avec les deux lentilles repréſentées dans ces figures 36 et 37. Comme les angles DFP et *dfp* ſont égaux, la quantité de lumière qu'un point de l'objet envoie vers la rétine ſera la même dans les deux cas. La clarté de l'image ſera donc inverſement propor-

---

[5]) Consultez encore les pp. 679 et 690.
[6]) D'après la Prop. VI, p. 475, DK étant le rayon violet, parti du point F, après la réfraction par la lentille.
[7]) Comparez encore le P. S. de la p. 625 et le § 5 de l'Appendice IX, p. 634.
[8]) Voir toujours la Prop. VI, p. 475.

tionnelle au carré du grossissement, c'ést-à-dire proportionnelle au carré de la distance focale (p. 531). En employant une lentille qui grossit beaucoup, on risquera donc toujours de rendre l'image trop obscure; on devra y parer en éclairant fortement l'objet, en concentrant par exemple à l'aide d'une lentille convergente la lumière qu'il reçoit.

À plusieurs reprises Huygens s'est occupé de la meilleure manière d'éclairer les objets; le lecteur qui voudra connaître ses idées sur ce sujet pourra consulter, quant à l'éclairage des objets transparents les références indiquées dans la note 6 de la p. 521, et pour l'éclairage des objets opaques le § 2 de l'Appendice VIII (p. 624—625) et le § 12 de l'Appendice X (p. 694—697). Il y verra, comme ailleurs, combien de peine Huygens s'est donnée pour faire ses observations microscopiques dans les conditions les plus favorables.

Nous avons déjà vu que l'usage de petites sphères est limité aux corps diaphanes qu'on voit à la lumière transmise et que pour l'observation des objets plus ou moins opaques on doit préférer les petites lentilles. Or, Huygens distingue nettement entre la manière dont se comportent ces deux espèces de corps. Un corps transparent „intercepte de la lumière mais n'en émet pas", tandis que les points d'un objet opaque „rayonnent eux mêmes" (p. 522). Il veut dire que, lors même que les rayons qui éclairent un corps opaque sont contenus dans un faisceau peu divergent, la réflexion diffuse peut remplir un cône assez large, qu'il faudra limiter pour ne pas avoir une image trop confuse.

Cependant, en rétrécissant convenablement l'ouverture de la lentille, ce qu'on pourrait faire, si l'on avait à sa disposition une source de lumière suffisamment intense, on serait libre de pousser le grossissement aussi loin qu'on le voudrait; „mais" comme Huygens le fait remarquer à la p. 533 „même ainsi nous n'avançons guère, parce que la largeur auprès de la pupille, c'est-à-dire celle du petit cylindre lumineux émanant de chaque point de l'objet, duquel nous avons parlé dans l'explication des télescopes et qui possède ici une largeur précisément égale à celle de l'ouverture, ne peut être diminuée de manière à devenir inférieure à $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ ligne; de sorte que de toutes façons un terme est posé

[1]) Parce que, d'après ce que Huygens se propose de démontrer dans sa théorie du microscope composé, „il existerait" (dans ce dernier genre de microscopes) „une progression pour ainsi dire infinie du grossissement si la petitesse des lentilles n'y faisait pas obstacle" (p. 533—535). Comparez les pp. CXXVI et CXXIX qui suivent.

à l'efficacité de ces petites lentilles". Il s'agit donc du même effet nuifible (celui de la diffraction) dont nous avons parlé aux p. C—CIV. Huygens en a compris toute l'importance auffi bien pour le microfcope que pour le télefcope. Il le mentionne comme une des raifons qui doivent faire préférer le microfcope compofé fi on défirerait des groffiffements toujours plus forts [1]). Huygens en voit d'autres (p. 628) dans la „commodité de voir et d'efclairer à cofté". De plus „les tres petites lentilles malaifement font fi bien formées que les moins petites". Toutefois, ce qui eft bien curieux, il femble s'être fervi du microfcope compofé feulement pour l'obfervation des corps opaques; les petites boulettes le fatiffont pleinement pour celle des objets tranfparents. Il en donne les raifons dans un paffage remarquable, annoté en marge dans le manufcrit de la Dioptrique [2]): „On doit fe demander" dit-il „quelle eft la raifon pour laquelle on ne peut avoir avec les microfcopes compofés, qui montrent les couleurs des objets, un groffiffement auffi fort que celui qu'on obtient avec les boulettes ou petites lentilles en obfervant les objet tranfparents. Pourquoi ne tournerait-on pas vers la lumiere un microfcope compofé groffiffant beaucoup avec une ouverture plus grande? Serait-ce parce qu'on ne fait pas former les lentilles affez exactement? Mais pourquoi chercher dans cette direction? Ces microfcopes feraient plus obfcurs à caufe de la matière de la feconde lentille et des réflexions de la lumière. Et de plus la lentille inférieure eft beaucoup plus groffière qu'une boulette de verre". Nous croyons pouvoir conclure de ce paffage que c'étaient furtout les imperfections techniques de la fabrication des lentilles qui ont fait préférer à Huygens les microfcopes fimples à boulettes aux microfcopes compofés à lentilles.

Théorie de Huygens du microfcope compofé.

Nous avons vu aux p. CV—CVI quelle était probablement la difpofition des lentilles dans les premiers microfcopes compofés des frères Huygens. Durant les années fuivantes des microfcopes compofés de leur fabrique font quelquefois mentionnés dans les lettres qu'ils échangent [3]), mais avant l'année 1679 les rares renfeignements qu'on y trouve font infuffifants pour faire connaître la ftructure

[2]) Voir la note 6 de la p. 527 du préfent Tome.

[3]) Voir les pp. 318 du T.V (avril 1665), 206, 213 et 219 du T. VI (avril, mai et juin 1668) et 64 (mars 1678) du T. VIII et consultez aussi la note 4 de la p. 88 de ce dernier Tome.

de ces inſtruments. Enfin, la Correſpondance de l'année 1679 nous apporte le deſſin d'un petit microſcope qui doit ſervir à diſſéquer des inſectes ou d'autres objets. Ce deſſin eſt fait par Chriſtiaan ſur la marge d'une lettre de ſon frère Conſtantyn du 26 août 1679 [1]) et répété à une échelle plus petite dans ſa réponſe du 8 ſeptembre 1679 [2]). Il y s'agit de perfectionner, au point de vue de l'éclairage et de la facilité du maniement, l'idée, émiſe par Conſtantyn dans la première lettre citée, de ſe ſervir d'un tel microſcope „afin de. . ſeparer de petites pieces ou de membres d'inſectes, et autre choſes que je veux obſerver et que l'on ne peut coupper avec l'œil non armè". Quoique ces deſſins ſoient peu détaillés, il nous ſemble évident qu'ils repréſentent des microſcopes à deux lentilles conſtruits d'après les mêmes principes que ceux dont nous parlerons bientôt.

De cette même année, ou d'un peu plus tôt, doit dater la deſcription détaillée d'un microſcope à trois lentilles, qu'on trouve au § 3 de l'Appendice X (p. 677). Dans ce microſcope le faiſceau de rayons partant d'un point donné de l'objet eſt converti à la ſortie de l'oculaire en un faiſceau de rayons parallèles et l'œil y eſt placé au lieu où ſe forme l'image de l'objectif; c'eſt-à-dire là où ſe trouve la pupille de ſortie. Il paraît qu'on a affaire ici à un des microſcopes dont les verres furent polis par la veuve Le Bas et à la conſtruction duquel Huygens avait probablement pris part [3]).

En 1684, Huygens découvre les nouvelles règles pour la conſtruction des téleſcopes, baſées ſur la conſidération de l'aberration chromatique [4]). Dès lors il était tout indiqué pour lui de tâcher d'établir une théorie analogue pour le microſcope, c'eſt-à-dire de rechercher, en partant d'un microſcope étalon, de quelle manière on devrait en changer les meſures pour obtenir, avec la même clarté et la même netteté des images, un groſſiſſement plus fort. Mais ce nouveau problème était beaucoup plus difficile que l'autre, ſurtout parce que le faiſceau de rayons émanant d'un point de l'objet ne pouvait pas, ainſi que dans le cas du téleſcope, être conſidéré comme un faiſceau de rayons parallèles. Auſſi Huygens ne s'eſt-il

---

[1]) Voir la p. 205 du T. VIII.
[2]) Voir la p. 213 du T. VIII.
[3]) Voir, sur la veuve Le Bas et sur les microscopes à 3 lentilles qu'elle vendait, la page 480 du T. VII et les pp. 202, 204 et 212 du T. VIII.
[4]) Voir la p. XI de cet Avertissement.

pas mis à cette recherche avant l'année 1692 et même alors n'a-t-il pas complétement réussi à ce propos, comme nous le verrons dans la suite [5].

En attendant, il donne aux §§ 2 et 3 de l'Appendice VIII (p. 624—628) quelques calculs relatifs au microscope simple et au microscope composé qui datent de 1684. Ne se doutant pas encore que l'aberration sphérique joue un rôle tout autrement important dans le microscope que dans le télescope, Huygens n'y considère que l'aberration chromatique. Au § 3 il calcule l'aberration chromatique d'un microscope à 2 lentilles et la compare à celle d'un microscope simple [6].

Lorsqu'il eut reconnu plus tard [7] que l'aberration sphérique ne peut pas être négligée dans les microscopes, le problème devint encore beaucoup plus compliqué. Toutefois, en 1692, il en entreprit et en acheva la solution.

Les microscopes composés dont Huygens a donné alors la théorie consistent en deux verres planconvexes tournant l'un et l'autre leur surface plane vers l'objet [8]. L'œil étant supposé adapté à une distance infinie, l'objet doit avoir une position telle que l'image réelle formée par l'objectif se trouve au foyer de l'oculaire. La pupille de l'œil coïncidera avec la pupille de sortie de l'instrument quand on voudra avoir un champ de vision aussi étendu que possible. Si l'on désigne avec Huygens par b la distance de l'objet à l'objectif, par c la distance de cette lentille à l'image réelle, par d la distance focale de l'oculaire, et enfin par ω la distance de la vision distincte, le grossissement g sera donné par l'équation:

$$g = \frac{c\omega}{bd}; \qquad (4)$$

comme Huygens le démontre à la p. 529.

Dans la déduction des règles pour la construction de ces microscopes Huygens

---

[5]) Voir les p. CXXVI—CXXXI.

[6]) Nous n'insisterons pas ici sur les détails de ce calcul, que nous avons discutés dans les notes ajoutées à la Pièce en question.

[7]) Voir, par exemple, le post-scriptum de la p. 625.

[8]) Voir toutefois le § 3 de l'Appendice IX (p. 631—632) où il recommande l'emploi de lentilles biconvexes ayant l'un de leurs rayons de courbure six fois plus grand que l'autre, ce qui correspond au minimum de l'aberration sphérique; voir la p. 291.

compare continuellement deux inſtruments différents. Mais, pour en donner un réſumé facilement intelligible, il nous ſemble préférable d'établir d'abord les formules générales, applicables à un inſtrument quelconque, pour les différentes grandeurs dont il s'agit. Ces grandeurs ſont: le groſſiſſement g, pour lequel nous avons déjà donné la formule (4), la clarté I, l'angle A de l'aberration, ſoit ſphérique (A_s), ſoit chromatique (A_c), et enfin le diamètre D du faiſceau émergent, ou bien, ce qui revient au même, celui de la pupille de ſortie.

Si l'on déſigne par a le rayon de l'ouverture de l'objectif, on a:

$$(5) \qquad D = \frac{2ad}{c} \text{ [1]);}$$

relation qu'on trouve immédiatement ſi l'on conſidère un rayon lumineux qui, partant du point où l'axe coupe l'objet, entre dans le microſcope en un point de la périphérie de l'ouverture, et paſſe enſuite par le foyer de l'oculaire [2]).

Pour évaluer la clarté I il faut remarquer que la quantité de lumière qui entre dans le microſcope peut être conſidérée comme proportionnelle à la ſurface S de l'objet et à celle de l'ouverture de l'objectif, et comme inverſement proportionnelle au carré de la diſtance b; elle peut donc être repréſentée [3]) par $\frac{a^2 S}{b^2}$ multiplié par une conſtante. Si la pupille de l'œil eſt plus grande que la pupille de ſortie, toute cette quantité ſera admiſe dans l'œil et contribuera à la viſion. D'autre part la partie de la rétine occupée par l'image eſt proportionnelle à S et à g^2. On peut donc poſer:

$$(6) \qquad I = \varkappa . \frac{a^2}{b^2 g^2}$$

ou bien:

$$(7) \qquad I = \varkappa . \left(\frac{ad}{c\omega}\right)^2,$$

où $\varkappa$ eſt un facteur conſtant pour un même objet, illuminé de la même manière.

---

[1]) Comparez la p. 551, où l'expression $\frac{ad}{c}$ repréſente le rayon de la pupille de ſortie.

[2]) C'est-à-dire le rayon BDNI de la fig. 38 de la p. 535.

[3]) À la rigueur l'angle ſolide du cône lumineux qui entre dans l'objectif, ayant ſon ſommet

Il nous reste à calculer les angles d'aberration. À cet effet nous suivrons exactement le mode de raisonnement de Huygens, en nous servant de la figure 38 (p. 535) dans laquelle BPE est l'axe, PD l'objectif, PO = e sa distance focale, EZ l'oculaire, BX l'objet et N le foyer de l'oculaire. On aura donc d'après ce qui a été dit :

(8) $$PD = a,\ PB = b,\ PN = c,\ NE = d,\ PO = e$$ [4]).

Lorsqu'il s'agira de l'aberration chromatique, nous nous figurerons que c'est pour les rayons rouges que N est en même temps l'image réelle du point B et le foyer de l'oculaire. Nous supposerons de plus que G est ce foyer pour les rayons violets et qu'un tel rayon, parti du point N et tombant sur la lentille PD, rencontre l'axe au point F. Nous poserons

(9) $$PF = b_1,\ EG = d_1.$$

Lorsque, au contraire, nous voudrons étudier l'aberration sphérique, nous supposerons que, N étant toujours le foyer de l'oculaire, B est conjugué avec ce point par rapport à la lentille PD pour des rayons infiniment voisins de l'axe, tandis que DF sera la ligne suivie par un rayon provenant de N et atteignant l'objectif au point D du bord. Enfin G sera le point de rencontre avec l'axe pour un rayon RM parallèle à cette ligne et entrant dans l'oculaire au point M que nous déterminerons bientôt. Et nous nous servirons de nouveau des notations (8) et (9).

On voit que, dans les deux cas, FB = $b - b_1$ représente l'aberration longitudinale de l'objectif pour des rayons venant du point N, et NG = $d - d_1$, celle de l'oculaire pour des rayons incidents parallèles à l'axe et venant du côté V.

---

en un point de l'objet, et qui détermine la quantité en question si les rayons venant de ce point ont la même intensité dans toutes les directions, est proportionnel à la grandeur $1 - \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ qu'on peut remplacer par $\frac{1}{2}\frac{a^2}{b^2} - \frac{3}{8}\frac{a^4}{b^4} + \ldots$ parce qu'on aura $b > a$. Nous avons supposé dans le texte que le rapport $a : b$ est suffisamment petit pour que cette expression se réduise à son premier terme. Du reste Huygens se sert souvent d'approximations analogues.

4) On a donc dans le microscope étalon, décrit à la p. 549, en prenant pour unité de longueur celle d'un pouce (26,16 mm.) $a = \frac{1}{20}$, $b = \frac{7}{9}$, $c = 7$, $d = 2$, $e = \frac{7}{10}$.

Voici maintenant comment on détermine l'angle de l'aberration chromatique.

Comme la lumière violette peut ſuivre le chemin NDF, elle peut auſſi ſe propager ſuivant FDN. Par conſéquent, un rayon violet qui ſuit d'abord la ligne BD donnera lieu à un rayon réfractéDK d'une direction telle que l'angle NDK ſoit égal à l'angle BDF; cela réſulte de la Prop. VI, p. 475.

On aura donc un rayon rouge DN et un rayon violet DK provenant du même point B de l'objet. Le premier entre dans l'oculaire au point I et en ſort dans la direction de l'axe. Le ſecond paſſe par l'oculaire au point M et eſt réfracté ſuivant une certaine ligne MS, dont on détermine la direction en remarquant que le rayon réfracté ferait MR, parallèle à l'axe, ſi le rayon venait du point G, et que, par ſuite, l'angle SMR eſt égal à l'angle GMK [1]). C'eſt cet angle SMR = GMK qui détermine l'influence de l'aberration chromatique; en effet, la diſtance des points de la rétine où elle eſt frappée par les rayons rouges qui ont la direction de l'axe et par le rayon violet MS peut être conſidérée comme proportionnelle à l'angle SMR.

On peut faire un raiſonnement tout à fait analogue quand on veut déterminer l'aberration ſphérique. Il faut alors diſtinguer les rayons centraux ſortant du microſcope parallèlement à l'axe et les rayons périphériques qui prennent une direction différente. Or, comme la lumière peut ſe propager ſuivant NDF, elle peut également ſuivre le chemin FDN, d'où l'on peut conclure que la direction du rayon DK, provenant du rayon périphérique BD, eſt déterminée exactement comme dans le cas précédent. On trouve ainſi le point M, ce qu'il importe de remarquer parce que dans le cas préſent la poſition de G dépend de celle de M. Enſuite, d'après la manière dont le point G a été défini, on peut dire qu'un rayon incident GM ſerait réfracté ſuivant MR, parallèle à l'axe. Par conſéquent, ſi de nouveau on prend l'angle SMR égal à GMK, c'eſt la ligne MS qui indique la direction finale du rayon extrême BD et l'influence de l'aberration eſt de nouveau déterminée par l'angle SMR ou GMK.

C'eſt donc cet angle, pour lequel nous avons déja choiſi la notation A, qu'il faut calculer pour chacune des deux aberrations.

Or, on trouve facilement, en introduiſant quelques ſimplifications qui ſont permiſes tant que les rayons ne forment pas avec l'axe des angles trop grands,

[1]) Toujours d'après la Prop. VI, p. 475, déjà citée.

et en traitant comme infiniment petites les grandeurs qui proviennent des aberrations:

$$\angle \mathrm{KDN} = \angle \mathrm{BDF} = \frac{a(b-b_1)}{b^2}\ ^{2}),$$

$$\mathrm{NK} = \mathrm{PN} \times \angle \mathrm{KDN} = \frac{ac(b-b_1)}{b^2},$$

(10) $$\angle \mathrm{NMK} = \frac{\mathrm{NK}}{\mathrm{NE}} = \frac{ac(b-b_1)}{b^2 d}.$$

Reſte à calculer l'angle NMG. On a d'abord, ſi la ligne DN prolongée rencontre la lentille oculaire au point I:

$$\mathrm{EI} = \frac{ad}{c},$$

$$\mathrm{MI} = \frac{c+d}{c} \times \mathrm{NK} = \left(1 + \frac{d}{c}\right)\frac{ac(b-b_1)}{b^2}.$$

Si donc nous poſons:

(11) $$\mathrm{ME} = s,$$

on aura:

(12) $$s = \frac{ad}{c} + \left(1 + \frac{d}{c}\right)\frac{ac(b-b_1)}{b^2},$$

et nous trouvons en fin de compte:

(13) $$\angle \mathrm{NMG} = \frac{s(d-d_1)}{d^2},$$

ou bien:

(14) $$\angle \mathrm{NMG} = \frac{a(d-d_1)}{cd} + \frac{ac(b-b_1)(d-d_1)}{b^2 d^2} + \frac{a(b-b_1)(d-d_1)}{b^2 d},$$

et enfin:

(15) $$\angle \mathrm{GMK} = \angle \mathrm{NMK} + \angle \mathrm{NMG} = \frac{ac(b-b_1)}{b^2 d} + \frac{a(d-d_1)}{cd} + $$
$$+ \frac{ac(b-b_1)(d-d_1)}{b^2 d^2} + \frac{a(b-b_1)(d-d_1)}{b^2 d}.$$

[2]) Puisqu'on a: $2\Delta \mathrm{BDF} = \mathrm{BD}^2 \times \angle \mathrm{BDF} = \mathrm{DP} \times \mathrm{BF}$ et, par suite: $b^2 \times \angle \mathrm{BDF} = a(b-b_1)$.

Après ces calculs préparatoires il ſera facile de comprendre la portée des théorèmes de Huygens.

La Prop. XIV (p. 535—543) nous apprend que, lorſqu'un microſcope quelconque eſt donné, on peut, en conſervant la lentille oculaire, trouver un autre microſcope plus court, dont le groſſiſſement et la clarté de l'image ſont les mêmes tandis que la viſion eſt plus nette ou bien le groſſiſſement et la netteté les mêmes et la clarté plus grande. Huygens démontre qu'il ſuffira pour obtenir le premier de ces avantages de diminuer dans le même rapport la diſtance focale e de l'objectif, le rayon a de l'ouverture et la diſtance b de l'objet à l'objectif.

En effet, on conſtate facilement que, quelle que ſoit l'aberration qu'on a en vue, la proportionnalité des valeurs de e, a et b dans les deux inſtruments qu'il s'agit de comparer entraîne celle de ces grandeurs avec b_1 et c. Les formules (4) et (7) [1]) montrent que le groſſiſſement g et la clarté I ne changent pas. Il en eſt de même de la largeur D [2]) du faiſceau émergent, comme Huygens ne manque pas de le faire remarquer [3]), mais l'angle NMK, qui eſt déterminé par l'équation (10) diminue dans le même rapport que les longueurs indiquées. Quant à l'angle NMG, déterminé par l'équation (13), on peut remarquer d'abord que la grandeur s, définie par la formule (12), ſe compoſe de trois parties $\frac{ad}{c}$, $\frac{ac(b-b_1)}{b^2}$ et $\frac{ad(b-b_1)}{b^2}$ dont la première et la dernière reſtent conſtantes, tandis que la ſeconde diminue. La ſomme s devient donc plus petite, et il en eſt de même de l'angle NMG, parce que la différence $d-d_1$ reſte conſtante dans le cas de l'aberration chromatique et diminue dans celui de l'aberration ſphérique à cauſe de la diminution de ME $= s$ [4]). En ſomme on voit que l'angle d'aberration SMR $=$ GMK $=$ $=$ NMK $+$ NMG eſt devenu plus petit, en même temps que la longueur $c + d$ du microſcope; mais ſi l'on préfère une augmentation de clarté, on peut, en ſacrifiant en partie ou entièrement l'avantage de la plus grande netteté, agrandir un peu l'ouverture $2a$ de l'objectif et obtenir en même temps une plus grande largeur D du faiſceau émergent [3]).

---

[1]) Voir les p. CXV—CXVI de cet Avertisssement.
[2]) Voir la formule (5) de la p. CXVI.
[3]) Voir la p. 543 du préſent Tome.
[4]) Voir toujours la fig. 38 de la p. 535.

Jufqu'ici nous avons maintenu dans l'expreffion (15) tous les termes qui repréfentent les grandeurs dont il eft queftion dans la difcuffion de la Prop. XIV par Huygens, et nous avons pu démontrer l'exactitude de cette Propofition en fuivant de très près fon raifonnement. Or, dans les Propofitions qui fuivent, Huygens néglige les termes qui proviennent de l'angle NMG, ce qui veut dire qu'il confidère l'aberration caufée par l'oculaire comme négligeable par rapport à celle qui dérive de l'objectif [5]). Nous commencerons par admettre cette fimplification, fauf à examiner plus loin jufqu'à quel point elle peut être acceptée.

Nous attribuons donc à l'angle d'aberration la valeur:

$$(16) \qquad \mathrm{A} = \frac{ac(b-b_1)}{b^2 d}.$$

Or, dans la Fig. 42 de la p. 559, où DP repréfente l'objectif, B la place occupée par l'objet, O le foyer, OH $= e - e_1$ l'aberration longitudinale pour des rayons parallèles à l'axe et BF $= b - b_1$ l'aberration des rayons partant du point N, on a:

$$\triangle \mathrm{FDB} : \triangle \mathrm{HDO} = (b-b_1) : (e-e_1) = b^2 \angle \mathrm{FDB} : e^2 \angle \mathrm{HDO}.$$

Dans le cas de l'aberration chromatique les angles FDB et ODH peuvent être confidérés comme égaux d'après le Lemme 1 de la p. 551. On en déduit $\frac{b-b_1}{b^2} = \frac{e-e_1}{e^2} = \frac{\eta}{e}$, et l'on trouve donc:

$$(17) \qquad \mathrm{A}_c = \frac{\eta ac}{de}.$$

Au contraire, dans le cas de l'aberration fphérique, l'égalité des angles FDB et ODH ne peut pas être admife puifque le Lemme 3 de la p. 561, qui correfpond pour l'aberration fphérique au Lemme 1 que nous venons de citer, a befoin d'une correction que nous avons indiquée dans la note 4 de cette p. 561. En

[5]) Voir p. e. les pp. 547, 555, 563, 571, 581 et 647; mais on remarquera qu'on ne trouve nulle part, dans le texte de la Dioptrique, ni dans les Appendices, une démonstration satisfaisante de ce qu'il est permis de négliger l'angle NMG par rapport à l'angle NMK dans le microscope étalon et dans ceux que Huygens en déduit.

tenant compte de la différence des notations, employées ici et dans cette note, on peut écrire:

$$(18) \qquad \angle FDB = \left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right) \angle HDO,$$

où la valeur de

$$(19) \qquad \lambda = \frac{(33R_1 - 7R_2)(R_1 + R_2)}{27R_1^2 + 6R_1R_2 + 7R_2^2},$$

dépend de la grandeur des rayons de courbure R_1 et R_2 des surfaces sphériques de la lentille objective, R_1 appartenant à la surface qui est ici tournée vers l'œil. Il en résulte:

$$(20) \qquad A_s = \frac{ac(e - e_1)}{e^2d}\left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right);$$

mais on sait que l'aberration sphérique longitudinale $(e - e_1)$ d'une lentille d'épaisseur δ est approximativement égale à $\varepsilon_1\delta$, où ε_1 est un coefficient qui dépend de la forme de la lentille, prenant, par exemple, une valeur égale à $\frac{7}{6}$ dans le cas d'une lentille planconvexe tournant sa convexité du côté de l'œil [1]).

Appliquant en outre la formule (6) de la p. LVIII [2]), en y posant $n = \frac{3}{2}$, on trouve facilement:

$$(21) \qquad A_s = \frac{\varepsilon_1 a^3 c}{e^3 d}\left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right),$$

où ε_1 et λ sont déterminés par la forme de l'objectif.

Nous pouvons maintenant résumer le contenu des Prop. XV (p. 543) et XVIII (p. 569) où Huygens montre comment on peut faire en sorte qu'en diminuant la longueur du microscope on obtienne un grossissement plus fort, tout en conservant la même clarté et la même netteté, ainsi que la même largeur du faisceau

---

[1]) Voir la p. 287 du présent Tome.

[2]) Dans les notations employées ici cette formule s'écrit: $\delta = \frac{a^2}{2(n-1)e}$.

émergent, et la même valeur du rapport de b à c, c'eſt-à-dire de BP à PN [3]).

Il s'occupe d'abord (Prop. XV, p. 543—551) de l'aberration chromatique. Or, on voit facilement que ſi les diſtances b et c changent dans le même rapport il en ſera de même de la diſtance focale e de la lentille DP, puiſqu'on a:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{e}. \tag{22}$$

Par conſéquent, ſi l'angle d'aberration A_c ne change pas de valeur, cela exige, d'après la formule (17), qu'il en ſoit de même du rapport de a à d. De plus, comme la clarté doit demeurer la même, il faudra, d'après la formule (7) de la p. CXVI, que $\frac{ad}{c}$ reſte conſtant. Cela aſſure en même temps que le diamètre de la pupille de ſortie ne variera pas [4]). Mais ſi $\frac{a}{d}$ et $\frac{ad}{c}$ doivent reſter conſtants, c doit varier proportionnellement au carré de a ou de d, et de même b et e. Quant au groſſiſſement $g = \frac{c\omega}{bd}$ [5]), il variera dans le rapport inverſe de d; c'eſt-à-dire dans le rapport inverſe de la racine carrée de c. On voit donc qu'on peut en effet obtenir de cette manière un groſſiſſement plus fort avec une longueur $c+d$ plus petite, et que, ſi l'on diſtingue par un accent les valeurs qui ſe rapportent au microſçope plus court, les relations qui exiſtent entre les grandeurs appartenant aux deux microſcopes peuvent être exprimées par les formules de transformation:

$$a' = ka;\ b' = k^2b;\ c' = k^2c;\ d' = kd;\ e' = k^2e;\ g' = k^{-1}g; \tag{23}$$
$$D' = D;\ I' = I;\ A'_c = A_c \text{ [6])}.$$

Nous ajoutons que d'après la formule (21) on aura alors:

$$A'_s = k^{-2}A_s; \tag{24}$$

---

[3]) Voir toujours la Fig. 38 de la 535.

[4]) Voir la formule (5) de la p. CXVI.

[5]) Voir la formule (4) de la p. CXV.

[6]) De la même manière la transformation dont il s'agit dans la Prop. XIV (voir la p. CXX) se résume comme il suit:

$$a' = ka;\ b' = kb;\ c' = kc;\ d' = d;\ e' = ke;\ g' = g;\ D' = D;\ I' = I;\ A'_c = kA_c;\ A'_s = kA_s.$$

mais cette formule nous montre qu'on ne peut pas pourſuivre indéfiniment la „progreſſion des microſcopes" de plus en plus puiſſants et de plus en plus courts, qu'on obtiendrait par l'application des formules (23). Huygens s'en eſt aperçu. En effet, après avoir trouvé (p. 565) que dans un microſcope déduit du microſcope étalon, en poſant $k = \frac{1}{2}$, l'angle de l'aberration ſphérique eſt à peu près égal à 20′, il ajoute: „Par conſéquent, cet angle ſera lui auſſi à peine aſſez grand pour nuire; de ſorte que l'effet obtenu avec un microſcope de ce genre ſera excellent. Mais ſi nous conſtruiſons, d'après la formule de la règle trouvée plus haut, des microſcopes encore plus courts et plus groſſiſſants, cet angle d'aberration croîtra toujours; et cette cauſe empêche donc que, en nous baſant ſur cette règle, nous puiſſions augmenter indéfiniment la puiſſance des microſcopes".

Pour contrôler cette aſſertion et pour trouver la valeur minimum de k qu'on puiſſe admettre, nous calculerons d'abord l'angle de l'aberration ſphérique dans le microſcope étalon de Huygens, dont nous avons indiqué les dimenſions dans la note 4 de la p. CXVII.

À cet effet nous obſervons que la lentille DP [1]) était dans les microſcopes de Huygens une lentille planconvexe tournant ſa ſurface plane vers l'objet [2]), qui ſe trouve en B. Dans ces circonſtances on a $\varepsilon_1 = \frac{7}{6}$ [3]); $\lambda = -1$ [4]) et l'on trouve facilement $A_s = \frac{11}{6720} = 5'38''$; ce qui correſpond aſſez bien avec la valeur 5′8″ trouvée par Huygens [5]), ſi l'on prend en conſidération qu'il a negligé le facteur $1 - \frac{\lambda e}{c} = \frac{11}{10}$.

Cet angle de 5′, ou d'un peu plus, eſt trop petit pour nuire d'une manière ſenſible à la netteté de l'image. Huygens s'en aſſure en retournant l'objectif de manière à tourner ſa ſurface ſphérique vers l'objet [6]). L'aberration ſphérique

[1]) Voir toujours la Fig. 38 de la p. 535.
[2]) Voir la p. 561.
[3]) Voir la p. 287.
[4]) Voir la formule (19) de la p. CXXII, où l'on doit ſubſtituer $R_2 = \infty$.
[5]) Voir la p. 563.
[6]) Consultez les p. 563—565.
[7]) D'après le calcul de Huygens, qui néglige le facteur $\left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right)$, le rapport des angles d'aber-

doit devenir alors, d'après le calcul de Huygens, à peu près quatre fois plus grande[7]) et l'angle A_s fera donc porté à 20′ environ; toutefois il peut à peine obferver une diminution de la netteté. Il en conclut que non feulement un angle de 5′, mais même un angle de 20′, peut être toléré, et cela malgré la circonftance que l'angle de l'aberration chromatique s'y ajoute encore.

Suivant notre calcul plus complet, on aurait après le retournement de l'objectif $\varepsilon_1 = \frac{9}{2}$, $\lambda = \frac{11}{9}$; ce qui conduit à $A_s = \frac{79}{15680} = 17'19''$. On voit donc que, dans l'application des formules (23), on ne peut pas, en partant du microfcope étalon, prendre k beaucoup plus petit que $\frac{1}{2}$, et que ce fait eft reconnu par Huygens. C'eft pourquoi, pour obtenir des groffiffements plus forts, il a recours dans la Prop. XVIII, p. 569—575, à d'autres règles, qu'il déduit cette fois de la confidération de l'aberration fphérique.

En effet, fi l'on admet, comme plus haut[8]), la proportionnalité des grandeurs b, c et e dans les deux microfcopes, la condition que la clarté et l'angle d'aberration fphérique[9]) doivent refter conftantes exige qu'il en foit de même des expreffions $\frac{ad}{c}$ et $\frac{a^3c}{e^3d}$ et, par conféquent, auffi de leur produit $\frac{a^4}{e^3}$. On fatisfait à cette dernière condition en pofant $a' = k^3a$, $e' = k^4e$; ce qui entraîne $b' = k^4b$, $c' = k^4c$ et enfin, à caufe de la valeur conftante de la clarté, $d' = kd$, d'où l'on déduit les nouvelles formules de transformation:

$$(25) \qquad a' = k^3a;\ b' = k^4b;\ c' = k^4c;\ d' = kd;\ e' = k^4e;\ g' = k^{-1}g;$$
$$D' = D;\ I' = I;\ A'_c = k^2A_c;\ A'_s = A_s.$$

Comme on le voit, la condition que le diamètre de la pupille de fortie[10]) ne varie pas, condition d'ailleurs équivalente à celle de la confervation de la clarté, eft réalifée elle auffi par la nouvelle transformation. Il femble donc qu'on pourrait

---

ration serait de $\frac{9}{2}$ (voir la p. 285) à $\frac{7}{6}$, c'est-à-dire de 27 à 7. En prenant en considération la valeur différente dans les deux cas du facteur mentionné, on trouve 237 à 77.

[8]) Voir la p. CXXIII de cet Avertissement.

[9]) Voir les formules (7), p. CXVI, et (21), p. CXXII.

[10]) Voir la formule (5), p. CXVI.

obtenir à l'aide de cette transformation, comme Huygens le dit [1]) „une progrefsion pour ainfi dire infinie du groffiffement, fi la petiteffe des lentilles n'y faifait obftacle, laquelle devient bientôt telle que nous ne pouvons ni leur donner des formes fphériques parfaites ni nous en fervir affez aifément, attendu qu'elles finiffent par échapper même aux regards". Mais il eft clair que tout dépend de l'exactitude des expreffions (17) et (21) pour A_c et A_s, dans lefquelles nous avons omis les termes qui proviennent de l'angle NMG; c'eft-à-dire de l'aberration caufée par l'oculaire. Examinons donc jufqu'à quel point cette omiffion eft permife.

Nous commencerons par déterminer, pour le cas de l'aberration chromatique, le rapport des termes dans A_c, que nous avons omis, à celui que nous avons pris en confidération, ou, ce qui revient au même [2]), le rapport des angles NMG et NMK.

On trouve facilement pour ce rapport [3]):

$$(26) \qquad \frac{\angle \mathrm{NMG}}{\angle \mathrm{NMK}} = \frac{b^2(d-d_1)}{c^2(b-b_1)} + \frac{d-d_1}{d} + \frac{d-d_1}{c},$$

formule qui s'applique aux deux aberrations.

Dans le cas de l'aberration chromatique on a, comme nous avons vu [4]):

$$\frac{b-b_1}{b^2} = \frac{e-e_1}{e^2} = \frac{\eta}{e};\ d-d_1 = \eta d.$$

On en déduit:

$$(27) \qquad \frac{\angle \mathrm{NMG}}{\angle \mathrm{NMK}} = \frac{de}{c^2} + \eta + \frac{d}{c}\eta.$$

---

[1]) Voir le dernier alinéa de la p. 533 du préfent Tome.
[2]) Voir la p. CXXI de cet Avertissement.
[3]) Voir les formules (10) et (14) de la p. CXIX.
[4]) Voir la p. CXXI.
[5]) Comparez la note 2 de la p. XCVIII.
[6]) Voir pour les dimensions de ce microscope la note 4 de la p. CXVII.
[7]) Celle représentée par les formules (23) de la p. CXXIII.
[8]) Voir la p. CXXV.

Posant $\eta = \frac{1}{50}$ [5]), on trouve pour le microscope étalon [6]):

(28) $$\frac{(\angle NMG)_{\text{étalon}}}{(\angle NMK)_{\text{étalon}}} = \frac{19}{350},$$

et pour ceux qu'on en déduit à l'aide de la première transformation [7]):

(29) $$\frac{\angle NMG}{\angle NMK} = \frac{1}{50} + \frac{6}{175} k^{-1}.$$

Or, puisque Huygens n'a pas l'intention de pousser à l'aide de cette transformation la réduction des dimensions des microscopes beaucoup plus loin que jusqu'à celle qui correspond à la valeur $k = \frac{1}{2}$ [8]), on peut en conclure que l'omission des termes dépendant de l'angle NMG est justifiée dans ce cas.

Quant à la seconde transformation (25), elle donne:

(30) $$\frac{\angle NMG}{\angle NMK} = \frac{1}{50} + \frac{6}{175} k^{-3};$$

mais on doit observer que par cette transformation l'angle NMK diminue dans le rapport de 1 à k^2 [9]). Il faut donc plutôt comparer la valeur de l'angle NMG dans le microscope plus court à celle de l'angle NMK dans le microscope étalon, valeur que l'expérience a fait connaître comme admissible. On a alors:

(31) $$\frac{\angle NMG}{(\angle NMK)_{\text{étalon}}} = \frac{1}{50} k^2 + \frac{6}{175} k^{-1},$$

ce qui montre déjà qu'on ne peut pas diminuer indéfiniment la valeur de k; mais nous découvrirons dans l'aberration sphérique un obstacle beaucoup plus sérieux à la „progression indéfinie du grossissement" que Huygens suppose possible avec cette seconde transformation.

---

[9]) Voir la formule (10) de la p. CXIX, où $\frac{b - b_1}{b^2} = \frac{e - e_1}{e^2} = \frac{\eta}{e}$; comparez la p. CXXI.

Dans le cas de l'aberration ſphérique, dont nous allons traiter maintenant, on a:

$$(32)\qquad \frac{b-b_1}{b^2}=\frac{\varepsilon_1 a^2}{e^3}\left(1-\frac{\lambda e}{c}\right)^{1)};\ d-d_1=\varepsilon_2\delta_2=\frac{\varepsilon_2 s^2}{d}{}^{2)},$$

où δ_2 repréſente l'épaiſſeur mathématique [3]) de la lentille oculaire quand on lui attribue la demi-largeur $ME=s$. De plus, ε_2 eſt un facteur qui depend de la forme de la dite lentille, et l'on a d'après la formule (12) de la p. CXIX:

$$(33)\qquad s=\frac{ad}{c}+\left(1+\frac{d}{c}\right)\frac{ac(b-b_1)}{b^2}=\frac{ad}{c}+\left(1+\frac{d}{c}\right)\frac{\varepsilon_1 a^3 c}{e^3}\left(1-\frac{\lambda e}{c}\right);$$

λ étant déterminée, ſuivant la formule (19), p. CXXII, par les rayons de courbure des ſurfaces de l'objectif.

On a donc, en ſubſtituant les valeurs de $\frac{b-b_1}{b^2}$ et $d-d_1$ dans la formule (26):

$$(34)\qquad \frac{\angle \mathrm{NMG}}{\angle \mathrm{NMK}}=\frac{\varepsilon_2 e^3 s^2}{\varepsilon_1 a^2 c^2 d\left(1-\frac{\lambda e}{c}\right)}+\frac{\varepsilon_2 s^2}{d^2}+\frac{\varepsilon_2 s^2}{cd}.$$

Si maintenant on calcule la valeur de s dans les microſcopes qu'on déduit du microſcope étalon par chacune des deux transformations, on trouve, en poſant $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\frac{7}{6}$, $\lambda=-1$ [4]), dans le cas de la première transformation [5]):

$$(35)\qquad s=\frac{1}{70}+\frac{11}{3360}k^{-1}+\frac{11}{11760}k^{-2},$$

et dans celui de la ſeconde [6]):

$$(36)\qquad s=\frac{1}{70}+\frac{11}{3360}k+\frac{11}{11760}k^{-2}.$$

Or, pour les inſtruments dérivés du microſcope étalon par la première transformation l'équation (34) peut s'écrire:

$$(37)\qquad \frac{\angle \mathrm{NMG}}{\angle \mathrm{NMK}}=\frac{14}{11}s^2k^{-1}+\frac{7}{24}s^2k^{-2}+\frac{1}{12}s^2k^{-3}.$$

---

[1]) Comparez le dernier alinéa de la p. CXXI.
[2]) Comparez les conſidérations sur la valeur de $e-e_1$ qu'on trouve à la p. CXXII.
[3]) Comparez la p. LIII.
[4]) Voir le troisième alinéa de la p. CXXIV.

En fubftituant dans cette formule $k = \frac{1}{2}$, et à s la valeur correfpondante 0,0246 qu'on obtient à l'aide de la formule (35), on trouve:

$$\frac{\angle \mathrm{NMG}}{\angle \mathrm{NMK}} = 0{,}00149.$$

De la même manière ce quotient eft trouvé égal à 0,00920 pour $k = \frac{1}{3}$. Il eft donc évident qu'il n'y a rien qui s'oppofe à l'emploi de la première transformation jufqu'à la limite indiquée par Huygens [7]), du moins lorfqu'on applique cette transformation à des microfcopes qui ne font pas trop différents du microfcope étalon de Huygens.

Dans le cas de la deuxième transformation la formule (37) doit être remplacée par l'équation:

$$(38) \qquad \frac{\angle \mathrm{NMG}}{\angle \mathrm{NMK}} = \frac{14}{11} s^2 k^{-3} + \frac{7}{24} s^2 k^{-2} + \frac{1}{12} s^2 k^{-5}.$$

Or, fi dans cette équation on fubftitue fucceffivement $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{6}$ à k, et à s les valeurs correfpondantes qu'on déduit de la formule (36), on trouve pour le quotient des angles NMG et NMK: dans le premier cas 0,155, dans le deuxième 0,627 et dans le troifième 2,196. Cela nous apprend que déjà pour $k = \frac{1}{6}$ la fomme des trois derniers termes de l'expreffion (15), p. CXIX, qui ont été négligés, dépaffe confidérablement le premier terme de cette expreffion, le feul qui ait été pris en confidération par Huygens. Il en réfulte qu'on ne pourrait guère obtenir par la feconde transformation qu'un groffiffement un peu plus que cinq fois plus fort que celui du microfcope étalon (qui groffit 36 fois) fans une diminution fenfible de la netteté des images; ce qui eft bien loin de la „progreffion pour ainfi dire infinie du groffiffement" fuppofée par Huygens. Il eft vrai d'ailleurs que déjà pour $k = \frac{1}{3}$ la lentille objective devient d'une petiteffe extraordinaire puifque fa diftance focale eft proportionnelle à la quatrième et le diamètre de fon ouverture à la troifième puiffance de k.

---

5) Voir les formules (23), p. CXXIII.

6) Voir les formules (25), p. CXXV.

7) Voir la p. CXXV.

Ajoutons enfin que nous n'avons trouvé aucune indication que Huygens ait jamais essayé de mettre en pratique les résultats des considérations théoriques qui précèdent; c'est-à-dire, qu'il ait jamais construit en réalité des microscopes dérivés de son microscope étalon d'après l'une ou l'autre des deux transformations.

Il nous faut dire encore quelques mots à propos du facteur $\left(1-\frac{\lambda e}{c}\right)$ qu'on rencontre dans la formule (20) de la p. CXXII, et qui a été négligé par Huygens. Comme celui-ci ne connaissait pas la formule générale de l'aberration longitudinale des rayons émanant d'un point quelconque de l'axe [1]), il lui était impossible de déterminer avec exactitude la différence $b-b_1$ dans le cas de l'aberration sphérique. Il s'est tiré d'affaire en admettant après quelque hésitation [2]), la proportion :

$$(39) \qquad (b-b_1):(e-e_1)=b^2:e^2$$

qui est vraie pour l'aberration chromatique [3]), et qu'il croyait pouvoir démontrer aussi pour l'aberration sphérique [4]), du moins dans le cas, qui se présente dans le microscope, où b est peu différent de e [5]).

Nous avons signalé dans la note 4, p. 559 [6]), l'erreur qui s'est glissée dans cette démonstration et nous avons montré plus haut à la p. CXXII de cet Avertissement comment cette erreur est corrigée par l'introduction du facteur en question dans les formules (20) et (21). Il en résulte que, même dans le cas où l'objet se trouve tout près du foyer, le calcul de Huygens ne conduit pas à un résultat bien exact, puisque la présence de ce facteur augmente la valeur de A_s, calculée d'après la formule (21), dans le rapport de 10 à 11 lorsque la lentille

---

[1]) Comparez les pp. LXIII, LXXIV et LXXV.

[2]) Aux §§ 13 et 14 de l'Appendice IX (p. 652—653), Huygens admet implicitement la relation $b-b_1=e-e_1$; dans une remarque qu'on rencontre vers la fin du § 19 du même Appendice (p. 662), il mentionne la proportion $(b-b_1):(e-e_1)=b:e$, mais cela semble provenir d'une inadvertance.

[3]) Voir le lemme 1 de la p. 551 du présent Tome. Nous avons vu à la p. CXXI de cet Avertissement que ce lemme entraîne nécessairement la proportion (39).

[4]) Voir le lemme 2 de la p. 559.

[5]) Voir l'annotation citée dans l'avant-dernier alinéa de la note 7 de la p. 556.

[6]) Voir aussi la note 7 de la p. 556.

[7]) Voir les §§ 7 (p. 637) et 17 (p. 656) de l'Appendice IX. Le théorème nous apprend que lorsqu'on intervertit les deux lentilles d'un microscope composé, de telle manière que leur distance mutelle reste la même et qu'elles tournent le même côté vers l'objet, le grossissement

objective tourne fa furface plane vers l'objet, et qu'elle la réduit dans le rapport de 90 à 79 lorfque cette lentille eft dans la pofition inverfe.

Or, il eft curieux de conftater que Huygens lui-même n'a pas manqué de découvrir la défectuofité de fa démonftration. Cela réfulte du § 19 (p. 661—662) de l'Appendice IX. Huygens y montre d'une façon ingénieufe que le théorème de l'égalité des angles de deux rayons, avant et après la réfraction par un prifme très aigu, n'eft pas fuffifamment exact pour juftifier l'application qu'il en a faite dans fa démonftration. Il prouve à cet effet, par un exemple particulier, que ce théorème peut induire en erreur, quand on l'emploie pour le calcul de l'aberration fphérique d'un faifceau de lumière partant d'un point de l'axe fitué à diftance finie, en fuppofant connue l'aberration près du foyer.

C'eft à cette occafion qu'il fe réfoud à ne pas admettre dans fa Dioptrique un théorème fur les effets de l'intervertiffement des lentilles oculaire et objective dans un microfcope compofé [7]); théorème dont la démonftration lui femble devoir

---

ne change pas; mais que, dans le cas où, comme Huygens le suppose toujours, la distance focale de l'oculaire excède celle de l'objectif, les deux aberrations sont plus fortes dans le microscope interverti. Pour apprécier l'exactitude de ce théorème nous représenterons par a', b', c', d', e' les grandeurs qui correspondent dans le microscope inverti aux grandeurs a, b, c, d, e du microscope primitif. On a alors $d'=e$, $e'=d$, $c'=c+d-e$. Ensuite les relations $\frac{1}{c+d-e}+\frac{1}{b'}=\frac{1}{d}$ et $\frac{1}{c}+\frac{1}{b}=\frac{1}{e}$ nous donnent $b'=\frac{d(c+d-e)}{c-e}=\frac{bd(c+d-e)}{ce}$. Enfin la conservation de la clarté exige $a':b'=a:b$; par conséquent : $a'=\frac{ad(c+d-e)}{ce}$. On en déduit, en négligeant l'aberration causée par l'oculaire :

$$g'=\frac{c'\omega}{b'd'}=\frac{c\omega}{bd}=g;\ A'_c=\frac{\eta a'c'}{d'e'}=\frac{\eta a(c+d-e)^2}{ce^2}=\frac{d}{e}\times\left(\frac{c+d-e}{c}\right)^2 A_c;$$

$$A'_s=\frac{\varepsilon_1 a'^3c'}{e'^3d'}\left(1-\frac{\lambda e'}{c'}\right)=\frac{\varepsilon_1 a^3(c+d-e)^4}{c^3e^4}\left(1-\frac{\lambda d}{c+d-e}\right)=$$
$$=\frac{d}{e}\left(\frac{c+d-e}{c}\right)^3\left(1+\frac{(d-e)(1-\lambda)}{c-\lambda e}\right)A_s.$$

La première de ces relations nous fait connaître l'égalité du grossissement; proposition dont nous avons donné, à l'exemple de Huygens, une démonstration plus élégante dans le dernier alinéa de la note 4 de la p. XXXIX. La deuxième relation amène $A'_c>A_c$, pour $d>e$. Pour obtenir la troisième on a dû s'occuper du facteur $\left(1-\frac{\lambda e}{c}\right)$ dont la valeur n'est pas la même dans les deux cas et que Huygens ne savait pas calculer. Toutefois on peut remarquer que, quand on considère d et e comme petits par rapport à c, l'inégalité $A'_s>A$ résulte immédiatement de la présence du facteur $\frac{d}{e}$. De plus pour $\lambda=-1$ (valeur qu'on doit

dépendre de la proportion (39) dont l'exactitude lui parait maintenant douteuse. Il maintient au contraire les Prop. XV et XVIII, concernant la construction de microscopes plus puissants, déduits du microscope étalon [1]), parce que la démonstration de ces propositions peut être rendue indépendante de la proportion (39) en appliquant le „Theorema demonstrandum" du § 15 de l'Appendice IX (p. 654) dont il ne semble pas mettre en doute la justesse [2]). Et nous avons vu, en effet, que le facteur $\left(1-\frac{\lambda e}{c}\right)$ n'a pas d'influence sur les formules de transformation (23) et (25) puisque sa valeur ne change pas par ces transformations.

Dans la dernière des propositions de sa Dioptrique (la Prop. XIX, p. 577) Huygens s'affranchit d'une restriction qu'il s'est imposée dans les propositions précédentes, à savoir de la condition que le rapport $\frac{b}{c}$ des distances PB [3]) et PN de l'objectif à l'objet et à l'image réelle soit maintenu constant.

En premier lieu il considère comme données les valeurs de la distance focale $EN = d$ de la lentille oculaire, du grossissement g, de la clarté I et de l'angle A_c d'aberration chromatique et il se propose d'en déduire la distance focale e de l'objectif, la position de cette lentille, c'est-à-dire les distances b et c, et le rayon a de son ouverture.

Pour déterminer ces inconnues, nous avons les quatre équations suivantes [4]):

$$(40)\qquad \frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{e};\quad \frac{c\omega}{bd}=g\ ^{5});\quad \varkappa\left(\frac{ad}{c\omega}\right)^2=\mathrm{I}\ ^{6});\quad \frac{\eta ac}{de}=A_c\ ^{7}).$$

De la première et de la deuxième on déduit facilement: $\frac{c}{e}=\frac{dg+\omega}{\omega}$; ensuite la quatrième donne a, la troisième c et la deuxième b; de cette manière on trouve:

---

choisir dans le cas où les deux lentilles sont des verres planconvexes (tournant leur surface plane vers le bas) tous les facteurs par lesquels A_s est multiplié surpassent l'unité.

[1]) Par les formules de transformation (23) (p. CXXIII) et (25) (p. CXXV).

[2]) Voir, pour plus de détails, la note 8 de la p. 663.

[3]) Voir toujours la Fig. 38 de la p. 535.

[4]) Toujours en négligeant avec Huygens l'aberration qui est causée par l'oculaire.

[5]) Voir la formule (4), p. CXV.

[6]) Voir la formule (7), p. CXVI.

[7]) Voir la formule (17), p. CXXI.

(41) $$\mathrm{PO} = e = \frac{d^2\omega A_c}{\eta(dg+\omega)^2}\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}};\ \mathrm{PB} = b = \frac{d\omega A_c}{\eta g(dg+\omega)}\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}};\ \mathrm{PN} = c = \frac{d^2 A_c}{\eta(dg+\omega)}\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}};\ \mathrm{DP} = a = \frac{d\omega A_c}{\eta(dg+\omega)}$$ [8]).

Ces formules montrent de nouveau que, pour autant qu'elles restent applicables, on peut augmenter le grossissement en diminuant les dimensions de l'objectif. Huygens en déduit encore (p. 579) qu'on ne peut pas gagner beaucoup sous ce rapport par un changement de la distance focale de l'oculaire. Il le démontre à l'aide d'une formule, qu'on obtient en éliminant le facteur $(dg + \omega)$ entre les deux premières formules (41). Dans nos notations cette formule s'écrit:

(42) $$b^2 = \frac{e\omega A_c}{\eta g^2}\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}}.$$

Elle fait voir qu'en augmentant le grossissement g sans que la distance focale e change de valeur, on obtiendrait bientôt des valeurs de b plus petites que e, surtout parce que dans le microscope étalon b n'est déjà pas plus grand que $\frac{10}{9}e$. Or, une valeur de b plus petite que e n'est pas admissible.

---

[8]) Pour montrer la conformité de ces formules avec celles données par Huygens aux p. 577—579 de la Prop. XIX, nous écrirons avec des accents les lettres qu'il introduit, toutes les fois que cela sera nécessaire pour ne pas confondre ses notations avec les nôtres. Or, dans cette proposition Huygens représente la distance focale de l'objectif par y, la distance BP de l'objet à cette lentille par x, le grossissement donné par $\frac{\omega}{q}$, l'angle d'aberration donné par $\frac{s'}{\omega}$; en outre il suppose $\eta = \frac{1}{50}$. Quant à la clarté, pour la mesurer il introduit le rapport des angles ZVE et DBP, qu'il désigne par $\frac{\omega}{g'}$. L'angle ZVE n'est autre chose que la grandeur apparente sous laquelle l'objet BX est vu au travers du microscope, il a donc la valeur $\frac{gh}{\omega}$, où h représente la grandeur linéaire de l'objet. Comme d'autre part l'angle DBP est égal à $\frac{a}{b}$, on a $\frac{bgh}{a\omega} = \frac{\omega}{g'}$; c'est-à-dire $\frac{a}{b} = \frac{gg'h}{\omega^2}$, et, par suite, d'après la formule (6) de la p. CXVI, $\mathrm{I} = \varkappa . \frac{g'^2 h^2}{\omega^4}$. Les substitutions à faire pour introduire dans les formules (43) les notations de Huygens sont donc les suivantes: $e = y$; $b = x$; $g = \frac{\omega}{q}$; $A_c = \frac{s'}{\omega}$; $\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}} = \frac{\omega^2}{g'h}$.

À l'aide de ces substitutions on vérifie aisément l'identité de la première et de la dernière des formules (41) à celles des pp. 577 et 579.

Cette argumentation eſt irréfutable, mais elle ne montre pas d'une manière convaincante ce qui arrive lorſqu'on augmente le groſſiſſement ſans changer la diſtance focale de la lentille objective. Pour élucider ce point, nous partirons plutôt de la première formule (41), en l'écrivant:

$$e = \frac{\omega A_c}{\eta\left(g + \frac{\omega}{d}\right)^2} \sqrt{\frac{\varkappa}{l}}. \tag{43}$$

On voit alors que ſi l'on veut maintenir conſtante la valeur de e, le facteur $g + \frac{\omega}{d}$ ne doit pas varier. Ainſi, pour obtenir un groſſiſſement plus fort avec la même clarté et la même valeur de A_c, on doit néceſſairement *augmenter* la diſtance focale de l'oculaire; mais ſi nous repréſentons par $g_\circ$ et par $d_\circ$ les valeurs de g et de d dans le microſcope étalon, le groſſiſſement ne pourra jamais ſurpaſſer, pour des valeurs poſitives de d, la valeur $g_\circ + \frac{\omega}{d_\circ}$ [1]).

Voyons encore ce qui arrive, lorſqu'on approche indéfiniment de la limite $g = g_\circ + \frac{\omega}{d_\circ}$. Alors d devient infiniment grand (comme auſſi PN $= c$), la valeur de PB $= b$ devient égale à celle de PO $= e$, et DP $= a$ prend la valeur limite finie: $\frac{\omega A_c}{\eta\left(g_\circ + \frac{\omega}{d_\circ}\right)}$.

Or, dans le microſcope étalon de Huygens [2]), on a $d_\circ = 2$ pouces, $g_\circ = 36$, tandis qu'il ſuppoſe $\omega = 8$ pouces [3]). On ne pourrait donc, en partant de ces données, obtenir avec une lentille oculaire convexe un groſſiſſement g plus grand qu'à peu près 40, et cela encore ſeulement en donnant au microſcope des dimenſions impraticables.

Ajoutons encore que, pour pouvoir appliquer les formules (41) à des exemples numériques, on doit commencer par calculer pour un microſcope étalon les valeurs

---

[1]) Pour des valeurs négatives de d les formules (43) conduiſent à un ſyſtème de lentilles qui ne fonctionnerait pas de la manière déſirée, comme il eſt facile de s'en convaincre.

[2]) Voir la note 4 de la p. CXVII de cet Avertiſſement.

[3]) Voir la p. CVIII.

des grandeurs conſtantes qu'on rencontre dans ces formules. Si nous prenons, à l'exemple de Huygens, pour ce microſcope celui dont les dimenſions ſont indiquées dans la note 4 de la p. CXVII, nous avons $\left(\text{en ſuppoſant toujours } \omega = 8, \eta = \frac{1}{50}\right)$:

$$(44) \qquad A_c = \frac{\eta ac}{de} = \frac{1}{200}; \sqrt{\frac{\varkappa}{I}} = \frac{c\omega}{ad} = 560;$$

ce qui donne:

$$(45) \qquad PO = e = \frac{1120}{\left(g + \frac{8}{d}\right)^2}; PB = b = -\frac{1120}{g\left(g + \frac{8}{d}\right)}; PN = c =$$

$$= \frac{140d}{\left(g + \frac{8}{d}\right)}; DP = a = \frac{2}{\left(g + \frac{8}{d}\right)}.$$

Pour $g = 36$, $d = 2$, on retrouve ainſi, en effet, les dimenſions du microſcope étalon, et pour $g = 72$, $d = 1$, celles de l'inſtrument qui en eſt dérivé à la p. 548.

Les formules trouvées (41) ſont plus générales que la règle dont il eſt queſtion dans la Prop. XV (p. 543) et que nous avons réſumée dans les formules de transformation (23) de la p. CXXIII. Elles peuvent ſervir à leur tour pour la détermination des dimenſions d'un nouveau microſcope plus groſſiſſant qu'un inſtrument donné et équivalent à ce dernier au point de vue de la netteté et de la clarté des images. Mais elles ceſſent d'être applicables dès que l'aberration ſphérique devient trop ſenſible. Elles doivent alors être remplacées par d'autres qui peuvent être conſidérées comme une extenſion des formules de transformation (25).

Pour les déduire on doit remplacer la dernière des formules (40) par une autre qui ſe rapporte à l'aberration ſphérique, c'eſt-à-dire, on doit réſoudre les équations:

$$(46) \qquad \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{e}; \frac{c\omega}{bd} = g; \varkappa\left(\frac{ad}{c\omega}\right)^2 = I; \frac{\varepsilon_1 a^3 c}{e^3 d}\left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right) = A_s$$ [4])

par rapport aux inconnues e, b, c et a.

---

[4]) Voir la formule (21) de la p. CXXII.

Cette réfolution ne préfente aucune difficulté; les trois premières équations nous font connaître les rapports de c, b et a à e, et la quatrième la valeur de e. De cette manière on trouve:

$$(47)\left\{\begin{aligned} &\mathrm{PO}=e=\frac{d^4\omega \mathrm{A}_s}{(dg+\omega)^4\varepsilon_1\left(1-\frac{\lambda\omega}{dg+\omega}\right)}\left(\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}}\right)^3;\ \mathrm{PB}=b=\frac{dg+\omega}{dg}e=\\ &\qquad=\frac{d^3\omega \mathrm{A}_s}{g(dg+\omega)^3\varepsilon_1\left(1-\frac{\lambda\omega}{dg+\omega}\right)}\left(\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}}\right)^3;\\ &\mathrm{PN}=c=\frac{dg+\omega}{\omega}e=\frac{d^4\mathrm{A}_s}{(dg+\omega)^3\varepsilon_1\left(1-\frac{\lambda\omega}{dg+\omega}\right)}\left(\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}}\right)^3;\ \mathrm{DP}=a=\\ &\qquad=\frac{dg+\omega}{d}\sqrt{\frac{\mathrm{I}}{\varkappa}}\,e=\frac{d^3\omega \mathrm{A}_s}{(dg+\omega)^3\varepsilon_1\left(1-\frac{\lambda\omega}{dg+\omega}\right)}\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}\ [1]. \end{aligned}\right.$$

Pour arriver à des applications numériques Huygens fuppofe, cette fois encore, que la clarté et l'angle d'aberration font les mêmes que dans le microfcope étalon, mentionné plus haut. Dans ce cas on doit fubftituer dans les formules (47):

$$(49)\quad \omega=8,\ \varepsilon_1=\frac{7}{6},\ \lambda=-1,\ \mathrm{A}_s=\frac{\varepsilon_1 a^3 c}{e^3 d}\left(1-\frac{\lambda e}{c}\right)=\frac{11}{6720};\ \sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}}=\frac{c\omega}{ad}=560.$$

[1]) Pour comparer ces formules à celles communiquées par Huygens à la p. 581 et déduites par lui au § 23, p. 670—672, on doit d'abord poser $\varepsilon=\frac{7}{6}$ et omettre partout le facteur $\left(1-\frac{\lambda\omega}{dg+\omega}\right)$, ignoré par Huygens; ensuite on doit faire les substitutions $e=y$, $b=x$, $g=\frac{\omega}{q}$, $\mathrm{A}_s=\frac{s'}{\omega}$, $\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}}=\frac{\omega\sqrt[3]{\omega}}{\sqrt[3]{g'}\,h}$. Quant à la dernière de ces substitutions (les autres étant analogues à celle de la note 8 de la p. CXXXIII) on la trouve en remarquant que, pour obtenir une mesure de la clarté, Huygens pose cette fois $\frac{\angle \mathrm{ZVE}}{\angle \mathrm{DPB}}=\frac{\sqrt[3]{\omega}}{\sqrt[3]{g'}}$; d'où l'on déduit successivement $\frac{bgh}{a\omega}=\frac{\sqrt[3]{\omega}}{\sqrt[3]{g'}}$; $\frac{a}{b}=\frac{g\sqrt[3]{g'}\,h}{\omega\sqrt[3]{\omega}}$; $\mathrm{I}=\varkappa\frac{(\sqrt[3]{g'})^2h^2}{\omega^2(\sqrt[3]{\omega})^2}$ (d'après la formule (6) de la p. CXVI); $\sqrt{\frac{\varkappa}{\mathrm{I}}}=\frac{\omega\sqrt[3]{\omega}}{\sqrt[3]{g'}\,h}$.

Il eſt évident que la théorie aſſez compliquée du microſcope compoſé, que nous venons d'analyſer, ne pouvait pas avoir d'avenir. Elle perdait tout ſon intérêt dès que, par l'invention des lentilles achromatiques et par les perfectionnements de la théorie et de la technique de la dioptrique, on avait appris à corriger presqu'entièrement les défauts dus aux aberrations chromatique et ſphérique.

C'eſt pourquoi à titre hiſtorique nous nous bornerons à ſignaler qu'on trouve un réſumé très précis et très clair de cette dernière partie de la Dioptrique de Huygens dans l'ouvrage de Robert Smith que nous avons déjà mentionné plus d'une fois [2]). Toutefois Smith n'a pas ſuffiſamment approfondi les démonſtrations de Huygens pour en découvrir les points faibles. Il a accepté le Lemme 2 de la p. 559 [3]) ſans y apporter la correction qu'il aurait été à même de calculer parce que, comme nous l'avons vu, il connaiſſait la formule générale que Huygens ignorait [4]); il ne s'eſt pas non plus poſé la queſtion juſqu'à quelle limite il eſt permis de négliger, comme il le fait à l'exemple de Huygens [5]), l'aberration ſphérique de l'oculaire dans la ſérie de microſcopes de plus en plus groſſiſſants déduite à l'aide de la transformation (25); ſérie dont il admet avec Huygens l'efficacité juſqu'à l'infini ſi la limite dépendant de la petiteſſe des lentilles n'y faiſait pas obſtacle [6]).

Recherches ſur la profondeur du champ du microſcope.

Il y a encore, concernant le microſcope, un dernier ſujet, touché par Huygens, qu'on ne s'attendrait peut-être pas à rencontrer dans un manuſcrit du dix-ſeptième ſiècle. Nous parlons de l'„incommodité éprouvée dans les très forts

---

[2]) Voir la note 2 de la p. XLIV et la p. LXXIV. Ajoutons que les Prop. VII et VIII de Smith (p. 270 et 271 de son ouvrage) correspondent aux Prop. XV (p. 543) et XVIII (p. 569) de Huygens. De même les Prop. IX et X de Smith (p. 272 et 274) correspondent respectivement aux parties de la Prop. XIX (p. 577) de Huygens où celui-ci traite de l'aberration chromatique et de l'aberration sphérique.

[3]) Comparez le Coroll. 4 de la p. 270 de l'ouvrage de Smith avec la formule (21) de la p. CXXII de cet Avertissement.

[4]) Voir les p. LXXIV—LXXVII.

[5]) Comparez les articles 699 et 700 de la p. 267 de l'ouvrage de Smith.

[6]) „Mr. Huygens found that his microscope would bear this inversion" [le retournement de la lentille objective]. „But if we try to magnify much more by this proposition" [la transformation (23)] „the aberrations by the figure will still increase and put a stop to this process; which nevertheless might be continued to infinity by the following proposition, as this excellent Author" [Huygens] „has observed, but for the practical difficulty of making the object-glasses so small as are requisite for that purpose" (p. 271 de l'ouvrage de Smith).

grossissements qu'une petite différence dans la distance a une si grande influence sur la netteté de l'image que, quand on voit distinctement la surface supérieure d'un cheveu étendu sous le microscope, les parties médianes à côté se montrent d'une manière confuse; incommodité qui empêche aussi d'utiliser ces grossissements extrêmes" [1]).

Le passage que nous venons de citer est de 1684, mais nous avons vu que, déjà en avril 1668, Huygens avait attiré l'attention de son frère Constantyn sur cet inconvénient [2]). Il reprend le même sujet vers 1690 et le projet de rédaction de la Dioptrique de l'année 1692 nous montre que l'idée lui était venue de le traiter systématiquement dans cet ouvrage [3]). Malheureusement il n'a pas même donné un commencement d'exécution à cette idée; de sorte que nous possédons que deux Pièces peu achevées qui contiennent quelques calculs se rapportant à ce sujet.

La première de ces Pièces [4]) date de 1684, c'est-à-dire d'une époque à laquelle Huygens n'avait pas encore développé sa théorie générale du microscope composé, fondée sur la considération des deux aberrations. Huygens y compare deux microscopes donnant le même grossissement et possédant des oculaires à distances focales égales, tandis que la distance focale de l'objectif et les distances de l'objet et de l'image réelle à cette lentille sont doublées dans le microscope le plus long [5]).

Dans ces conditions il calcule l'effet d'un petit déplacement d de l'objet dans la direction de l'axe sur la position de l'image réelle formée par l'objectif. Il le trouve égal dans les deux cas si on néglige une quantité de l'ordre de d^2 [6]).

---

[1]) Voir la p. 687 du présent Tome.

[2]) Voir le passage de la lettre à Constantyn, cité à la p. CVI de cet Avertissement.

[3]) Voir, à la p. 772 de la Pièce „De Ordine in Dioptricis nostris servando", la phrase: „fortasse et de distinctionis profunditate".

[4]) Voir le § 10, p. 687—689, de l'Appendice X.

[5]) Voir les Fig. 15 et 16 de la p. 689. On y a DK = 2 DC; KV = 2 CP; VN = PM.

[6]) Le résultat était à prévoir à cause de la similitude des parties inférieures des deux microscopes, d'où il s'ensuit que si un déplacement d de l'objet détermine dans le plus court des deux un déplacement d' de l'image, un déplacement $2d$ doit dans le plus long causer un déplacement $2d'$, par conséquent (si on néglige de petites grandeurs d'un ordre plus élevé), un déplacement d doit conduire à un déplacement d' dans le microscope plus long aussi bien que dans le microscope plus court.

[7]) Voir la p. 688.

Il en conclut qu'en doublant la diſtance focale de l'objectif d'un microſcope (en conſervant le même groſſiſſement) „il n'y a rien a gagner pour avoir une diſtinction avec profondeur" [7]).

L'autre Pièce [8]), de 1690, traite d'un cas auſſi ſpécial. Cette fois c'eſt la comparaiſon des effets de deux microſcopes ſimples, dont l'un eſt une boulette ſphérique [9]) et l'autre une petite lentille. Et cette comparaiſon conduit Huygens à la concluſion ſuivante [10]): „J'ai voulu examiner ici ſi une petite lentille ne vaut pas mieux qu'une boulette ſphérique auſſi dans ceci qu'elle ſouffre plus facilement une plus grande dimenſion de l'objet dans la direction de l'axe; mais à cet égard elle ſurpaſſe à peine la boulette de quoi que ce ſoit" [11]).

Obſervations microſcopiques de Huygens.

Nous avons reproduit dans l'Appendice XI (p. 698—732) les comptes rendus par Huygens de ſes nombreuſes obſervations microſcopiques des infuſoires, des bactéries, des ſpermatozoïdes et de quelques autres objets microſcopiques.

On y lira avec intérêt les notes ſcientifiques dans leſquelles des ſavants auſſi compétents que M. M. W. Beijerinck et M. N. H. Swellengrebel [12]) ont tâché d'identifier les organiſmes obſervés par Huygens. À ces notes et au réſumé donné par Huygens lui-même, qu'on trouve aux p. 523—527 du préſent Tome [13]), nous n'ajouterons ici que quelques remarques générales que nous devons pour la plus grande partie à M. Swellengrebel.

On a déjà vu [14]) que l'intérêt de Huygens pour l'examen microſcopique des infuſions de poivre et d'autres ſubſtances a été éveillé par les communications qu'il avait reçues au ſujet des obſervations de Leeuwenhoek, mais, une fois qu'il ſe met à l'œuvre, il ſe fait connaître comme un microſcopiſte encore plus minutieux et plus capable que Leeuwenhoek lui-même. Cela ſe montre ſurtout

---

[8]) Voir, au § 11 de l'Appendice X, les p. 692—694.
[9]) Voir sur ces boulettes les p. CVI—CVII de cet Avertissement.
[10]) Consultez à propos de cette conclusion la note 14 de la p. 693.
[11]) Voir la p. 692.
[12]) Comparez la note 3 de la p. 702.
[13]) Voir aussi les lettres échangées en 1678 et 1679 entre Christiaan Huygens et son frère Constantyn aux pp. 65, 92, 124, 125, 130, 131, 204, 205 et 213 du T. VIII.
[14]) Voir la p. CVI de cet Avertissement.

dans les figures qu'il donne avec une grande profufion. Elles font fouvent fi détaillées qu'on peut deviner le genre ou l'efpèce qu'il a obfervé.

Comme M. Beijerinck l'a démontré récemment [1]) d'une façon fi convaincante, Leeuwenhoek a vu et décrit des bactéries bien avant l'année 1683 qu'on défigne ordinairement comme l'époque de fa première découverte de ces organifmes. En vérité il les a rencontrées fous fes microfcopes dès le commencement de fes obfervations en 1675. De même, Huygens n'a pas tardé à les apercevoir. C'eft furtout pendant la première férie, de 1678 à 1680, de fes obfervations qu'il en a décrit et deffiné plufieurs efpèces différentes, tandis que dans la feconde férie, de 1692, fon attention s'eft portée plus exclufivement fur l'anatomie des infufoires et fur la manière dont ces animalcules fe comportent.

À propos des recherches fur ces derniers organifmes nous mentionnons la defcription des mouvements des cils orales d'un infufoire du genre Oxytricha (p. 722) et celle de l'anatomie externe des Vorticelles (p. 716 et 727) dont il a vu probablement les formes libres (p. 718 et 729) et la divifion (p. 730). Il a obfervé de même la divifion (p. 703 et 704) et auffi la conjugaifon (p. 711 et 713) d'autres infufoires, et il a deffiné bien exactement la forme extérieure des Rotatoires, où la préfence d'une palpe dorfale ne lui a pas échappé (p. 728 et 731) [2]).

Ce qu'il y a d'ailleurs de plus intéreffant peut-être dans ces manufcrits, ce font les idées et les expériences de Huygens fur l'origine des organismes de fes infufions. Il s'y montre un adverfaire convaincu de la génération fpontanée. „Il feroit eftrange" dit-il (p. 725—726) „que le poivre, le gingembre, et ces queues de fleurs, engendraffent tous les mefmes animaux. C'eft pourquoy il eft plus probable qu'ils viennent de l'air attirez par l'odeur".

Pour vérifier cette hypothèfe il ferme une de fes fioles, qui contiennent les infufions, „d'une piece de chamois liée fur le col; pour voir s'il y naiftra des animaux" (p. 718). La première fois, en juin 1679, cette expérience n'a pas le réfultat qu'il en attend. Après deux jours des organifmes paraiffent dans la fiole fermée ainfi que dans celle qu'il avait laiffée ouverte, quoique en moindre quantité; une femaine plus tard „il y avoit dans la fiole fermée auffi bien que dans

[1]) Voir la note 3 de la p. 702 du préfent Tome.

[2]) Voir encore, sur la découverte de la viviparité de l'Anguillula aceti, les pp. 525 et 700, sur une observation à propos de la distribution inégale des infusoires dans l'infusion, la p. 711, et sur une hypothèse ingénieuse mais fausse sur la manière dont le mouvement des infusoires est produit, la p. 710.

l'ouverte de ces grands animaux qui courroient tres viſte et des grands a queue, outre quantitè de mediocres et une infinitè d'anguilles" (p. 719). Il en eſt autrement dans des expériences faites en 1692. Une „eau de poivre qui avoit eſtè couverte et enfermée d'un cuir de chamois" depuis plus de trois ſemaines contenait à peine „quelque choſe de vivant" et Huygens ajoute „cela peut avoir entrè par les pores du chamois" (p. 730). Le jour ſuivant il y découvre „grande quantitè de tres petits a grand peine viſibles. qui peut eſtre avoient paſſè a travers le chamois" [3]).

De plus, Huygens a fait quelques expériences ſur l'influence de la chaleur et du froid ſur les organismes des infuſions. Après avoir laiſſé geler de l'eau de poivre dans une petite fiole, il voit revenir „les petits animaux" deux jours après le dégel; mais ayant mis une telle fiole dans de l'eau bouillante il ne retrouve rien de vivant après trois jours (p. 716—717).

Quant à la technique ſuivie dans les obſervations microſcopiques, nous avons déjà dit (p. CXIII) que Huygens ſe ſervait preſqu'excluſivement du microſcope ſimple. Il en eſt de même pour Leeuwenhoek, mais avec cette différence que Leeuwenhoek employait des petites lentilles taillées par lui-même [4]), tandis que Huygens préférait les boulettes, dont il avait étudié ſi aſſidûment, vers 1677, la

---

[3]) Dans le résumé de ses observations microscopiques (p. 525) il s'exprime bien plus positivement, lorsqu'il dit: „Mais lorsque le vase est fermé, il n'en apparaît aucun". Probablement il n'avait en vue alors que les organismes plus grands, auxquels on réserve maintenant le nom d'„infusoires". Voir d'ailleurs, dans la note 5 de la p. 525, l'interprétation donnée par M. Beijerinck à ces expériences avec des fioles fermées.

[4]) Voici ce qu'on trouve sur les microscopes de Leeuwenhoek aux p. 403—404 de l'ouvrage de Smith cité dans la note 2 de la p. XLIV: „Mr. Leeuwenhoek on the contrary in all his observations.. made little or no use of any other microscopes but single ones, as we are informed by our worthy Vice-President Martin Folkes Esquire, in the account he has given us of Mr. Leeuwenhoek's legacy to the Society of 26 of these microscopes.. „ „These microſcopes are all single consisting each of a small double convex-glass, let into a socket, between two silver plates riveted together and pierced with a small hole. The object is placed on a silver point or needle, which by means of skrews of the same metal, provided for that purpose, may be turned about, raised or depressed, and brought nearer or put farther from the glass, as the eye of the observer, the nature of the object, and the convenient examination of its several parts may require. Mr. Leeuwenhoek fixed his objects, if they were solid, to this silver point with glew; and when they were fluid or of such a nature as not to be commodiously viewed unless spread upon glass, he first fitted them on a little plate of talk, or excessively thin-blown glass; which he afterwards glewed to the needle in the same manner as his other objects" ".

fabrication et l'arrangement pratique [1]). Il ne s'eſt pas donné moins de peine pour obtenir une bonne illumination des objets tranſparents qu'il obſervait à travers ſes microſcopes [2]), et il eſt curieux de faire remarquer à ce propos que Huygens eſt peut-être le premier microſcopiſte qui ſe ſoit aperçu des avantages que l'éclairage à fond noir peut préſenter quelquefois [3]).

LES COMPLÉMENTS À LA DIOPTRIQUE.

Premier Complément. Projets divers de rédaction de la Dioptrique, ou de ſes parties.

Nous avons réuni dans ce premier Complément à la Dioptrique les projets de rédaction ou de réviſion de cet ouvrage que nous avons trouvés dans les manuſcrits. Ces projets ont déjà été utiliſés dans l'Aperçu de la genèſe de la Dioptrique [4]), qui conſtitue le début de cet Avertiſſement, et dans l'hiſtorique et l'analyſe de pluſieurs des ſujets traités [5]). Qu'il ſuffiſe donc ici de quelques mots pour ſignaler les Pièces les plus importantes qu'on trouve dans ce Complément: premièrement (p. 738—745) „le projet du Contenu de la Dioptrique", de 1673, écrit peu de temps après la découverte de la théorie ondulatoire de la lumière et qui donne l'ébauche d'un ouvrage contenant en même temps la matière de la préſente Dioptrique et celle du Traité de la lumière, à l'exception de l'expli-

[1]) Voir la p. CVII de cet Avertissement.

[2]) Comparez la p. CXII.

[3]) La première fois le 14 mars 1678 (voir la p. 699), quand il a pu observer à l'aide de ce genre d'illumination le mouvement assez rapide des organismes contenus dans une mince pellicule surnageant l'infusion, „on apercevait" écrit-il „ce mouvement par le scintillement de ces animalcules, parce que dans certaines positions ils luisaient, mais dans d'autres bien moins. En se tournant directement vers la lumière on ne voit presqu'aucun mouvement, mais on l'aperçoit quand la lumière tombe d'à côté". Ensuite, le 17 septembre de la même année, il annote (p. 710). „Je regardois tous ces animaux non pas directement contre la lumiere mais en detournant un peu le microscope, ce qui les fait paroistre sur un fond noir. On decouvre mieux par ce moyen les moindres animaux ayant vie, et l'on distingue aussi mieux les parties des grands".

[4]) Voir les p. X—XI de cet Avertissement.

[5]) Voir la note 3 de la p. LXXXVIII (systèmes de lunettes), la note 4 de la p. XC (distorsion des images), les p. XCVI—XCVII (grandeur de l'aberration chromatique) et enfin la p. CXXXVIII (profondeur du champ sous le microscope).

cation de la double réfraction, qu'alors il n'avait pas encore trouvée. Enfuite nous mentionnons le „Commencement du traitè de ma Dioptrique en François que j'avois deffein de joindre au Traitè de la Lumiere" (p. 754—770), de 1690, et enfin la Pièce „De Ordine in Dioptricis noſtris ſervando", de 1692, qui contient les idées de Huygens ſur une révifion projetée de ſa Dioptrique, telles qu'il les avait formées à la même époque où il compoſait et rédigeait la dernière partie de ſa Dioptrique, c'eſt-à-dire celle dans laquelle il traite de la théorie du microſcope compoſé.

Il avait alors abandonné l'idée d'employer la langue françaiſe dans la nouvelle rédaction de ſa Dioptrique. Il ſe propoſait d'y maintenir la langue latine dans laquelle ſon manuſcrit avait été commencé (en 1652) et pourſuivi, et dont il ſavait d'ailleurs ſe ſervir avec facilité et élégance. Or, il eſt curieux d'obſerver de quelle manière il ſe préparait à cette tache. En effet, on trouvera aux dernières pages (p. 781—782) du Complément, qui nous occupe ici, toute une ſérie de mots latins et de bouts de phraſes qui conſtituent comme un répertoire d'expreſſions latines variées, concernant la ſcience de la Dioptrique. Évidemment ces expreſſions devaient ſervir à faciliter la rédaction de l'ouvrage projeté, en y évitant une trop grande monotonie dans les locutions.

Deuxième Complément. Conformation de l'œil et théorie de la viſion.

On doit à l'admiration de Huygens pour „la conſtruction de l'œil et la maniere dont ſe fait la viſion" quelques pages d'une haute éloquence. On les rencontre dans une Pièce intitulée: „De l'œil et de la viſion", dont la première rédaction date probablement de 1670[6]). Cette Pièce reſta inédite juſqu'en 1908, lorſqu'elle fut publiée par Straub[7]). Il nous ſerait difficile de nous abſtenir d'en citer ici pluſieurs paſſages, ſi nous ne penſions pas que le lecteur préférera les lire en entier aux p. 797—799 du préſent Tome[8]).

Nous nous bornerons donc, dans ce qui ſuit, à indiquer les principaux ſujets de l'optique phyſiologique ou pſychologique dont Huygens s'eſt occupé, en y

[6]) Voir la note 2 de la p. 791 du présent Tome.
[7]) Voir la note 2 de la p. 788 et le dernier alinéa de la note 2 de la p. 791.
[8]) On trouve des passages de la même portée mais beaucoup moins étendus aux pp. 133—135, 744—745 et 756.

joignant quelques remarques dont nous ſommes en grande partie redevables à feu Manuel Straub, le regretté profeſſeur d'ophthalmologie de l'Univerſité d'Amſterdam.

Déjà la figure (p. 131) deſſinée par Huygens dans la première Partie de ſa Dioptrique [1]), qui repréſente une coupe méridienne de l'oeil, eſt remarquablement exacte quant à la forme générale et la diſpoſition des détails. Plus tard, dans la Pièce „De l'œil et de la viſion" [2]), Huygens a pu utiliſer les meſures priſes, en ſa préſence, en février 1667, par le médecin Jean Pecquet [3]). Il eſt dommage que nous ne connaiſſons pas les méthodes, dans leſquelles Huygens a eu probablement ſa part, qui furent employées dans cette „ophthalmométrie". Les réſultats obtenus prouvent qu'elles avaient été bien choiſies.

Dans la première Partie de la Dioptrique et de même dans l'article „De l'œil et de la viſion" on rencontre la deſcription d'un œil ſimplifié formé par deux hémiſphères de différents rayons [4]). La ſurface de l'un de ces hémisphères repréſente la cornée, celle de l'autre la rétine [5]). Or il eſt curieux de remarquer la grande reſſemblance de cet œil ſimplifié, projeté par Huygens, avec l'œil réduit bien connu de Liſting [6]). Chez tous les deux les ſurfaces réfringentes de l'œil ſont remplacées par une ſeule ſurface ſphérique de telle manière que le centre de cette ſurface (le point M de la figure 99, p. 128 du préſent Tome) correſpond au point K de Liſting [7]) dans lequel il a réuni, pour obtenir la ſimplification qu'il cherchait, les deux points nodaux très voiſins de l'œil réel, tandis que le point E de la figure de Huygens correſpond au point F de Liſting. De plus, puiſqu'ils ſuppoſent tous les deux que l'intérieur de l'œil factice eſt rempli d'un liquide dont l'indice de réfraction eſt égal à $\frac{4}{3}$, il arrive que le rapport des diſtances du centre M aux deux points focaux, dont l'un ſe trouve en E et l'autre en avant du point B à une diſtance égale à ME, eſt le même dans les

[1]) Comme nous l'avons exposé aux p. III et IV de cet Avertissement, la „Pars Prima" de la Dioptrique, qui constituait primitivement un „Tractatus de refractione et telescopijs", fut achevée en 1653 et il n'y a, ni dans l'état du manuscrit, ni autrement, aucune raison de supposer que la partie consacrée à la description de l'œil (p. 129—135) serait d'une date postérieure.

[2]) Voir les figures des pp. 789, 790, 794, 795 et 796.

[3]) Voir les p. 787—790 du présent Tome.

[4]) Voir les pp. 129—131 et 793—794.

[5]) D'après Huygens la choroïde, où il supposait plutôt le siège de la vision; voir la p. 795.

[6]) Voir les p. 16—18 de l'ouvrage cité dans la note 4 de la p. XXV de cet Avertissement.

[7]) Voir la Fig. 11 de la planche I de l'ouvrage de Listing.

deux conſtructions, qui, par conſéquent, préſentent une ſimilitude géométrique complète.

Toutefois les deux inventions avaient chacune un but différent. Celle de Listing devait faciliter les calculs et les conſtructions des oculiſtes, celle de Huygens avait pour objet l'étude des diſpoſitions qui ſont de l'œil réel un inſtrument d'optique ſi merveilleux. Ainſi, par exemple, la meſure abſolue du rayon MB [7]) n'importe pas à Huygens, tandis que chez Liſting elle eſt choiſie de manière à donner des réſultats autant que poſſible applicables à l'œil réel. D'autre part Liſting ne s'occupe guère de la ſituation du diaphragme formé par la pupille, dont les avantages ſont diſcutés par Huygens à l'aide de ſon œil ſimplifié.

En 1691 Huygens a imaginé un œil ſchématique d'une façon différente [8]). Il conſerve à la ſurface antérieure de cet œil, qui repréſente la cornée, ſa forme ſphérique, mais il donne à ſa ſurface poſtérieure la forme d'une ſurface de révolution, dont il apprend à conſtruire la courbe méridienne, point par point, de manière qu'elle reçoive les images des objets très éloignés, formées par les faiſceaux de rayons qui après leur réfraction par la ſurface antérieure, paſſent par une petite ouverture qui repréſente la pupille. Ce modèle peut ſervir, entre autres, pour expliquer, dans l'œil réel, la grande étendue du champ de la viſion confuſe [9]), qui excède, pour les deux yeux enſemble ſuppoſés immobiles et regardant droit devant eux, un angle de 180° [10]).

Huygens a trouvé chez Kepler les notions de la myopie et de la preſbyopie et nous avons déjà analyſé plus haut [11]) les règles qu'il a donné pour la conſtruction des beſicles qui doivent corriger ces défauts. Or, il eſt intéreſſant de noter que Huygens a ſenti le beſoin d'une explication de la genèſe de l'emmétropie; explication dont on commence ſeulement de nos jours à s'occuper plus expreſſé-

---

7) Voir toujours la Fig. 99 de la p. 128.

8) Voir les §§ 3 et 4 du deuxième Complément, p. 800—802 du présent Tome. Dans le premier paragraphe Huygens exécute, évidemment avec beaucoup d'exactitude, pour un œil factice, rempli d'eau, les constructions dont il s'agit; dans le second il suppose un œil de verre.

9) Confuse, parce que la forme de l'œil réel ne correspond nullement à la supposition qui sert ici de base à la construction de Huygens de la surface postérieure de son œil factice. Avec un tel œil tous les objets pourraient être vus avec une netteté à peu près égale, diminuée seulement par les aberrations sphérique et chromatique. On remarquera la manière dont le raccordement des deux surfaces est obtenu.

10) Voir la note 5 de la p. 801.

11) Voir la p. XXVI de cet Avertissement.

ment [1]). À ce propos on trouve à la p. 756 du préfent Tome l'annotation fuivante: „admirable dans les yeux, que les furfaces de la cornée et du criftallin font juftement de telle mefure de convexité que les rayons paralleles rompus concourent dans le fond de la choroide. peut eftre que dans les petits enfans cela n'eft pas encore ainfi et que les yeux s'y difpofent en quelque façon, mais cela mefme n'eft pas moins merveilleux".

Quant à la manière dont l'accommodation fe fait dans l'œil, dans la première Partie de fa Dioptrique (p. 133) Huygens laiffe le choix entre la fuppofition d'un mouvement en avant du criftallin et celle d'une augmentation de la convexité de cette lentille. Il admet auffi la poffibilité que les deux caufes agiffent fimultanément et il décrit les mécanifmes qui devraient, felon lui, entrer en jeu dans l'un et dans l'autre cas. En 1667, à l'occafion des menfurations faites par Pecquet [2]), il obferve combien le criftallin eft flexible et changeant de forme fous la preffion des doigts [3]). Il en conclut que la deuxième fuppofition eft la plus probable et il voit dans le peu d'efpace qui eft laiffé au criftallin pour fe mouvoir en avant une autre raifon pour préférer cette fuppofition à la première. Toutefois en 1670 il revient à la conception (fauffe comme on le fait maintenant) d'un mouvement en avant du criftallin fans changement de forme [4]).

Parlant, vers 1653, dans la première Partie de fa Dioptrique des queftions que nous appelons de nos jours pfychologiques, Huygens dit (p. 135) „qu'elles font trop obfcures pour que des mortels, quels qu'ils foient, puiffent en trouver la folution". À cette même occafion, après avoir écarté la queftion d'examiner comment il fe fait que la pupille en fe contractant refte toujours ronde, parce que „l'examen de ces propriétés de l'œil ne fait pas partie de notre plan", il ajoute qu'il tâchera „encore moins de répondre à la queftion de favoir comment l'image des objets vifibles qui fe forme au fond de l'œil parvient de là à notre cerveau et à notre efprit, comment étant renverfée, elle nous fait cependant voir les objets debout, et comment il fe fait, qu'en regardant avec les deux yeux, nous ne voyons pas les objets doubles".

---

[1]) Voir l'article de Straub „Ueber die Aetiologie der Brechungsanomalien des Auges und den Ursprung der Emmetropie" dans „v. Graefe's Archiv für Ophtalmologie", Bd. 70, 1909, p. 130—199, et celui de W. P. C. Zeeman „Linsenmessungen und Emmetropisation" dans le même „Archiv", Bd. 78, 1911, p. 93—128.

[2]) Voir la p. CXLIV, qui précède.

[3]) Voir la p. 789 du préfent Tome.

[4]) Voir la p. 794.

Toutefois, plus tard, Huygens eſt revenu ſur les deux problèmes mentionnés en dernier lieu. À propos de celui recherchant „pourquoy on voit les choſes droites quoyque tournees dans noſtre œil a l'envers" il ſe fait connaître dans le „Projet du Contenu de la Dioptrique" (de 1673) comme „empiriſte": „Ce n'eſt" d'après lui „que l'accouſtumance de juger, et.. ſi nous avions veu toute noſtre vie toutes choſes et meſme le mouvement de nos mains par un verre qui renverſe les objets comme un convexe nous dirions encore que nous voions toutes choſes directes et ne nous tromperions point en montrant le haut et le bas de nos mains" [5]). Or, on ſait qu'une expérience analogue à celle indiquée par Huygens a été exécutée de nos jours par Stratton [6]).

Quant à l'autre problème, Huygens a développé dans l'article „De l'œil et de la viſion", qui était deſtiné à faire partie de ſa Dioptrique, avec une clarté qui ne laiſſe rien à déſirer, la notion des points correſpondants. „Pour ce qui eſt de l'action des deux yeux a la fois" dit-il [7]) „la nature a pourvu d'une maniere bien particuliere a ce qu'ils ne fiſſent pas paraitre l'objet double. C'eſt qu'elle a fait que chaque point du fond de l'œil a ſon point correſpondant dans le fond de l'autre en ſorte que lors qu'un point de l'objet eſt peint dans quelques deux de ces points correſpondants, alors il ne paroit que ſimple comme il eſt". Un peu plus loin il ajoute qu'il eſt à noter que ces points ſont tous deux „du meſme coſtè des axes et non pas diſpoſez ſemblablement a l'egard des deux nerfs optiques" et il fait encore remarquer que „d'icy il eſt aiſè de voir pourquoy un objeƈt éloignè doit paroitre double lors qu'on diſpoſe les yeux pour regarder un autre objeƈt plus proche, et pourquoy au contraire l'objeƈt proche ſe doit doubler en voiant ſimple celuy qui eſt plus diſtant". Comme on l'aperçoit, Huygens expoſe ici une théorie aſſez complète des points correſpondants des deux rétines, telle qu'on la rencontre dans les ouvrages des phyſiologiſtes modernes [8]). D'ailleurs Huygens, auſſi bien que les autres grands mathématiciens du dix-ſeptième et du

[5]) Voir la p. 745 du présent Tome. Comparez aussi la p. 829, où Huygens approuve une explication analogue donnée par Molyneux dans son ouvrage de 1692.

[6]) Voir dans le „Psychological Review", Vol. III, 1896, (p. 611—617) et Vol. IV, 1897, (pp. 341—360; 463—481) les articles de G. M. Stratton, intitulés „Some preliminary experiments on vision without inversion of the retinal image" et „Vision without inversion of the retinal image".

[7]) Voir la p. 796 du présent Tome.

[8]) À commencer par „Johannes Müller, Zur vergleichenden Physiologie des Gesichtssinnes des Menschen und der Thiere nebst einen Versuch über die Bewegungen des Auges und über

dix-huitième siècles, a laissé à Wheatstone le mérite de faire l'observation (en 1838) que les images sur les deux rétines d'objets à trois dimensions sont nécessairement inégales [1]; observation qui fut d'une importance si fondamentale pour la théorie de la vision binoculaire et qui le conduisit à l'invention du stéréoscope. Si Huygens s'était rendu compte de ce que l'explication qu'il donne (p. 796) du fait que, non seulement un point déterminé d'un objet, mais aussi les points qui l'environnent, sont vus simples, ne pouvait être valable qu'approximativement, il aurait fait un premier pas vers les découvertes de Wheatstone, mais on trouve qu'en réalité il n'a pas tiré cette conséquence de la théorie des points correspondants.

Nous avons réservé pour la fin une question à laquelle, vers 1673, Huygens a voulu consacrer un chapitre entier de sa Dioptrique [2]; dessein que, toutefois, il n'a pas exécuté. Nous parlons de l'estimation du lieu que nous assignons à l'image formée par un système optique.

Huygens a toujours émis l'opinion, qui s'écartait de celle de plusieurs de ses prédécesseurs et de ses contemporains [3], que cette estimation est essentiellement un effet de la vision binoculaire. Déjà dans la préface [4] de la première Partie de sa Dioptrique on rencontre l'affirmation „que la vraie cause du phénomène que, en regardant d'en haut un vase rempli d'eau, le fond semble partout s'élever, . . doit être cherchée en considérant les rayons de lumière qui se dirigent vers les deux yeux".

---

den menschlichen Blick", Leipzig, Cnobloch, 1826, p. 71—79. D'ailleurs on trouve déjà des considérations analogues aux p. 46—49 de l'ouvragede Robert Smith (de 1738), cité dans la note 2, p. XLIV de cet Avertissement.

[1]) Voir, dans les „Philosophical Transactions of the Royal Society of London for the year MDCCCXXXVIII" aux p. 371—394, l'article de Ch. Wheatstone intitulé „On some remarkable, and hitherto unobserved, phenomena of Binocular Vision". Wheatstone n'avait réussi à trouver aucune autre allusion à l'inégalité des images sur les deux rétines qu'une remarque ingénieuse de Leonardo da Vinci (voir la p. 372 de l'article cité) qui explique de cette manière pourquoi même la peinture la plus parfaite ne peut jamais donner une impression de relief aussi forte que celle qu'on reçoit devant les objets réels. Cette remarque de da Vinci fut reproduite aussi par Robert Smith à la p. 41 des „Remarks", qu'on trouve vers la fin de son ouvrage déjà si souvent cité dans cet Avertissement.

[2]) Voir la p. 745 du présent Tome.

[3]) On peut consulter sur les idées de Kepler, Descartes, Barrow et Molyneux à ce sujet les notes 11 de la p. 779, 1 et 3 de la p. 780, 2 et 3 de la p. 830 du présent Tome.

[4]) Voir la p. 9. Toutefois la date où le commencement de cette préface fut écrit est incertaine (voir la note 2 de la p. 2), et il se pourrait bien qu'elle fût postérieure à celle de la publication de l'ouvrage de Barrow, dont nous parlerons bientôt.

En 1669, la queftion fut mife à l'ordre du jour par Barrow d'une manière qui attirait beaucoup l'attention de fes contemporains. Dans fes „Lectiones opticæ" [5]), où il traite amplement de la localifation par l'obfervateur des images formées par les miroirs et les lentilles, il avait été arrêté par une difficulté concernant un cas particulier [6]) où l'expérience était en contradiction avec fes confidérations théoriques, bafées, comme partout dans fon ouvrage, fur l'hypothèfe que l'image n'eft vue que d'un feul des deux yeux. Ayant tâché en vain de lever cette difficulté, fur laquelle probablement il n'avait pas manqué de confulter Newton [7]), il prit le parti de l'expofer au lecteur, tout en avouant qu'il n'avait pu réuffir à la réfoudre.

C'était fans doute la déduction par Barrow du „locus imaginis", comme s'il s'agiffait d'une queftion de vifion monoculaire, que Huygens avait en vue lorfqu'il écrivait à Oldenburg, en janvier 1670, peu de temps après avoir reçu l'ouvrage de Barrow [8]): „Pour ce qui eft du Locus Imaginis, j'ofe dire qu'il n'a pas bien rencontrè, et la difficultè qu'il fe forme luy mefme a la fin, devroit l'en avoir adverty" [9]). En effet, en 1673, Huygens commence le réfumé du Chapitre, où il fe propofait alors de traiter „du lieu de l'image", par les phrafes: „l'Erreur de plufieurs en cecy. Qu'on ne juge point la diftance d'un feul œil, les boites paintes en dedans le font voir ou on regarde par un trou. la difficultè qu'un autre aura a rencontrer voftre doit avec un œil fermè" [10]). De même, lorfque, en 1683 [11]), Fullenius [12]) le confulte fur les difficultés qu'il avait rencontrées dans l'explication de quelques expériences ayant pour but la détermination du lieu apparent des images d'objets qu'on obferve à travers une lentille, Huygens lui expofe [13]) combien ces déterminations font incertaines et fubjectives quand on

---

[5]) Voir l'ouvrage mentionné dans la note 2 de la p. XX de cet Avertissement.

[6]) Il s'agit du cas où l'image réelle de l'objet se formerait derrière la tête de l'observateur. Voir, pour plus de particularités, la note 25 de la p. 775 du présent Tome.

[7]) Voir la note 23 de la p. 771.

[8]) Voir les p. 534 du T. VI et 3 du T. VII.

[9]) Voir la p. 3 du T. VII. Nous profitons de cette occasion pour avertir le lecteur de la correction que nous avons dû apporter à la note 4 de cette page, laquelle note se rapporte au passage que nous venons de citer. On trouve cette correction au dernier alinéa de la note 25 qui commence à la p. 775 du présent Tome.

[10]) Voir la p. 745.

[11]) Voir les p. 447—449 du T. VIII.

[12]) Voir sur Bernardus Fullenius, l'un des éditeurs de la „Dioptrica" de Huygens, comme œuvre posthume, la note 1 de la p. 443 du T. VIII.

[13]) Voir les p. 476—478 du T. VIII.

ne ſe ſert que d'un ſeul œil et il indique quelques circonſtances qui peuvent avoir de l'influence ſur ces évaluations [1]).

Comme nous l'avons déjà dit Huygens n'a jamais réaliſé ſon deſſein de traiter expreſſément de la manière dont on eſtime le lieu où l'on voit une image. En 1692, il exprime l'opinion que, quant aux images formées par les lentilles, cette queſtion ne vaut pas la peine de s'en occuper, mais qu'il en eſt autrement en ce qui concerne celles qu'on obſerve dans les miroirs [2]). Et de nouveau il ſe propoſe de réſoudre dans ſa Dioptrique la „difficulté" de Barrow [3]). Or, plus loin dans la même Pièce [4]) on trouve, ſinon une explication détaillée des phénomènes décrits par Barrow, du moins l'expoſition ſuivante concernant le cas du miroir, dont nous croyons utile de traduire ici la partie écrite en latin: „Voiez la difficultè de Barrow. Eſſaier avec un miroir concave. Lors qu'il penſait que le lieu et la diſtance de l'image peuvent être eſtimés d'un ſeul œil il a donné contre cet écueil. Là, où il juge du lieu de l'image, ni à l'aide des deux yeux, ni à l'aide du mouvement d'un ſeul. car avec les deux yeux l'objet ſe voit double dans ce cas. Et le mouvement d'un ſeul ne cauſe pas de parallaxe, mais l'objet ſe déplace plus que l'œil lui-même. Comment donc le lieu de l'image eſt-il perçu d'une manière quelconque? Par la ſeule grandeur apparente de l'objet qu'on connaît". Cette annotation eſt accompagnée de quatre figures [5]) dont les trois premières repréſentent différents cas qui peuvent s'offrir quand on regarde avec les deux yeux dans un miroir concave l'image d'un point lumineux ou d'un petit objet; tandis que la quatrième figure ſemble avoir rapport à la viſion monoculaire.

---

[1]) Voir encore les p. 534—535 du même T. VIII, où Huygens démontre que Fullenius est entièrement en erreur quand il pense que l'évaluation du lieu apparent serait nécessaire pour la détermination du grossissement. Ajoutons que dans ses lettres à Fullenius, Huygens parle (pp. 477 et 535) des distances dont on peut encore juger à l'aide des deux yeux. D'après son expérience personnelle elles n'excèdent pas 12 ou 15 pieds, mais il croit possible que d'autres personnes, qui ont la vue plus aigue, en puissent évaluer de plus grandes. Il y voit la cause pour laquelle les tableaux et les décors de théatre peuvent suggérer aux spectateurs les perspectives les plus lointaines.

[2]) Probablement parce que la plus grande largeur des miroirs permets souvent d'y regarder avec les deux yeux.

[3]) Voir la Pièce „De Ordine in Dioptricis nostris servando" à la p. 771 du présent Tome.

[4]) Voir les p. 775—776, où l'on doit lire la dernière phrase: „Sola apparenti magnitudine notæ rei".

[5]) Voir la p. 776.

[6]) Voir les pp. 124, 125 et 128—132 du T. VII et surtout la note 1 de la p. 129.

Troisième Complément. Lunettes catoptriques.

Huygens s'est intéressé vivement au télescope à miroir, inventé par Newton en 1671, dont la Société Royale de Londres lui avait fait parvenir la description par l'intermédiaire du secrétaire Oldenburg [6]). Il communiqua cette description à son tour à Gallois [7]), l'éditeur du „Journal des Scavans", en faisant ressortir les avantages que le nouvel instrument avait sur la lunette dioptrique, à savoir: l'absence d'aberration chromatique et de la perte de lumière, causée par les réflexions multiples aux surfaces des lentilles comme aussi par l'absorption des rayons par la matière du verre, et surtout la valeur considérablement plus petite de l'aberration sphérique. Et il ajouta: „Si au lieu de miroirs spheriques, l'on en pouvoit avoir de paraboliques exactement formez & polis; ces Lunettes feroient l'effet que l'on s'est promis des verres elliptiques ou hyperboliques: & je croy bien plus facile de reüssir aux miroirs".

Dès l'abord il voit toutefois une difficulté dans le fait qu'il sera difficile „de trouver une matiere pour ce miroir qui soit capable d'un poli aussi beau et uni que celuy du verre; et la maniere de donner ce poli sans gaster la figure spherique" [8]), et cette difficulté s'accentue de plus en plus quand il s'efforce de faire construire sous sa propre direction des miroirs de 10 à 12 pieds [9]). Il finit par déclarer [10]) à propos de cette invention de Newton qu'il a „pu connoistre par l'expérience" [que] „le defaut de la matiere la rend presque aussi impossible d'executer que la difficultè de donner la forme repugne aux Hyperboles de Monsieur Des Cartes de sorte qu'a mon avis il en faudra demeurer à nos verres spheriques aux quels nous avons desia toute obligation et qui peuvent recevoir encore plus grande perfection tant par l'augmentation de la longueur des lunettes que par la correction de la mastiere du verre mesme" [11]). Ce n'est que beaucoup plus tard, en 1691, que l'idée lui est venue, sur laquelle nous reviendrons, qu'il serait possisible d'employer le verre comme matière des miroirs parce qu'il y a des

---

[7]) Voir les p. 134—137 du T. VII.
[8]) Voir la lettre à Oldenburg du 13 février 1672 à la p. 141 du T. VII.
[9]) Voir les pp. 157, 158, 159, 173 et 186 du T. VII.
[10]) Voir sa lettre du 10 juin 1673 à la p. 303 du T. VII.
[11]) Comparez encore au même propos les pp. 319, 332 et 392 du T. VII, la p. 534 du T. VIII et enfin la note 5 de la p. 805 du présent Tome.

moyens de ſupprimer ou de diminuer l'inconvénient de la duplication des images.

Du reſte, il réſulte des annotations que Huygens a conſacrées aux téleſcopes à miroir, bien qu'elles ſoient très brèves [1]), qu'il avait développé la théorie de cet inſtrument exactement de la même manière que celle de la lunette keplérienne. Dans ces conſidérations il s'agit toujours du téleſcope de Newton, qu'il préfère de beaucoup à ceux que Gregory et Caſſegrain avaient propoſés de conſtruire [2]).

Or, l'inſtrument de Newton ſe compoſe d'un miroir concave qui ſert d'objectif, et d'une lentille oculaire convexe vers laquelle les rayons ſont réfléchis par un petit miroir plan; il eſt donc clair que les effets qu'il produit doivent être fort ſemblables à ceux qu'on obtient avec une lunette aſtronomique.

En premier lieu le groſſiſſement eſt donné par le rapport entre la diſtance focale du miroir concave et celle de l'oculaire, règle que Newton avait déjà appliquée à ſon téleſcope [3]), et que Huygens démontre [4]) en conſidérant la marche de deux rayons incidents, l'un coïncidant avec l'axe et l'autre paſſant dans une direction quelconque par le foyer du miroir concave.

De plus, il détermine l'aberration ſphérique longitudinale α pour le cas où le miroir reçoit des rayons parallèles à l'axe. Il la trouve égale à la moitié de la diſtance AG (voir la figure de la p. 131 du T. VII) entre le point où l'axe coupe le miroir et le plan qui paſſe par le bord du miroir. Il donne à cette règle une démonſtration géométrique très élégante dans l'annotation de 1672, ajoutée par lui à la Pièce contenant la deſcription du téleſcope de Newton [5]) et encore, en 1692, une ſeconde démonſtration plus algébrique, qu'on rencontre à la p. 814 du préſent Tome.

Si nous déſignons par f la diſtance focale du grand miroir et par d le diamètre de l'ouverture, la règle que nous venons de mentionner peut s'exprimer ſous la forme:

$$\alpha = \frac{d^2}{32f}. \qquad (1)$$

[1]) Voir l'annotation que nous avons reproduite aux p. 131 et 132 du T. VII et de même, à la p. 813 du présent Tome, la sixième Partie du § 2 du Complément dont nous traitons ici.

[2]) Voir la critique très défavorable de Huygens sur ces instruments aux p. 803—804 du présent Tome et aux p. 189—191 du T. VII.

[3]) Voir l'avant-dernier alinéa de la p. 130 du T. VII.

[4]) Voir la p. 813 du présent Tome.

[5]) Voir les p. 131—132 du T. VII.

Si, au lieu du miroir, on faifait ufage d'une lentille planconvexe, dont la furface fphérique eft tournée vers la lumière incidente, on aurait la formule analogue [6]):

(2) $$\alpha' = \frac{n^3-2n^2+2}{8n(n-1)^2}\cdot\frac{d'^2}{f'},$$

ou bien, en prenant $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction n,

(3) $$\alpha' = \frac{7d'^2}{24f'}.$$

La comparaifon des valeurs de α et de α' fait voir combien, au point de vue de l'aberration fphérique, le miroir concave l'emporte fur la lentille. Même pour $d = 3d'$ on trouve, en fuppofant $f' = f$, que l'aberration longitudinale du miroir ferait encore un peu plus petite que celle de la lentille. Toutefois Huygens fait remarquer [7]) qu'il n'eft pas permis d'en conclure qu'on puiffe admettre pour le télefcope catoptrique une ouverture trois fois plus grande que pour une lunette keplérienne ayant la même diftance focale, et il renvoie à ce propos à ce qu'il a démontré dans fa Dioptrique fur les ouvertures des lentilles.

Or, puifque l'annotation où l'on trouve cette remarque date de 1672, la partie de la Dioptrique, que Huygens a en vue ne peut être que la Prop. XI des „Rejecta" [8]) (p. 339). Et, en effet, les règles qu'il y donne pour la détermination des ouvertures des lunettes, en tenant compte feulement de l'aberration fphérique, peuvent fervir également pour déterminer l'ouverture qui convient à un télefcope à miroir [9]).

Cependant, dans la comparaifon d'un tel télefcope à une lunette keplérienne, on doit avoir égard aux facteurs numériques des formules (1) et (3). Évidemment les rayons des cercles d'aberration qui fe forment dans le plan focal auront dans les deux cas refpectivement les grandeurs $\frac{d\alpha}{2f}$ et $\frac{d'\alpha'}{2f'}$; c'eft-à-dire $\frac{d^3}{64f^2}$

[6]) Voir la note 3 de la p. 286, où ν désigne l'indice de réfraction, que nous représentons ici par n, et q l'épaisseur de la lentille. Voir aussi la note 4 de la p. 277, où l'on doit lire $d^2 = 8(n-1)\,ef$, e représentant cette fois l'épaisseur de la lentille.

[7]) Voir la p. 132 du T. VII.

[8]) Voir sur les „Rejecta" la p. IX, et en particulier sur les règles qui y sont déduites, les pp. LXVIII et LXIX de cet Avertissement.

[9]) Comparez les dernières lignes de la p. 814 du présent Tome, où l'on doit lire „ex sola" au lieu de „ex tota".

et $\frac{7d'^3}{48f'^2}$. Si l'on divife ces expreffions par les diftances focales φ et φ' des oculaires, on trouve pour les angles d'aberration A et A':

(4) $$A = \frac{d^3}{64f^2\varphi};\ A' = \frac{7d'^3}{48f'^2\varphi'}.$$

Pour que la vifion foit également diftincte dans les deux cas, il faut que ces angles foient égaux. Cela nous donne:

(5) $$\frac{d^3}{4f^2\varphi} = \frac{7d'^3}{3f'^2\varphi'}.$$

D'autre part l'égalité de la clarté des images exige [1]):

(6) $$\frac{d\varphi}{f} = \frac{d'\varphi'}{f'}.$$

En combinant cette équation avec la relation précédente, on trouve:

(7) $$\frac{d^4}{4f^3} = \frac{7d'^4}{3f'^3}$$

ou, enfin, fi les diftances focales f et f' font fuppofées égales:

(8) $$d = \sqrt[4]{\frac{28}{3}}\,d' = 1{,}75d',$$

où d repréfente le diamètre du miroir du télefcope catoptrique et d' à le diamètre de la lunette keplérienne.

Dans la même fuppofition l'équation (6) nous donne:

(9) $$\varphi = \sqrt[4]{\frac{3}{28}}\,\varphi' = 0{,}57\varphi',$$

et, par fuite, fi l'on défigne les groffiffements par g et g':

(10) $$g = 1{,}75g'.$$

Or, dans le télefcope de Newton, dont la defcription fut envoyée le 15 jan-

[1]) Comparez la formule (10) de la p. LXVIII de cet Avertissement.

[2]) Voir toujours les p. 128—132 du T. VII.

vier 1672 à Huygens [2]), le grand miroir avait une diſtance focale d'environ un demi-pied [3]). Pour une lentille objective planconvexe qui aurait cette diſtance focale, on trouve d'après les règles et le Tableau des „Rejecta" [4]), fondés ſur la conſidération de l'aberration ſphérique:

$$d' = 0,185 \text{ pouce}; \varphi' = 0,905 \text{ pouce}; g' = 6,6$$ [5]).

D'après ces données la plus grande ouverture admiſſible dans le téleſcope de Newton ſerait de 0,32 pouce, la plus petite diſtance focale de l'oculaire de 0,52 pouce et le plus fort groſſiſſement de 11,6, tandis qu'en réalité l'ouverture du téleſcope de Newton était d'environ 2 pouces, la diſtance focale de l'oculaire d'environ 0,16 pouce, et le groſſiſſement de 38.

Si Huygens a fait ces calculs, il a dû en conclure que le téleſcope de Newton devait laiſſer beaucoup à déſirer au point de vue de la netteté des images. Mais on ne trouve aucune remarque de cette portée, ni dans l'annotation de 1672 [6]), écrite en marge de la deſcription de ce téleſcope (ſi l'on excepte le „poſt-ſcriptum" ſur lequel nous reviendrons), ni dans ſa Correſpondance de cette époque. En effet, il paraît que dans le jugement porté par Huygens ſur l'invention de Newton tel qu'on le trouve dans l'article du „Journal des Sçavans" du 29 février 1672 [7]) et dans ſa lettre privée à Oldenburg du 11 février de cette même année [8]), il ne s'eſt pas préoccupé beaucoup des dimenſions ſpéciales données par Newton au téleſcope dont il avait reçu la deſcription, mais qu'il s'eſt laiſſé guider par des conſidérations plus générales.

Ainſi, quand on lit aux endroits cités, à propos des téleſcopes catoptriques, „qu' avec la moitié ou le tiers de la longueur des Lunettes, ou peut eſtre encore moins, on pourra faire l'effet accoûtumé", il faut expliquer cette aſſertion de la manière ſuivante:

---

[3]) Newton donne $6\frac{1}{3}$ pouces anglais; ceux-ci étaient un peu plus petits que les pouces de Rhynland employés probablement par Huygens. Ainsi dans le „post-scriptum" et les calculs, dont nous parlerons bientôt, Huygens estime à 6 pouces la distance focale du télescope de Newton.

[4]) Voir les p. 339—353 du présent Tome.

[5]) On se sert le plus facilement des données du Tableau (p. 353) pour une lunette de 8 pieds de distance focale. Cette distance étant égale à $2^4 \times \frac{1}{2}$ pied, on n'a qu'à diviser, d'après les règles des „Rejecta". l'ouverture et le grossissement par 8 et la distance focale de l'oculaire par 2.

[6]) Voir les p. 131—132 du T. VII.

[7]) Voir les p. 134—136 du T. VII.

[8]) Voir les p. 138—139 du T. VII.

On doit confidérer que Huygens était convaincu de ce que la perte de lumière, caufée dans la lunette keplérienne par les réflexions aux furfaces de l'objectif et par l'abforption par la matière de cette lentille, était confidérablement plus grande que la perte produite par les réflexions aux miroirs de la lunette catoptrique [1]). Par fuite l'équation (6) qui exprime l'égalité de la clarté doit être remplacée par la relation:

$$(6)' \qquad \frac{d\varphi}{f} = \frac{\varkappa d'\varphi'}{f'},$$

où le facteur $\varkappa$ a une grandeur inconnue, mais qui eft, en tout cas, fenfiblement moindre que l'unité. L'égalité du groffiffement exige:

$$(11) \qquad \frac{f}{\varphi} = \frac{f'}{\varphi'}.$$

En combinant ces équations avec l'équation (5), qui ne change pas, on trouve:

$$(12) \qquad f = \sqrt[3]{\frac{3}{28}\varkappa f'} = 0{,}475\varkappa f'.$$

Ainfi, pour avoir p. e. $f = \frac{1}{3} f'$, on doit fuppofer $\varkappa = 0.70$ [2]).

Il nous faut dire encore quelques mots à propos du „poft-fcriptum" ajouté plus tard à l'annotation de 1672 [3]), mentionnée plus haut. Ce „poft-fcriptum" eft conçu ainfi: „L'ouverture donnée par Newton à fon télefcope d'un demi-pied eft beaucoup plus grande qu'il ne faut. Il eft certain que, par fuite, l'image doit paraître comme recouverte par un brouillard. Voyez la caufe au Livre H, p. 71 et précédentes. L'ouverture, qu'il fait de 2 pouces, ne devait pas excéder $\frac{2}{3}$ pouce".

Les dates affez nombreufes qu'on trouve disséminées fur les pages de ce Livre H prouvent que la page citée doit avoir été écrite en 1692. À cette

[1]) Voir le deuxième alinéa de la p. 136 du T. VII.

[2]) Il est à peine nécessaire de faire remarquer qu'avec un bon verre la perte de lumière est beaucoup moindre que celle qui est impliquée par ce nombre. De plus, la perte causée dans le télescope de Newton par les réflexions aux deux miroirs n'était certainement pas négligeable. En effet, les considérations que nous venons d'exposer n'ont d'autre but que d'expliquer le

époque Huygens avait pleinement reconnu l'infuffifance des règles formulées dans les „Rejecta" [4]). Il a donc dû fonder la conclufion à laquelle il arrive dans le „poft-fcriptum" fur d'autres confidérations que fur celles que nous venons d'expofer. Or, les pages qui précèdent, dans le Livre H, la p. 71 citée ont été reproduites par nous aux paragraphes 6—10 de l'Appendice IX (p. 634—643). Les calculs qu'on y trouve avaient alors donné à Huygens la conviction que le plus grand angle d'aberration fphérique admiffible devait être eftimé à 1'40" [5]). Quant à la p. 71 elle-même, nous ne l'avons pas reproduite parçe qu'elle eft biffée et que les calculs qu'elle contient font très confus. Toutefois on y reconnaît facilement de quelle manière Huygens a cru pouvoir conclure que l'ouverture d'un télefcope catoptrique de la diftance focale de celui de Newton ne doit pas excéder $\frac{2}{3}$ pouce: il a fuppofé que l'angle d'aberration de l'inftrument devrait au plus égaler cette valeur de 1'40".

Dans nos notations cela revient à pofer, fuivant l'équation (4) [6]):

$$(13)\qquad \frac{d^3}{64f^2\varphi} = 1'40'' = 0{,}000485,$$

ou bien, en prenant $f = 6$ pouces, c'eft-à-dire, à peu près égale à la diftance focale du grand miroir du télefcope de Newton:

$$(14)\qquad d = \sqrt[3]{1{,}12\varphi}\ \text{(en pouces)}.$$

Si Huygens s'était conformé au groffiffement de 38, indiqué par Newton [7]), il aurait pofé $\varphi = \frac{1}{38}f = \frac{3}{19}$ pouce et trouvé $d = 0{,}56$ pouce. Au lieu de cela Huygens a fuppofé qu'on fe contenterait d'un groffiffement de 24 et il a trouvé que même alors l'ouverture ne devrait pas furpaffer $d = 2\sqrt[3]{\frac{1}{29}}$ pouce. En effet, la formule (14) nous donne alors $d = 0{,}65$.

---

raisonnement par lequel Huygens doit avoir été guidé en formulant l'assertion rapportée plus haut.

3) Voir la p. 132 du T. VII.

4) Voir la p. IX de cet Avertissement.

5) Voir surtout les pp. 636, 639, 640 et 643 du présent Tome.

6) Voir la p. CLIV de cet Avertissement.

7) Voir la p. 130 du T. VII.

C'eſt après avoir obtenu ce réſultat, que Huygens formule la concluſion qu'on trouve dans la note 10 de la p. 132 du T. VII; concluſion qui eſt entièrement conforme à celle qui eſt empruntée plus haut au „poſt-ſcriptum" en queſtion.

D'ailleurs Huygens n'a pas longtemps perſiſté dans l'opinion que la limite de l'angle d'aberration admiſſible doit être fixée à 1′40″. Déjà huit pages plus loin que la p. 71 citée on trouve dans le Livre H un nouveau calcul, reproduit à la p. 652 du préſent Tome, où cette limite eſt portée à 4′10″. Enſuite dans le texte de la Dioptrique (p. 565) il l'évalue à 20′, c'eſt-à-dire à douze fois 1′40″. Il va ſans dire que cette nouvelle limite aurait conduit à des réſultats numériques tout différents [1]) et c'eſt bien pour cette raiſon que Huygens a biffé les calculs de la p. 71.

Nous avons déjà dit [2]) que, vers 1691, Huygens s'eſt propoſé de remplacer le miroir métallique du téleſcope de Newton par un miroir en verre, nonobſtant la duplication des images qui ſemblait devoir réſulter de l'emploi d'une matière tranſparente. Or, nous avons reproduit les recherches qui s'y rapportent aux paragraphes 2 et 3 du troiſième Complément, p. 805—819 du préſent Tome.

Au § 2 [3]) Huygens détermine d'abord la poſition relative des deux images qu'on obtient dans le cas d'un point lumineux infiniment éloigné, ſitué ſur l'axe, en tenant compte des deux réfractions que ſubiſſent les rayons réfléchis par la ſurface poſtérieure. En déſignant par b l'épaiſſeur du verre au milieu et en négligeant les termes de l'ordre $\frac{b^2}{f}$ il trouve pour la diſtance mutuelle des deux „foyers" $d = \frac{13}{12} b$ ſi les deux ſurfaces ont le même rayon de courbure (p. 805), et $d = \frac{1}{3} b$ ſi elles ſont concentriques (p. 807). Il ſe propoſe enſuite de chercher un cas où l'on aura $d = 0$, c'eſt-à-dire où les deux foyers coïncident. Il n'y réuſſit pas en ſuppoſant (p. 809—810) que l'épaiſſeur b

---

[1]) Pour le groſſiſſement de 38, indiqué par Newton, on trouve alors $d = 1{,}28$ pouce et pour celui de 24, ſuppoſé par Huygens, $d = 1{,}50$ pouce.

[2]) Voir les p. CLI—CLII de cet Avertiſſement.

[3]) Voir les p. 805—814 du préſent Tome.

au milieu eſt ſi petite qu'elle peut être négligée, mais il démontre (p. 810—811) que la coïncidence ſe réaliſera ſi le rayon de courbure de la ſurface poſtérieure ſurpaſſe de $\frac{13}{9}b$ celui de la ſurface antérieure.

Même dans ce cas idéal, où il y aura coïncidence exacte des foyers qui correſpondent à ces rayons incidents parallèles à l'axe, cette coïncidence n'exiſtera pas néceſſairement pour les deux points de convergence de rayons parallèles frappant le miroir dans une autre direction. L'image d'un objet d'une certaine étendue ſera alors plus ou moins confuſe vers les bords, et on pourra ſe faire une idée de cet effet en calculant le groſſiſſement de chacune des deux images. Cette difficulté s'eſt en effet préſentée à Huygens [4]) et il paraît même qu'elle l'a conduit en 1691 à rejeter entièrement l'emploi des miroirs en verre [5]). Il était alors arrivé à la concluſion que le groſſiſſement de l'image formée par la réflexion à la ſurface antérieure eſt au groſſiſſement de l'image due à la ſurface poſtérieure comme 1 eſt à $1 - \frac{4b}{3a}$ [4]); mais une année après il croit que le raiſonnement qui l'a conduit à ce réſultat eſt erroné, et il ajoute: „par conſéquent une telle conſtruction du téleſcope de Newton aura le meilleur ſuccès" [6]).

Or, la queſtion ne peut pas être réſolue, comme Huygens a cru pouvoir le faire, en conſidérant excluſivement les rayons qui participent à la formation du point de l'image qui ſe trouve ſur l'axe. Voyons donc quelle en eſt la véritable ſolution.

À cet effet nous nous ſervirons de la figure 5 de la p. 812, dans laquelle A eſt le centre de la ſurface antérieure DF et N celui de la ſurface poſtérieure EG, tandis que VHK et VHGFK ſont les chemins qui peuvent être ſuivis par un rayon VH arrivant au point H parallèlement à l'axe. Enfin Q et B ſont les points où l'axe eſt rencontré par GH et GF prolongées. En prenant, comme plus haut, $AD = a$, $DE = b$ et $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction du verre, on aura ſucceſſivement, ſi l'on néglige les termes de l'ordre $\frac{b^2}{a}$:

---

[4]) Voir la p. 812 et ſurtout la note 2 de cette page.
[5]) Voir le premier alinéa du „post-scriptum" de la p. 813.
[6]) Voir la ligne 6 d'en haut de la p. 813.

$$(15)\quad \left|\begin{array}{l} NE = a + \frac{13}{9}b\ ^{1)},\ NA = \frac{4}{9}b,\ DK = \frac{1}{2}a\ ^{2)},\ QA = 2a\ ^{3)}, \\ QE = 3a+b,\ BE = \frac{3}{5}a+b\ ^{4)},\ BD = \frac{3}{5}a,\ BN = \frac{2}{5}a+\frac{4}{9}b, \\ QN = 2a-\frac{4}{9}b,\ KA = \frac{1}{2}a,\ BA = \frac{2}{5}a. \end{array}\right.$$

Suppofons maintenant qu'un objet infiniment éloigné ait la grandeur angulaire δ. En fe rappelant que pour une feule furface fphérique, foit qu'elle réfléchiffe la lumière, foit qu'elle la réfracte, les dimenfions linéaires d'un objet et de fon image font entre elles dans le rapport de leurs diftances au centre de courbure, on trouve pour les grandeurs des images:

$$(16)\qquad p = KA \times \delta,\ p' = QA \times \delta \times \frac{BN}{QN} \times \frac{KA}{BA}.$$

Il en refulte:

$$(17)\qquad \frac{p'}{p} = \frac{BN}{QN} \times \frac{QA}{BA}$$

ou bien, après fubftitution des valeurs (15):

$$(18)\qquad \frac{p'}{p} = 1 + \frac{4b}{3a}.$$

On voit donc que la différence des groffiffements, préfumée par Huygens en 1691 [5]), exifte bien réellement mais dans le fens inverfe de ce qu'il fuppofe.

Notons encore, avant de paffer aux recherches de 1692, qu'il a confidéré auffi l'aberration chromatique, qui doit réfulter des deux réfractions à la furface antérieure du verre, des rayons qui font réfléchis par la furface poftérieure [6]). Pour le cas où les deux furfaces font également courbées, il calcule l'écart entre les foyers

[1]) Voir la p. 810.
[2]) Puisque K est le foyer de la surface antérieure au cas de la réflexion.
[3]) Q étant le foyer virtuel de cette même surface pour le cas de la réfraction.
[4]) B étant l'image du point Q par rapport à la surface postérieure réfléchissante.
[5]) Voir la p. 812.
[6]) Voir les p. 808—809.

des rayons rouges et des rayons violets, qui ſe trouve être ſeulement la 156ième partie de l'épaiſſeur du verre.

Au printemps de 1692 Huygens croit pouvoir conſtater, comme nous l'avons dit, que la difficulté provenant de la différence des groſſiſſements des deux images, qui l'avait arrêté en 1691, n'exiſte pas. Toutefois il ne ſe diſſimule pas [7]) qu'il ſera très difficile de donner aux deux ſurfaces des rayons de courbure dont la différence eſt exactement égale à $\frac{13}{9}b$, ainſi que la règle qu'il a trouvée l'exige.

Sa première idée eſt de former le grand miroir du téleſcope d'une plaque de verre d'une épaiſſeur partout égale, mais ſi petite que l'écart de $\frac{1}{3}b$, qu'il a trouvé pour ce cas, n'ait pas d'influence nuiſible [8]). Enſuite une autre ſolution de la difficulté lui ſemble préférable [9]). Au lieu de faire coïncider autant que poſſible les images produites par les deux ſurfaces on pourra, au contraire, chercher à augmenter leur diſtance mutuelle. Cela aura pour effet que, ſi l'une des deux eſt vue diſtinctement à travers l'oculaire, les détails de l'autre ne ſeront guère remarqués [10]); la netteté avec laquelle la première image ſe préſente à l'obſervateur n'en ſouffrira que peu. Pourſuivant cette idée, Huygens détermine les conditions dans leſquelles la diſtance mutuelle des foyers eſt égale à ſix fois [9]) ou bien à cinq fois [11]) l'épaiſſeur du verre, le foyer le plus éloigné du miroir appartenant dans le premier cas à la ſurface poſtérieure et dans le ſecond à la ſurface antérieure.

Après avoir achevé ces calculs théoriques, Huygens s'applique à trouver les moyens pratiques de réaliſer ſon invention [12]). Enfin dans une dernière annotation [13]) il examine l'aberration ſphérique du faiſceau de rayons, réfléchi par la ſurface poſtérieure.

---

7) Voir le troisième alinéa du P. S. de la p. 813 et la suscription de la deuxième Partie du § 3, p. 815.
8) Voir toujours le P. S. de la p. 813.
9) Voir la p. 815.
10) Comparez la note 12 de la p. 815.
11) Voir la p. 816.
12) Voir les p. 816—819.
13) Voir la p. 819.

Toutes ces recherches nous montrent quelle importance Huygens a attachée à l'idée de remplacer le miroir métallique de Newton par un miroir en verre. Pourtant on peut douter ſi jamais il y a eu un commencement d'exécution à ce projet. Dans des lettres du 2 et du 13 juin 1692 [1]) ſon frère Conſtantyn l'exhorte à „pouſſer" ſon „invention ou celle de Newton des Lunettes a miroirs concaves". Ce ſont là les dernières traces de cette invention qu'on trouve dans la Correſpondance.

Quatrième et dernier Complément. Critiques et remarques ſur quelques ouvrages de dioptrique.

Huygens n'appartenait pas à ce genre de ſavants qui ſont tellement abſorbés par leurs propres idées et recherches qu'ils ne réuſſiſſent pas à prendre connaiſſance régulièrement des ouvrages des autres; type de ſavant qui d'ailleurs était beaucoup plus rare à l'époque où Huygens vivait qu'il ne l'eſt à l'état actuel, où la production ſcientifique a pris une extenſion incomparablement plus grande.

Au contraire, Huygens a toujours porté un intérêt très vif (et ſurtout ſur le terrain de l'optique) auſſi bien aux travaux de ſes prédéceſſeurs (y compris les anciens [2])) qu'à ceux de ſes contemporains. Sa Correſpondance et la préſente Dioptrique en contiennent d'abondantes preuves; ce quatrième Complément en apporte de nouvelles.

Nous y avons réuni trois Pièces contenant des annotations, qui n'avaient pas pu trouver place dans la Correſpondance, concernant des ouvrages d'Eſchinardo, du père Gottignies et de Molyneux.

La première de ces Pièces [3]) corrige la ſolution d'un des problèmes qu'Eſchinardo [4]) s'était poſés dans un „Addendum" à ſes „Centuria Problematum Opticorum." Ce problème [5]) ſe rapporte à la conſtruction d'une lunette hollandaiſe très courte [6]), comparable à l'un des deux tubes d'un binocle tel qu'on en

---

[1]) Voir les pp. 289 et 295 du T. X.
[2]) Voir à ce propos les pp. 3—5, 738, 747, 772, 779, 791 et 792 du préſent Tome.
[3]) Voir les p. 820—824.
[4]) Voir ſur Franceſco Eſchinardo et ſon ouvrage les p. 323—324 du T. VI.
[5]) Conſultez ſur le problème en queſtion la note 7 de la p. 821 du préſent Tome.
[6]) Comparez la note 6 de la p. 821.

fabrique aujourd'hui; lunette, qui pourrait servir aux mêmes buts auxquels on emploie maintenant ce dernier instrument. La solution d'Eschinardo, où l'erreur qui s'y est glissée est une erreur de calcul [7]), n'est pas sans interêt historique, puisqu'elle montre qu'Eschinardo connaissait, en 1667, c'est-à-dire avant la publication des „Lectiones opticæ" de Barrow [8]), la solution générale du problème ayant pour objet de déterminer pour une lentille planconcave ou planconvexe [9]), la situation de l'image d'un point lumineux qui se trouve sur l'axe de la lentille.

La deuxième Pièce (p. 825—826) contient un passage emprunté à un manuscrit du père Gottignies [10]) dont Huygens a pu prendre connaissance. On y trouve en outre quelques remarques à propos de ce manuscrit. Cette Pièce, d'ailleurs, n'a pas beaucoup d'importance.

Il en est autrement de la troisième, où Huygens donne (p. 826—844) un résumé de la „Dioptrica nova" de Molyneux [11]), rédigé peu de temps après qu'il avait reçu cet ouvrage en mars ou avril 1692 [12]). Dans ce résumé il suit le texte de Molyneux presque page par page et l'accompagne continuellement de ses remarques. En lisant ces annotations, on aperçoit, comme à vol d'oiseau, presque tout le terrain de la dioptrique, tel qu'il se présentait aux savants pendant les dernières années de la vie de Huygens.

---

[7]) Voir la note 5 de la p. 825.

[8]) Voir sur cet ouvrage la note 2 de la p. XX de cet Avertissement.

[9]) Probablement la solution lui était connue aussi pour une lentille quelconque (voir les notes 7 de la p. 821 et 5 de la p. 825). Nous regrettons de n'avoir pu vérifier cette conjecture à l'aide de l'ouvrage d'Eschinardo, que nous n'avons pas pu examiner.

[10]) Voir sur le père Gottignies la note 7 de la p. 825.

[11]) Voir encore sur l'ouvrage de Molyneux les pp. XXII—XXIV, XXX (note 1), XLIII—XLIV et LXXIII—LXXIV de cet Avertissement.

[12]) Voir la p. 279 du T. X.

Tables de Concordance de la présente édition de la Dioptrique et des éditions de 1703 par de Volder et Fullenius et de 1728 par 's Gravesande.

I.

Éditions de 1703 *et de* 1728 [1]).	*Édition présente.*	*Époque probable de la rédaction.*
De refractione radiorum. p. 1—5, [p. 1—5].	De refractione radiorum, p. 3—13.	Les parties en italiques après 1666 et peut-être encore beaucoup plus tard. Le reste vers 1653.
Prop. I—XX, p. 6—74, [p. 5—57].	Part. I, Lib. I, Prop. I—XX, p. 13—109.	Vers 1653.
Prop. XXI—XXIII, p. 74—81, [p. 57—62].	Part. I, Lib. I, Prop. XXII—XXIV, p. 111—125.	Les parties en italiques après 1666. Le reste vers 1653.
Prop. XXIV—XXX, p. 82—111, [p. 62—84].	Part. II, Prop. I—VII, p. 273—313.	Vers 1666.
Prop. XXXI—XXXIII, p. 112—120, [p. 84—91].	Part. I, Lib. I, Prop. XXVI—XXVIII, p. 129—141.	Vers 1653.
Prop. XXXIV, p. 121—122, [p. 92—93].	Part. I, Lib. III, Prop. I, p. 245—247.	Vers 1653.
Prop. XXXV, p. 123—124, [p. 93—94].	Part. I, Lib. II, Prop. I, p. 173—175.	Après 1666 et peut-être encore beaucoup plus tard.

[1]) Les numéros entre crochets se rapportent aux pages de l'édition de 1728.

Éditions de 1703 *et de* 1728 [1]).	*Édition présente.*	*Époque probable de la rédaction.*
Prop. XXXVI—XLV, p. 125—160, [p. 95—122].	Part. I, Lib. II, Prop. II—XI, p. 175—229.	Vers 1653.
Prop. XLVI—XLVII, p. 160—162, [p. 122—124].	Part. I, Lib. II, Prop. XII—XIII, p. 231—233.	Après 1666. Probablement vers 1690.
De telescopiis, p. 163—167, [p. 124—128].	De telescopiis p. 435—443.	Vers 1685.
Prop. XLVIII—XLIX, p. 167—178, [p. 128—137].	Part. III, Prop. I—III, p. 443—461.	Entre 1666 et 1685.
Prop. L, p. 179—182, [p. 137—140].	Part. I, Lib. III, Prop. II, p. 247—253.	Vers 1653.
Prop. LI, p. 182—185, [p. 140—142].	Part. III, Prop. IV, p. 461—467.	Entre 1666 et 1685.
Prop. LII—LIII, p. 186—192, [p. 142—147].	Part. I, Lib. III, Prop. IV—V, p. 259—269.	Vers 1653.
Prop. LIV, p. 192—196, [p. 147—150].	Part. III, Prop. V, p. 469—473.	Entre 1666 et 1685.
Prop. LV—LVIII, p. 196—220, [p. 150—170].	Part. III, Prop. VI—IX, p. 475—511.	Vers 1685.
De microscopiis, p. 221, [p. 170].	De microscopiis, p. 513—515.	Entre 1678 et 1686.
Prop. LIX—LX, p. 222—233, [p. 171—180].	Part. III, Prop. X—XIII, p. 515—535.	Entre 1678 et 1692.
Prop. LXI—LXVI, p. 233—263, [p. 181—202].	Part. III, Prop. XIV—XIX, p. 535—585.	Vers 1692.

II.

Édition présente.	*Publications antérieures.*
De refractione radiorum, p. 3—13.	Éd. de 1703, p. 1—5; de 1728, p. 1—5. De refractione radiorum.
Part. I, Lib. I, Prop. I—XX, p. 13—109.	Éd. de 1703, p. 6—74; de 1728, p. 5—57, Prop. I—XX.
Part. I, Lib. I, Prop. XXI, p. 109—111.	Nouveau.
Part. I, Lib. I, Prop. XXII—XXIV, p. 111—125.	Éd. de 1703, p. 74—81; de 1728, p. 57—62. Prop. XXI—XXIII.
Part. I, Lib. I, Prop. XXV, p. 125—129.	Nouveau.
Part. I, Lib. I, Prop. XXVI—XXVIII, p. 129—141.	Éd. de 1703, p. 112—120; de 1728, p. 84—91, Prop. XXXI—XXXIII.
Appendices au Livre I, p. 143—171.	Nouveau.
Part. I, Lib. II, Prop. I—XIII, p. 173—233.	Éd de 1703, p. 123—162; de 1728, p. 93—124. Prop. XXXV—XLVII.
Appendices au Livre II, p. 235—242.	Nouveau.
Part. I, Lib. III, Prop. I, p. 245—247.	Éd. de 1703, p. 121—122; de 1728, p. 92—93, Prop. XXXIV.
Part. I, Lib. III, Prop. II, p. 247—253.	Éd. de 1703, p. 179—182; de 1728, p. 137—120. Prop. L.
Part. I, Lib. III, Prop. III, p. 253—259.	Nouveau.
Part. I, Lib. III, Prop. IV—V, p. 259—269.	Éd. de 1703, p. 186—192; de 1728, p. 142—147. Prop. LII—LIII.
Appendice au Livre III, p. 271.	Nouveau.
Part. II, Prop. I—VII, p. 273—313.	Éd. de 1703, p. 82—111; de 1728, p. 62—84. Prop. XXIV—XXX.
Part. II, Prop. VIII—XI, p. 315—353.	Nouveau.
Appendices à la Partie II, p. 355—433.	Nouveau.

Édition préfente.	*Publications antérieures.*
De telefcopiis, p. 435—443.	Éd. de 1703, p. 163—167; de 1728, p. 124—128. De telefcopiis.
Part. III, Prop. I—III, p. 443—461.	Éd. de 1703, p. 167—178; de 1728, p. 128—137. Prop. XLVIII—XLIX.
Part. III, Prop. IV, p. 461—467.	Éd. de 1703, p. 182—185; de 1728, p. 140—142. Prop. LI.
Part. III, Prop. V—IX, p. 469—511.	Éd. de 1703, p. 192—220; de 1728, p. 147—170. Prop. LIV—LVIII.
De microfcopiis p. 513—515.	Éd. de 1703, p. 221; de 1728, p. 170. De microfcopiis.
Part. III, Prop. X—XIX, p. 515—585.	Éd. de 1703, p. 222—263; de 1728, p. 171—202. Prop. LIX—LXVI.
Appendices à la Partie III, p. 587—736.	Nouveau.
Complément I, p. 737—782.	Nouveau.
Appendices au Complément I, p. 783—786.	Nouveau.
Complément II, § 1, première partie, p. 787—788.	Nouveau.
Complément II, § 1, deuxième partie, p. 788—790.	Klinifche Monatsblätter für Augenheilkunde, XLVI, Neue Folge, Bd. V, 1908, p. 297.
Complément II, § 1, troifième partie p. 790.	Nouveau.
Complément II, § 2, p. 790—799.	Klinifche Monatsblätter für Augenheilkunde, XLVI, Neue Folge, Bd. V, 1908, p. 299—304.
Complément II, § 3, p. 800—802.	Nouveau.
Compléments III—IV, p. 803—844.	Nouveau.



LA DIOPTRIQUE[1].

PREMIÈRE PARTIE. TRAITÉ DE LA RÉFRACTION ET DES TÉLESCOPES.

1653.

LIVRE PREMIER. DE LA RÉFRACTION DUE AUX SURFACES PLANES ET SPHÉRIQUES ET AUX LENTILLES.

De la Réfraction des Rayons.

Déjà [2]) dans l'antiquité on avait remarqué que les rayons de lumière, en tombant ſur l'eau ou ſur d'autres corps tranſparents, changent de direction au moment où ils atteignent la ſurface de ces corps, et s'écartent du droit chemin. Car parmi les Problèmes d'Ariſtote il en eſt un dans lequel on demande la cauſe de la courbure apparente des rames [3]). On dit auſſi qu'un opuſcule d'Archimède a exiſté, dans

---

[1]) Sur la première feuille du manuscrit, laquelle est d'un format plus petit que les autres, on lit de la main de Huygens: „Dioptrice mea, ubi quædam tollenda, quædam addenda. Figurarum maximam partem ligno incisam habeo. Addetur de Causis Halonum et Pareliorum. Item Libella Telescopica, qualis edita in diario Eruditorum Parisiensi." Ces figures xylographiques furent utilisées par de Volder et Fullenius dans leur édition de 1703, citée dans l'„Avertissement" vers la fin de l'„Aperçu général"; mais le plus grand nombre manquait („verum cum longe major pars adhucdum conficienda esset, non, qualem optaremus, invenire potuimus artificem"). En effet, plusieurs des figures de cette édition sont assez défectueuses, et comme il était impossible de distinguer avec certitude celles qui avaient été approuvées par Huygens, il nous semblait préférable de les emprunter toutes, dans la présente édition, au manuscrit même. Quant à la „Dissertatio de Coronis et Parheliis," elle fut publiée en même temps que la „Dioptrica" dans l'édition de 1703; tandis que les deux articles de Huygens sur le niveau à lunette avaient paru dans le „Journal des Sçavans" du „Lundy 29 janvier", et du „Lundy 26 Fevrier" 1680.

[2]) Toute la partie cursivée au côté latin, qui va suivre, a été écrite au moins après 1666, si non encore beaucoup plus tard. Elle a remplacé, dans le manuscrit que nous suivons, une version plus primitive qu'on retrouve dans la copie de Niquet et que nous reproduisons dans l'Appendice I, p. 143 du Tome présent. Et peut-être a-t-il existé encore une préface dans le genre de celles qui précèdent aux „Theoremata de Quadratura hyperboles et circuli" (voir p. 283—287 du T. XI) et à l'ouvrage: „De circuli magnitudine" (p. 115—119 du T. XII); laquelle occupait quatre pages du manuscrit, puisque ce manuscrit commence par la page 5,

DIOPTRICA [1]).

[PARS PRIMA. TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS.]

[1653.]

[LIBER I. DE REFRACTIONE PLANARUM ET SPHAERICARUM SUPERFICIERUM ET LENTIUM.]

De Refractione Radiorum.

Radios [2]) *lucis in aquam aut alia pellucida corpora incidentes, inflecti cum superficiem eorum attigerint et a via recta detorqueri, jam antiquis temporibus animadversum fuit. Est enim inter Aristotelis Problemata in quo de remorum apparenti curvitate quæritur* [3]). *Itemque Archimedis libellus exstitisse fertur de annulo sub*

---

où on lit en haut: „paginas 1, 2, 3, 4 rejeci". Dans ce cas il est bien dommage qu'elles ne soient pas parvenues jusqu' à nous.

[3]) Huygens désigne ici les „Problematum sectiones duæ de quadraginta"; mais il semble qu'il se trompe, puisque ni dans ce traité-ci, ni dans les autres écrits d'Aristote, nous n'avons pu trouver aucune allusion au phénomène d'une rame paraissant courbée ou brisée.

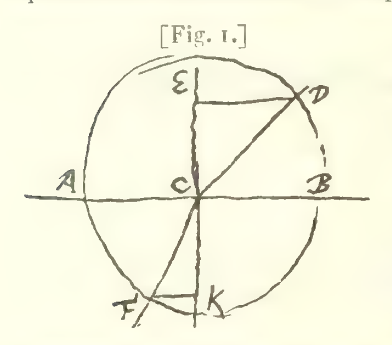
Du reste, l'illusion optique qui se produit lorsqu'un bâton est en partie sous l'eau est fréquemment mentionnée par les auteurs anciens. Nous citons: Platon (Rép. X, 5): „Le même objet nous paraît courbé ou droit, selon que nous le regardons dans l'eau ou en dehors de l'eau." Plutarque (De plac. phil. 3,5): „Nous voyons que les lettres paraissent courbées dans l'eau; car le rayon optique est fléchi par une force extérieure, vu que la matière de l'eau est plus dense. Par la même cause, en regardant de loin, nous voyons la rame brisée dans l'eau". Ptolemée (Opt. II): „Rursus cum fuerit res, quam visus penetrat, plana, et illud quod in ea videtur, rectum, pars quoque ejusdem rei videndæ fuerit extra, sicut accidit in remis, fit imaginatio, quod ipsa res sit fracta." Lucrèce (De rer. nat. 4, vs. 439 sq.):

„Nam quæcumque supra rorem salis edita pars est
Remorum recta est, et recta superne guberna:
Quæ demersa liquore obeunt, refracta videntur
Omnia converti, sursumque supina reverti,
Et reflexa prope in summo fluitare liquore."

Enfin Vitruve (De Archit. VI, 2), après avoir parlé de l'illusion optique produite par la perspective, ajoute: „Similiter in navibus remi cum sint sub aqua directi, tamen infracti videntur."

lequel il considérait un anneau vu sous l'eau [1]); l'auteur y parlait sans doute de cette flexion des rayons et de l'illusion optique qui en résulte. Mais les lois que suivent les rayons réfractés ont été trouvées plus tard; c'est de nos jours seulement qu'on les a découvertes. L'expérience a montré que ces lois sont les suivantes:

[Fig. 1.]



Considérons un corps transparent liquide ou solide, se trouvant du côté de K, et possédant une surface plane, qui est coupée suivant la ligne AB par un autre plan, celui dans lequel est dessinée la figure. Un rayon oblique DC tombe sur cette surface, faisant avec la droite ECK, qui y est perpendiculaire, un angle DCE. Ce rayon pénètre dans l'eau ou dans le verre suivant la droite CF faisant avec CK un angle moindre que l'angle DCE. Le phénomène obéit à la loi suivante: les sinus des deux angles, c'est-à-dire les perpendiculaires DE, FK correspondant à ces angles et abaissées chacune d'un point de la circonférence dont C est le centre sur la droite EK, ont entre elles une proportion bien déterminée et invariable.

Or, cette mesure des réfractions par la proportion non pas des sinus, mais des angles mêmes, avait été définie anciennement par Alhazen l'Arabe et Vitellion [2]), et confirmée plus ou moins par quelques expériences. Mais comme, dans des inclinaisons plus grandes, cette proportion se trouvait différer de la proportion

[1]) La Catoptrique d'Archimède est mentionnée par Théon d'Alexandrie dans son Commentaire sur l'Almageste de Ptolemée (I, 3); l'agrandissement apparent des corps célestes lorsqu' ils s'approchent de l'horizon y est attribué à la flexion des rayons par les vapeurs humides, „ainsi qu' Archimède le dit et le démontre dans sa Catoptrique"; par Apulée (Apologia sive de Magia, Liber XVI); il y déclare qu'il sied au philosophe d'examiner la genèse des images qu'on aperçoit dans les glaces, et de chercher la cause des inflammations produites par les miroirs concaves, ainsi qu' Épicure, Archytas, Platon et les Stoïciens l'avaient fait avant lui; „alia præterea ejusdem modi plurima, quæ tractat volumine ingenti Archimedes Syracusanus"; par l'auteur de la Catoptrique (probablement apocryphe) d'Euclide, où il est dit dans la septième scolie que, d'après Archimède, si l'on admet que la marche d'un rayon est réversible, les angles du rayon réfléchi et du rayon incident avec le plan réfléchissant sont nécessairement égaux; par Olympiodore, dans son Commentaire sur la Météorologie d'Aristote (III); il y parle de la flexion des rayons qui donne naissance aux arcs-en-ciel artificiels et il ajoute: „Archimède démontre la même chose d'une autre façon: il fait voir la flexion du rayon visuel à l'aide de l'anneau jeté dans le vase"; enfin par J. Tzetzes (Hist. var. Chiliades, XII, vs. 971—974), où il déclare avoir lu un livre d'Archimède sur la combustion produite à l'aide des miroirs.

L'expérience de l'anneau, à laquelle Huygens fait allusion, est mentionnée encore entre autres par Héliodore de Larisse (Optique I, 11) et dans la Catoptrique dite d'Euclide, où on lit; „Si un objet est jeté dans un vase et que la distance est choisie de telle manière qu'on ne l'aperçoit plus, alors, lorsque de l'eau est versée dans le vase et que la distance reste la même, l'objet jeté dans le vase sera vu."

[2]) Il s'agit des ouvrages cités dans les notes 26, p. 9 et 6, p. 6 du T. I. Alhazen, dans l'„Opticæ

aquis viſo [1]), *in quo procul dubiò de flexu iſto radiorum agebatur, nataque inde viſus fallacia. Leges vero, quas ita affecti radij ſequuntur, ſerius, ac noſtro demum ævo repertæ ſunt. Quas hoc modo ſeſe habere experientia docuit.*

Sit liquidi vel ſolidi diaphani corporis verſus K exiſtentis ſuperficies plana, quæ ab alio plano, in quo figura hæc deſcripta intelligitur, ſecetur ſecundum rectam AB. In hanc incidat radius obliquus DC, qui ad rectam ECK, ſuperficiei propoſitæ perpendicularem, faciat angulum DCE; is in aqua vitrove perget ſecundum CF minori angulo ad CK inclinatam, quam ſit angulus DCE. atque ea lege ut ſinus utriuſque anguli, hoc eſt perpendiculares eorum DE, FK ex circumferentia circuli centro C deſcripti in rectam EK demiſſæ certam, eandemque ſemper inter ſe rationem ſervent.

Hæc autem refractionum menſura, non ſinuum, ſed angulorum ipſorum proportione ab Alhaſeno Arabe et Vitellione [2]) *olim definita fuerat, et experimentis quibuſdam utcunque confirmata. Sed cum in majoribus radiorum inclinationibus a vero diſcrepare proportio illa reperiretur, diligentius ſibi eandem rem recen-*

Thesaurus", décrit les instruments nécessaires pour mesurer les angles d'incidence et de réfraction, entendant par ce dernier l'angle entre le rayon réfracté et le rayon incident; après quoi il fait suivre (VII, 3, 10): „Quantitates autem angulorum refractionis differunt secundum quantitates angulorum, quos continent prima linea, per quam extenditur lux in primo corpore, et perpendicularis exiens a loco refractionis super superficiem secundi corporis, secundum diaphanitatem secundi corporis. Nam quanto magis crescit angulus, quem continent prima linea et perpendicularis, tanto crescit angulus refractionis: et quanto magis decrescit ille angulus, quem continent perpendicularis et prima linea, tanto decrescit angulus refractionis. Sed anguli refractionum non observant eandem proportionem ad angulos, quos continet prima linea cum perpendiculari, sed differunt hæ proportiones in eodem corpore diaphano. Cum ergo prima linea per quam lux extenditur in primo corpore, continuerit cum perpendiculari duos angulos inæquales, in duobus diversis temporibus, aut in duobus locis diversis: tunc proportio anguli refractionis, quæ est ab angulo minore ad angulum minorem, minor erit proportione anguli refractionis anguli majoris ad anguli majorem."

Si les valeurs numériques manquent chez Alhazen, Vitellio (Optica X, 8) a donné des tables pour les angles de réfraction pour trois combinaisons de milieux différents, savoir air-eau, air-verre et eau-verre. Ces tables sont tellement justes qu'on peut vérifier à leur aide d'une manière tout-à-fait probante la constance du rapport des sinus et même la relation bien connue entre les trois indices de réfraction; comme M. Bosscha l'a montré dans les Archives Néerlandaises, T. XIII, 1908, p. XIV du „Programme de la Société Hollandaise des Sciences."

Nous faisons suivre ici la table pour le cas où la lumière passe de l'air dans l'eau:

Angle d'incidence	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
Angle de réfraction	$7^3/_4$°	$15^1/_2$°	$22^1/_2$°	29°	35°	$40^1/_2$°	$45^1/_2$°	50°

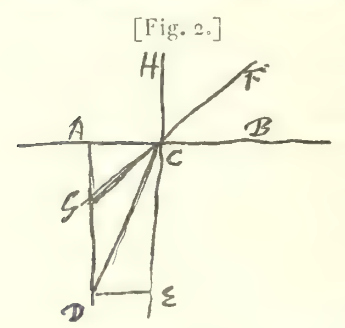
Cette table ne diffère que par le premier des angles de réfraction de celle qu'on rencontre dans l'Optique de Ptolemée, ouvrage inconnu à Huygens et ses contemporains. Là on trouve 8° au lieu de $7^3/_4$°.

Comme on le voit, les anciens savaient parfaitement que les angles d'incidence et de réfraction ne sont pas proportionnels et ils connaissaient le sens dans lequel leur rapport change quand l'angle d'incidence augmente; mais, comme Huygens le dit, il était réservé aux modernes de trouver la loi exacte de ce changement.

véritable les modernes ont jugé qu'il leur fallait examiner la chofe avec plus de foin. Parmi eux Kepler, après plufieurs vains efforts *, n'a pas trouvé, il eft vrai, la véritable loi; mais par fes conjectures et fes différentes tentatives il a beaucoup contribué aux études de fes fucceffeurs. Après lui Willebrord Snellius, lorfque l'importance de la chofe était devenue plus manifefte, vu que le télefcope avait été inventé, parvint avec beaucoup de peine et après avoir fait de nombreufes expériences, à mefurer convenablement la grandeur des réfractions, fans toutefois comprendre fufiffamment ce qu'il avait trouvé. Car en prenant par exemple comme furface de l'eau le plan AB, et comme objet vifible fous l'eau le point D, que l'oeil placé en F doit alors apercevoir fur la droite FC,

* Voir les Paralipom. ad Vitellionem [1]).

[Fig. 2.]



Snellius prolongeait cette droite FC, jufqu' à ce qu'elle rencontrât la droite DA au point G, DA étant perpendiculaire à la furface de l'eau. Ayant fait cette conftruction, il affirmait que l'image de l'objet vu apparaît en G, et que les droites CD et CG ont entre elles une proportion déterminée, favoir pour l'eau 4 : 3. C'eft là en effet la vraie proportion de ces droites, et cela s'accorde avec cette loi de la réfraction que nous venons d'expliquer. Car CD eft à CG, fuivant la doctrine des triangles, comme le finus de l'angle DGC ou AGC ou HCF eft au finus de l'angle CDG ou DCE. Mais Snellius n'a aucunement fait attention à cette proportion des finus. Il fe figurait que la chofe dépend fi complètement de l'image apparente qu'il croyait reconnaître même dans un rayon perpendiculaire, tel que HC, l'effet de la réfraction, confiftant, comme il penfait à tort, en un raccourciffement du rayon vifuel [2]). Il était trompé par le fait que lorfqu'on regarde d'en haut un vafe rempli d'eau, le fond femble partout s'élever. Or, la vraie caufe de ce phénomène doit être cherchée

[1]) Il s'agit de l'ouvrage: Ad Vitellionem Paralipomena, Quibus Astronomiæ pars optica traditur; Potissimùm de artificiosa Observatione et Aestimatione Diametrorum deliquiorumque Solis & Lunæ. Cum Exemplis insignium Eclipsium. Habes hoc Libro, Lector, inter alia multa noua, Tractatum luculentum de modo visionis, & humorum oculi usu, contra Opticos & Anatomicos, Authore Joanne Keplero, S. C. M.tis Mathematico. Francofurti, Apud Claudium Marnium & Hæredes Joannis Aubrii. Anno M.DCIV. Cum Priuilegio S. C. Majestatis.

Au quatrième chapitre „De refractionum Mensura” de cet ouvrage, Kepler réfute d'abord quelques opinions erronées au sujet de la réfraction et cherche ensuite à trouver des constructions et des algorithmes permettant de calculer l'angle de réfraction en fonction de l'angle d'incidence. Ainsi, aux p. 101—105, il démontre qu' en choisissant convenablement une hyperbole et un point A, situé sur son axe, on peut obtenir que, pour deux valeurs données de l'angle d'incidence, les rayons qui partent du point A en faisant avec l'axe ces angles donnés seront réfléchis par l'hyperbole (d'après la loi de l'égalité des angles avec la normale) de manière que leurs rayons réfléchis feront avec l'axe des angles égalant les angles correspondants de réfraction, pris de la table de Vitellion, citée dans la note précédente. Et si cette hyperbole peut servir, en appliquant le même procédé à tous les angles

*tiores inveſtigandam exiſtimarunt. In quibus Keplerus, plurimis fruſtra tentatis *, ipſam quidem rei veritatem non eſt aſſecutus; conjecturis tamen ſuis, varijſque molitionibus non parum ſequentium ſtudia adjuvit. Poſt eum vero Willebrordus Snellius, cum jam majus operæ pretium appareret, quippe exorto teleſcopij invento, multo labore multiſque experimentis eo pervenit ut veras quidem refractionum menſuras teneret, nec tamen quod invenerat ſatis intelligeret. Nam poſitâ, ex. gratia, aquæ ſuperficie AB, viſibili vero ſub aqua in D, quod oculo in F poſito appareat quaſi in recta FC, continuabat hanc FC, donec in G puncto occurreret rectæ DA, ad ſuperficiem aquæ perpendiculari; hiſque ita deſcriptis, ſtatuebat imaginem rei viſæ apparere in G, rectæque CD ad CG certam eſſe rationem, veluti in aqua ſeſquitertiam. Quæ rectarum inter ſe ratio vera eſt, ac convenit prorſus cum ea quam paulo ante explicuimus refractionis lege; quia CD eſt ad CG, ex doctrina triangulorum, ut ſinus anguli DGC, vel AGC, ſeu HCF, ad ſinum ang^i^. CDG, ſive DCE. Verum ad hanc ſinuum proportionem nequaquam attendit Snellius et uſque adeo ab apparente imagine rem omnem pendere exiſtimavit, ut etiam in radio perpendiculari qualis HC, effectum refractionis, ſeu, ut falſo opinatur, decurtationem radij viſorij agnoſcat [2]). deceptus eo quod etiam rectà*

** Vide Paralipom. ad Vitellionem [1]).*

d'incidence, pour la réfraction dans l'eau, d'autres hyperboles mesureront les réfractions des autres milieux.

Plus loin Kepler procède d'une autre façon. Il suppose (Prop. III, p. 111) que la différence $i - r$ entre l'angle d'incidence et l'angle de réfraction est la somme de deux parties, l'une proportionnelle seulement à l'angle d'incidence, l'autre proportionnelle en outre à la sécante de cet angle. Puis après (Prop. VI, p. 113) il corrige cette supposition en remplaçant la sécante de l'angle d'incidence par celle de l'angle de réfraction. Enfin (Prop. VIII, p. 114—115) il prend, au lieu de la sécante même, celle-ci diminuée de l'unité et le calcul qu'il adopte finalement équivaut à l'emploi de la formule:

$$i - r = Ci + Ci(\sec r - 1) = Ci \sec r.$$

Comparant ensuite les valeurs calculées de $i - r$, avec celles qui résultent de la table mentionnée, il arrive au résultat suivant:

Angle d'incidence	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Valeur calculée de $i - r$	2°26′	4°59′	7°49′	11°2′	14°46′	19°8′	24°11′	30°0′	36°30′
Valeur déduite de la table	2°15′	4°30′	7°30′	11°0′	15°0′	19°30′	24°30′	30°0′	

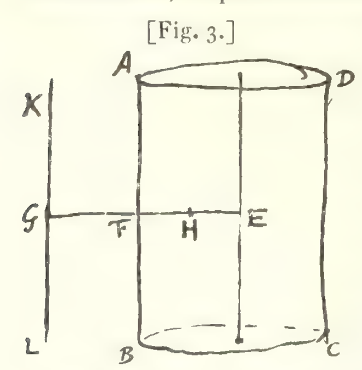
La différence entre les valeurs calculées et les valeurs observées paraît très faible et Kepler fait suivre: „Neque te moueat tantilla discrepantia, credes mihi, infrà tantam subtilitatem, experientiam in hac minus apta materia non descendere. Vides inaequalitatem inesse magnam differentiis mearum & Vitellionarum. Meæ verò refractiones ex æqualitate & ordine profectæ sunt. Ergò in Vitellionis refractionibus culpa hæret. Id tantò magis credes, si ad incrementorum incrementa in Vitellione respexeris. Surgunt enim per 30′ minuta. Certum igitur est, Vitellionem suis ab experientia captis refractionibus manum admouisse vt in ordinem illas per secundorum incrementorum æqualitatem redigeret."

[2]) Le manuscrit de Snellius est perdu; mais le passage dont il s'agit a probablement été reproduit textuellement par Golius dans une lettre du 1er novembre 1632 mentionnée dans l'article qu'on trouve cité dans la note 2, p. 9 qui suit. Voici alors le passage en question:

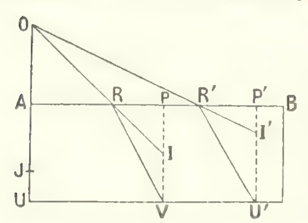
„Esto medii densioris terminus AB, visibile V, radius incidentiæ VR, refractus in rariore

en confidérant les rayons de lumière qui fe dirigent vers les deux yeux. Tout ceci, expofé par Snellius dans un livre entier fur la réfraction, eft refté inédit. Nous avons vu ce livre autrefois [1]) et nous avons appris que Defcartes l'a vu également. C'eft peut-être de ce livre que Defcartes a tiré fa loi des finus [2]), dont il s'eft fervi fort heureufement dans l'explication de l'arc-en-ciel [3]) et dans la recherche de la forme des lentilles [4]). La valeur numérique de ce rapport des finus, lorfque le rayon tombe de l'air dans l'eau, ou dans le verre, ou dans d'autres corps tranfparents, peut être cherchée à l'aide d'un prifme, comme Defcartes l'indique [5]), ou par d'autres procédés, que celui qui aura bien compris ce qui précède n'aura pas de peine à trouver. Quant à nous, les procédés que je vais décrire nous ont paru être plus commodes que les autres. Si la matière tranfparente eft liquide, il faut remplir avec ce liquide un vafe de verre dont la paroi a la forme d'un cylindre ou tout au moins celle d'une furface de révolution autour de l'axe [6]). Plus ce vafe eft volumineux, et plus le verre en eft mince, mieux il convient à l'expérience. Soit ABCD ce vafe. Plaçons-le de telle manière que fon axe foit perpendiculaire à la direction des rayons folaires ou à celle des rayons venant d'une fource lumineufe lointaine. Ces rayons, s'ils tombent fur le vafe du côté DC, convergeront de l'autre côté du vafe après avoir traverfé le verre et l'eau qui y eft contenue, et fi le vafe a une forme cylindrique, ils engendreront une ligne lumineufe telle que KL, fur une furface plane parallèle aux génératrices du cylindre. Lorfqu'on aura obtenu la ligne la plus brillante et la moins large poffible, on prendra au compas la diftance GF qui fépare la furface plane du vafe, et on marquera cette diftance

[Fig. 3.]



medio RO, oculi situs in puncto O. Videbitur itaque imago rei visibilis in concursu radii refracti OR continuati et perpendicularis incidentiæ; qua sit VP et punctum concursus I. In eodem itaque medio, sc. hic densiore, radius incidentiæ verus erit VR, suusque apparens RI. Docent observata quæ ratio est VR ad RI, semper obtinere eandem inter quoscumque radios similes; ut U'R' et R'I', quin in ipso radio perpendiculari et irrefracto UA ubi incidentis ipsius pars est radius apparens; neque enim res visibilis U spectata perpendiculariter suo apparet loco, sed superiore in J: atque ut UA ad AJ, ita VR se habet ad RI. Unius itaque radii obliquatione, aut perpendicularis contractione cognita, quod modis pluribus facile fieri potest, cognoscetur ratio cæterorum incidentium et apparentium omnium, quæ, exempli gratià, in aqua ut 4 ad 3, in vitro ut 3 ad 2, quando sc. utrobique oculus consistit in aëre."



Il est presque superflu de remarquer que la réfraction d'un étroit faisceau de lumière issu du point U dans la direction UA donne lieu à une image virtuelle qui se trouve précisément au lieu J indiqué par Snellius.

desuper in vas aqua plenum inspicienti, fundus omni parte attolli videtur. Cujus rei vera causa ex radijs ad utrumque oculum tendentibus petenda est. Hæc autem omnia quæ de refractionis inquisitione volumine integro Snellius exposuerat inedita mansere, quæ et nos vidimus aliquando [1]) *et Cartesium quoque vidisse accepimus, ut hinc fortasse mensuram illam quæ in finibus consistit, elicuerit* [2]); *quâ in explicanda Iride* [3]) *& vitrorum figuris investigandis* [4]) *felicissimè est usus. Cujusmodi vero sit illa Refractionis in finibus proportio cum radius ex aere in aquam, vitrumve, aut alia corpora diaphana defertur, id vel prismate, ut Cartesius præcipit* [5]) *inquiri potest, vel alijs modis; quos qui præcedentia intellexerit, non difficulter inveniet. Nobis hi, quos jam docebo, cæteris faciliores visi sunt. nam* si liquida *diaphani* materia data sit, ea vitreum vas impleatur, quod vel cylindri formam habeat, vel ejusmodi solum quæ circa axem rotunda sit [6]); quo autem capacius erit, quòque tenuiori vitri, eo melius. Esto illud ABDC, atque ita collocetur, ut axem habeat solaribus radijs, vel ab lumine longinquo venientibus, directè oppositum. Hi igitur radij si cadant in latus DC, concurrent ex parte altera vasis, postquam et vitrum et aquam eo contentam transierint, et, si cylindraceum vas fuerit, lineam quandam lucidam signabunt ut KL in plana superficie vasis lateri parallela. Ea ubi perfectissima contigerit linea minimæque latitudinis, circino capiatur distantia GF qua planum a vase abest, eaque distantia in chartam annotetur: atque apponatur deinde semidiameter vasis FE à centro ad

[1]) Probablement vers 1662 ou 1663. Jusqu' en 1662, la dernière fois le 8 mars 1662 dans sa lettre à son frère Louis (T. IV, p. 71), Huygens n'a jamais mentionné, en connection avec la loi de la réfraction, que le seul nom de Descartes. Au 2 janvier 1665 il écrit à Moray „Je vous remercie de la table des refractions, qui verifie fort bien le principe dont depuis Snellius et Monsieur des Cartes l'on s'est servi en la dioptrique." (T. V, p. 188). Alors donc les droits de Snellius à l'invention de ce principe étaient connus à Huygens et à Moray et il semble probable que Huygens les a fait connaître à celui-ci pendant son second séjour à Londres en 1663. Or, ces droits furent, en effet, revendiqués publiquement pour la première fois en 1662 par Isaac Vossius dans son ouvrage „De lucis natura et proprietate", où il dit que le fils de Snellius lui avait montré le manuscrit de son père.

[2]) On peut consulter sur cette question l'article de M. D. J. Korteweg, „Descartes et les Manuscrits de Snellius" dans la „Revue de Métaphysique et de Morale, 4e année, 1896, p. 489—501" (aussi Nieuw Archief, sér. 2, T. III, p. 57—71).

[3]) Dans le „Discours Huitiesme" des „Meteores", intitulé „De l'arc-en-ciel" (T. VI, p. 325—344 de l'édition récente des Œuvres de Descartes par Adam et Tannery).

[4]) Dans le „Discours Huictiesme" de „La Dioptrique", intitulé „Des figures que doiuent auoir les corps transparens pour detourner les rayons par refraction en toutes les façons qui seruent à la ueuë" (T. VI, p. 165—196 de l'édition d'Adam et Tannery).

[5]) Dans le „Discours Dixiesme" de l'ouvrage cité dans la note précédente (T. VI, p. 211—213 de l'édition d'Adam et Tannery). On peut consulter encore sur cette méthode la p. 218 du T. I.

[6]) Comparez la dernière phrase de l'Appendice I, p. 145 du Tome présent. À partir d'ici, il y a concordance entre le manuscrit principal et la copie de Niquet, à l'exception des lieux que nous signalerons plus loin.

ſur une feuille de papier. On y ajoutera le rayon FE du vaſe, c'eſt-à-dire la diſtance du centre à la ſurface extérieure. Soit H le point qui partage ce rayon en deux parties égales. L'indice de réfraction de l'eau ou en général du fluide conſidéré ſera alors le rapport EG : GH; ce ſera toujours ce rapport qu'on trouvera entre les deux ſinus, comme je l'ai dit plus haut. Mais les rayons, après avoir traverſé le verre, convergeront plus exactement ſi nous ne laiſſons paſſer que ceux-là ſeulement qui pénètrent dans le vaſe cylindrique par le milieu; il faut donc couvrir les deux côtés jusqu' à une certaine diſtance du milieu. On trouvera la démonſtration de ce qui vient d'être dit dans la ſuite de ce traité, au théorème XIII du premier livre [1]). On verra en outre, d'après le théorème XXV du livre I [2]), que les réfractions qui ont lieu dans le verre ne nous empêchent nullement de conſidérer le cylindre ABCD comme formé entièrement d'eau.

Et ſi l'on veut obtenir par un procédé tout auſſi rapide l'indice de réfraction du verre ou du cristal, il faut prendre une lentille formée de cette ſubſtance et poſſédant une ſurface plane et une ſurface convexe telle que la lentille ABC. On expoſera la ſurface plane aux rayons du ſoleil ou à ceux d'une lampe placée à grande diſtance de ſorte que les rayons tombent perpendiculairement ſur cette ſurface. Derrière la lentille on placera une ſurface plane et on l'éloignera de la lentille à une diſtance telle que les rayons, en convergeant vers cette ſurface, y engendrent l'image la plus nette poſſible du ſoleil ou de la flamme. Soit cette image en E. Que l'on meſure alors la diſtance EB de cette image à la ſurface convexe de la lentille, et que l'on ſache que l'indice de réfraction du verre ou du cristal conſidéré eſt égal au rapport de la ſomme du rayon de courbure DB de la ſurface convexe et de la longueur meſurée BE, c'eſt-à-dire de DE d'une part, et de la longueur BE elle-même d'autre part. Cette propoſition ſera démontrée au théorème IX du premier livre [3]). Il ſera avantageux de couvrir les bords de la lentille juſqu' à une certaine diſtance du centre, afin qu'elle donne une image plus nette de la ſource lumineuſe. Je pourrais aux méthodes décrites en ajouter d'autres plus laborieuſes, conduiſant plus ſubtilement à la connaiſſance de ce même indice de réfraction. Mais comme il n'eſt pas fort important de chercher la valeur numérique de cet indice avec une grande préciſion, et que cette valeur eſt quelque peu différente, comme je l'ai déjà dit [6]), pour diverſes ſortes de verres ou d'eaux, il me ſemble inutile de faire connaître d'autres procédés. J'ajoute toutefois que l'indice de réfraction de l'eau de pluie, meſuré avec préciſion, s'eſt trouvé avoir la valeur 250 : 187, peu ſupérieure à la fraction $\frac{4}{3}$; c'eſt ce que Deſcartes a inféré ingénieuſement de la conſidération du diamètre de l'arc-en-ciel [7]). D'après cette même méthode, nous avons calculé l'indice de réfraction du verre, en nous ſervant d'une petite ſphère ſolide de cette ſubſtance, et en obſervant [8]) à l'aide de cette ſphère que le rayon d'un arc-en-ciel pour une

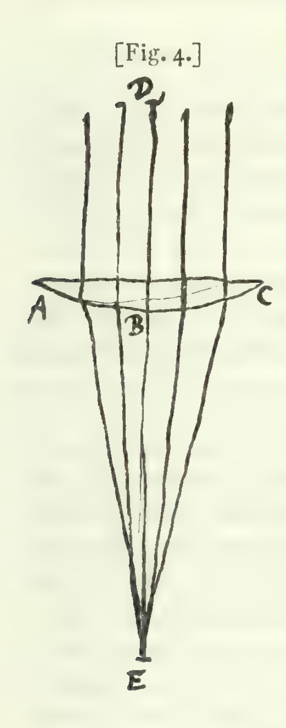
[1]) Voir la p. 79 du Tome préſent.

[2]) Voir la p. 125 du Tome préſent.

extimam superficiem, quæ bifariam secetur in H. Jam proportio refractionis aquæ, vel quicunque liquor fuerit, habebitur ea quæ est EG ad GH, quæ nempe eadem semper in finibus existet ut superius exposui. Accuratius autem radij post vitrum colligentur si tantum eos transire sinamus qui circa medium cylindrum penetrant, lateribus utrinque aliquousque contectis. Ac demonstratio quidem hujus in sequentibus invenietur, libri primi propos. [XIII] [1]). nec refractiones quæ in vitro hic accidunt quicquam obesse, quo minus cylindrus ABCD velut totus aqueus censeatur, patebit ex ijs, quæ dicentur lib. [I] propos. [XXV][2]).

Quod si vitri aut crystalli refractiones simili compendio inquirere libeat, lentem ex ea materia formatam accipe, superficie altera plana, altera convexa, qualis hic est lens ABC. Superficiem planam soli oppone vel lucernæ procul positæ ut radij incidant ad rectos angulos: post lentem vero adhibe planum aliquod, ac tantum remove, ut in eo radij coeuntes imaginem solis aut flammæ quam nitidissimam depingant: Esto in E. Tum distantiam hujus imaginis ab lentis convexa superficie metire EB, et quam rationem habet semidiameter convexitatis ABC puta DB unà cum inventa longitudine BE, hoc est, tota DE ad hanc ipsam BE, eandem scito esse refractionis vitri vel crystalli propositæ. hoc enim demonstrabitur lib. I. prop. [IX] [3]). Lentem vero circa latera aliquatenus texisse proderit, ut imaginem lucidi eo nitidiorem referat. Alios modos adjungere his possem operosiores, quibus proportio eadem refractionis subtilius [4]) colligatur, *sed cum non multum intersit scrupulose eam definiri* [5]) et in diversi generis vitris aquisve, ut jam dixi [6]), diversa aliquantum deprehenditur, operæ pretium non videtur plura de his præcipere. Aquæ tamen pluviæ refractio, ut hoc addam, accuratè dimensa reperta est ut 250 ad 187, paulo scilicet major sesquitertia; idque ex Iridis amplitudine Cartesius subtiliter sane collegit [7]). Similique ratione, adhibita sphærula vitrea solida, inventaque *ex observatione* [8]) semidiametro iridis in pluvia vitrea, si qua

[Fig. 4.]



3) Voir la p. 35 du Tome présent.

4) La copie de Niquet ajoute: „accuratiusque", mot qu'on trouve aussi dans le manuscrit primitif mais que Huygens biffa plus tard.

5) La copie de Niquet donne: „Sed quia nulla necessitas scrupulosam adeo inquisitionem exigit".

6) C'est-à-dire dans la rédaction primitive, rejetée depuis, du début de l'ouvrage présent; consultez la p. 144 du Tome présent où nous donnons cette rédaction.

7) Voir la note 4, p. 153 du Tome présent.

8) Voir la lettre à G. van Gutschoven du 6 mars 1653, p. 225 du T. I, où on lit entre autres:

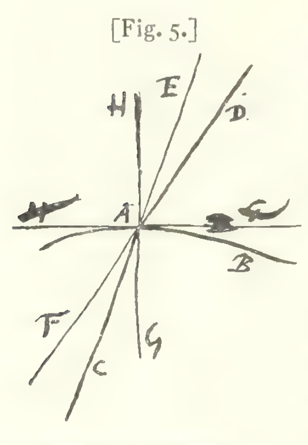
pluie de verre, si jamais une telle pluie venait à tomber, serait de 21° 45′. Nous expliquerons ce calcul [1]) dans le traité des Parélies [2]). Quant à la valeur de l'indice, nous avons trouvé [3]) qu'elle est supérieure à $1\frac{4}{78}$, c'est-à-dire à $\frac{3}{2}$, mais inférieure à $1\frac{5}{78}$. Il est donc permis de prendre la valeur $\frac{3}{2}$; l'erreur ainsi commise est négligeable. D'ailleurs nous n'avons nullement, dans les théorèmes qui suivent, eu égard à cette valeur là plutôt qu' à aucune autre, et il faut savoir que ce que nous établirons dans ces théorèmes est vrai, indépendamment de la valeur numérique de l'indice de réfraction.

Les trois théorèmes suivants, dont nous ferons par la suite un fréquent usage, découlent aisément de la loi des réfractions, que nous venons d'exposer.

Proposition I [6]).

Soit donnée une surface quelconque AB, bornant un corps transparent existant du côté C, et soit AC le rayon réfracté provenant du rayon DA qui tombe de l'extérieur sur ce corps. Prolongeons DA vers F et CA vers E. Imaginons-nous ensuite que le corps transparent change de place de telle manière qu'il reste borné par la même surface AB, mais qu'il vienne se trouver de l'autre côté de cette surface, c'est-à-dire du côté E. Je dis qu' alors le rayon réfracté, provenant du rayon FA, fera AE.

[Fig. 5.]



En effet, soit HAG qui coupe la surface au point A, une perpendiculaire à cette surface. Le rayon DA et le rayon réfracté AC sont par conséquent dans le même plan passant par HG. Vu que le rayon DA, lorsque le corps transparent est situé du coté G, fait avec la perpendiculaire HG le même angle que le rayon FA, lorsque le corps transparent est situé du côté H (car DAF est par hypothèse une ligne droite), les rayons réfractés provenant de chacun de ces rayons feront aussi avec HG des angles égaux. Or, le rayon réfracté AC, provenant du rayon DA, fait avec AG l'angle CAG. Le rayon réfracté provenant du rayon FA fera donc un angle égal avec HA, c'est-à-dire un angle de grandeur

„Nempe sicut ex angulis semidiametri iridis cælestis utriusque Cartesius aquæ refractionem invenit veræ proximam; Ita ego comparato mihi exiguo cylindro vitreo minimi digiti crassitudinem habente, soli eum exposui, observavique instrumento Geometrico sub quo angulo color ruber appareat. Et sic comperi semidiametrum maximam iridis primariæ in pluvia vitrea fore circiter graduum 21.50. secundariæ minimam graduum 89." On peut consulter

talis caderet, grad. 21. 45′; proportionem refractionis vitri inde calculo [1]) subduximus, *cujus ratio in ijs, quæ de Pareliis, explicabitur* [2]), comperimusque majorem quam 114 ad 76, sive quam 3 ad 2, minorem vero quam 115 ad 76. ut sesquialteram usurpare absque errore liceat [3]). *Cæterum* [4]) non ad hanc magis quam ad aliam quamlibet *in sequentibus theorematis respeximus quæque ijs definiemus omnia eodem modo se habitura sciendum est* [5]), quæcunque demum fuerit refractionis proportio.

Porro ex lege refractionum modo explicata tria hæc Theoremata facile deducuntur, quorum in cæteris frequens usus erit.

Propositio [I] [6]).

Si fuerit superficies quælibet AB, terminans diaphanum versus C existens, sitque radij DA extrinsecus in illam incidentis refractio AC, et producatur DA versus F, et CA versus E. Et intelligatur deinde diaphanum ita transponi ut eadem superficie AB terminetur, sed existat ad partem ejus contrariam, ubi nempe est E. Dico jam radij FA refractionem fore AE.

Sit enim recta HAG quæ penetret superficiem AB ad angulos rectos in A. Sunt ergo in eodem plano per HG ducto tum DA tum refractio ejus AC. Quia vero radius DA ad perpendicularem HG existente diaphano versus G eodem angulo inclinatur, quo radius FA, existente diaphano versus H, est enim DAF, ex hypothesi, linea recta, etiam refractiones utriusque cum ipsa HG angulos æquales constituent. Radij autem DA refractio AC facit angulum CAG, ergo

encore l'Appendice III, p. 154 du Tome présent qui contient des observations exécutées en 1658.

[1]) Consultez sur ce calcul l'Appendice II. On y trouvera la règle suivant laquelle il doit être exécuté et l'application au cas de l'eau, où le demi-diamètre de l'arc-en-ciel est supposé être égal à 41° 30′; voir les p. 151—153 du Tome présent.

[2]) De cette phrase, ajoutée après 1666, c'est-à-dire après la date de la copie de Niquet, où elle manque, il résulte que Huygens avait alors l'intention de joindre le contenu de l'Appendice II à l'ouvrage projeté „De Coronis et Parheliis" qui n'a paru qu' après son décès et qui ne contient rien de semblable. Ce fut depuis 1658 que Huygens s'occupa du sujet des parélies; comparez les pp. 219 et 496 du T. II.

[3]) Dans la Correspondance de 1652 et 1653 (voir les pp. 192, 204 et 225 du T. I) Huygens donne le même rapport comme étant de 600 à 397, ce qui revient à celui de 114,8.. à 76.

[4]) „Nos autem" dans la copie de Niquet.

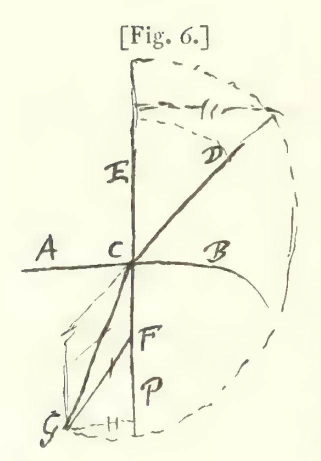
[5]) La copie de Niquet donne au lieu des mots cursivés: „sequentia theoremata adstruximus; sed universalem hanc effecimus contemplationem, adeo ut, quæ definiemus omnia eodem modo se habitura sint."

[6]) Plus tard Huygens a annoté: „Nous n'avons a faire de celle cy qu'en traitant des surfaces caves."

HAE, CAE étant une ligne droite. Mais de plus FA et AE ſe trouvent dans le même plan paſſant par la droite HG, vu que FA eſt le prolongement de DA, et AE de CA. Il eſt donc évident que le rayon réfracté provenant du rayon FA n'eſt autre que AE, lorſque le corps tranſparent ſe trouve du côté H. C'eſt ce qu'il fallait démontrer.

Proposition II.

[Fig. 6.]



Soit AB la ſurface d'un corps tranſparent, la forme de cette ſurface étant arbitraire. Soit DC un rayon oblique tombant du dehors ſur cette ſurface, CG le rayon réfracté, et la droite ECP une normale à la même ſurface. Prenons un point quelconque F ſur cette normale, à l'intérieur du corps tranſparent, et tirons FG parallèle au rayon DC. Je dis que cette parallèle coupe le rayon réfracté CG et que le rapport CG: GF est égal à l'indice de réfraction.

Car l'angle FCG eſt plus petit que l'angle DCE à cauſe de la réfraction; cet angle ſera donc auſſi plus petit que l'angle PFG; c'eſt pourquoi les droites CG et FG ſe couperont néceſſairement. De plus, ſelon la loi des réfractions expoſée plus haut le rapport du ſinus de l'angle DCE au ſinus de l'angle FCG eſt égal à l'indice de réfraction. Or, le ſinus de l'angle DCE eſt le même que celui de l'angle DCF ou CFG. Par conſéquent dans le triangle CFG le rapport du ſinus de l'angle CFG au ſinus de l'angle FCG eſt égal à l'indice de réfraction. La même choſe ſera donc vraie pour le rapport du côté CG au côté GF, car dans tout triangle les côtés ſont entre eux comme les ſinus des angles oppoſés.

Il eſt clair que la réciproque de cette propoſition eſt également vraie. C'eſt-à-dire, lorſque FG eſt parallèle au rayon DC et rencontre la droite CG, et que le rapport CG : GF eſt égal à l'indice de réfraction, CG ſera le rayon réfracté qui correſpond au rayon DC.

huic æqualem angulum efficiet refractio radij FA cum ipsa HA, hoc est æqualem angulo HAE, est enim CAE linea recta. Sed et in eodem plano, per rectam HG ducto, sunt FA et AE, quum sint in directum ipsis DA, CA. Ergo patet radij FA refractionem fore ipsam AE quando diaphanum est a parte H. quod erat dem.

Propositio [II].

Si fuerit diaphani superficies quælibet AB, in quam extrinsecus cadat obliquus radius DC, qui refringatur secundum CG; sitque recta ECP secans diaphani superficiem ad angulos rectos, et sumatur in ea intra diaphanum punctum quodvis F, unde ducatur FG parallela radio DC. dico hanc occurrere refractioni CG, et habere CG ad GF rationem eam quæ est refractionis.

Quia enim propter refractionem angulus FCG minor est quam DCE, idem quoque minor erit quam PFG, ideoque CG, FG necessario concurrent. Porro quia secundum refractionum legem superius expositam, sinus anguli DCE ad sinum anguli FCG rationem habet eam, quæ est refractionis. Sinus autem anguli DCE idem est qui anguli DCF seu CFG. Ergo in triangulo CFG habebit sinus anguli CFG ad sinum anguli FCG rationem refractionis. Quare eandem quoque habebit latus CG ad latus GF. Quia nempe in omni triangulo, latera inter se eandem proportionem servant, quam sinus angulorum, quibus illa subtenduntur.

Patet autem et conversæ hujus [1]) veritas. Nempe si FG parallela existente radio DC, rectæque CG occurrente, fuerit CG ad GF ratio eadem quæ est refractionis, tunc CG fore refractionem radij DC.

---

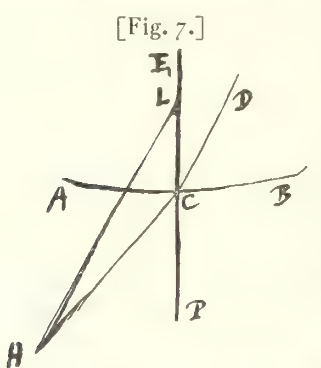
[1]) La copie de Niquet intercale le mot „propositionis"; qu'on retrouve dans le manuscrit même, mais qui y fut biffé depuis.

Proposition III.

Soit AB [Fig. 7] la ſurface d'un corps tranſparent, la forme de cette ſurface étant arbitraire. Le corps transparent ſe trouve du côté L. Soit DC un rayon à l'intérieur de ce corps. Ce rayon ſort du corps au point C et eſt réfracté ſelon CH. Soit ECP une normale à la ſurface. Prenons ſur cette normale un point quelconque L et tirons de là une parallèle LH au rayon DC. Je dis que cette parallèle coupe le rayon réfracté CH, et que le quotient LH:HC eſt égal à l'indice de réfraction.

Car le rayon DC quitte le corps après avoir été réfracté à la ſurface; l'angle PCH ſera donc plus grand que l'angle LCD, c'eſt-à-dire que l'angle CLH. Il en réſulte manifeſtement que les droites CH et LH ſe coupent.

[Fig. 7.]



De plus, ſuivant la loi des réfractions, le rapport du ſinus de l'angle PCH au ſinus de l'angle LCD ou CLH eſt égal à l'indice de réfraction. Or, le ſinus de l'angle PCH eſt le même que celui de l'angle LCH. Par conſéquent dans le triangle LHC le rapport du ſinus de l'angle LCH au ſinus de l'angle CLH ſera égal à l'indice de réfraction. La même choſe ſera donc vraie pour le rapport des côtés LH et HC. Ce qu'il fallait démontrer.

Ici auſſi la réciproque de la propoſition eſt évidemment vraie. C'eſt-à-dire, lorſque LH eſt parallèle au rayon DC et rencontre la droite CH, et que le rapport LH: HC eſt égal à l'indice de réfraction, CH ſera le rayon réfracté qui correſpond au rayon DC.

Nous expliquerons dans la ſuite comment on trouve les points où ſe réuniſſent les rayons après avoir été réfractés par quelque ſurface plane, convexe ou concave, ou bien ceux où les rayons, diſperſés par cette réfraction, ſe coupent lorſqu'on les prolonge en ſens inverſe. Nous les appellerons points de concours ou points de diſperſion. Toutefois, comme nous déſignerons également par ce nom des points auxquels ne correſpondent pas exactement, comme on le fera voir, tous les rayons réfractés, nous devons dire en peu de mots ce qu'il faut alors entendre par là. Lorſqu'il peut être démontré que les rayons qui tombent parallèlement ſur la lentille ABC [Fig. 8] coupent tous l'axe DBE, après la réfraction, en-deçà d'un certain point E, ou bien qu'ils coupent tous l'axe au-delà de ce point, et cela de telle façon que plus un rayon incident eſt proche de l'axe, plus le point où le rayon réfracté, qui y correſpond, coupe l'axe eſt proche du point E, et que cette

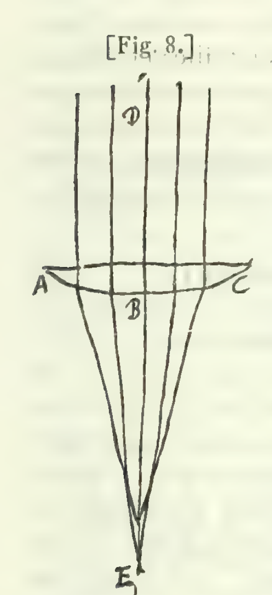
Propositio [III].

Si fuerit diaphani ſuperficies quæcunque AB [Fig. 7], terminans diaphanum verſus L exiſtens: radius autem intra diaphanum ſit DC, qui in C egrediens[1]), refringatur in CH. Et ducta ECP, quæ ſuperficiem ſecet ad angulos rectos, ſumatur in ea punctum quodvis L, unde ducatur LH parallela radio DC. dico hanc occurrere refractioni CH, atque eſſe LH ad HC rationem eam quæ eſt refractionis.

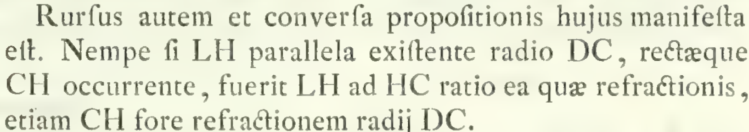
Quia enim radius DC refractus exit à diaphano, erit angulus PCH major angulo LCD, hoc eſt, angulo CLH. Unde manifeſtum eſt rectas CH, LH concurrere.

Porro autem, quia ſecundum legem refractionis, ſinus anguli PCH ad ſinum anguli LÇD ſive CLH, proportionem refractionis habet, ſinus autem anguli PCH idem eſt qui ſinus anguli LCH, habebit itaque in triangulo LHC, ſinus anguli LCH ad ſinum anguli CLH proportionem refractionis. Quare eandem quoque habebit latus LH ad latus HC. quod erat probandum.

[Fig. 8.]



Rurſus autem et converſa propoſitionis hujus manifeſta eſt. Nempe ſi LH parallela exiſtente radio DC, rectæque CH occurrente, fuerit LH ad HC ratio ea quæ refractionis, etiam CH fore refractionem radij DC.



Nunc quomodo puncta ea inveniantur, ad quæ radij, poſtquam in ſuperficie aliqua plana convexa aut cava refracti fuerint, colliguntur, vel ad quæ diſperſi reſpiciunt, deinceps exponemus; quæ quidem puncta concurſus vel diſperſus vocabimus. Quoniam vero[2]) hoc nomine etiam illa puncta deſignabimus ad quæ tamen radios omnes refractos non accuratè pertinere oſtenſum fuerit, id quomodo tunc intelligendum ſit paucis declarandum eſt. Ergo ſi radios parallelos in lentem ABC [Fig. 8] incidentes omnes poſt refractionem convenire oſtendatur cum axe DBE citra punctum quoddam E, vel omnes ultra idem punctum, verùm hoc pacto ut quo quiſque radius axi propinquior fertur eo refractus concurrat propius ad punctum E, idque ad diſtantiam tandem quavis data minorem, tum

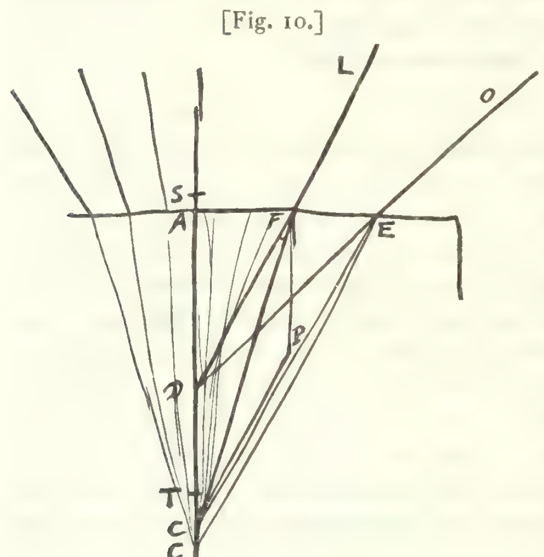
[1]) La copie de Niquet intercale: „diaphanum"; mot qui fut biffé dans le manuscrit que nous ſuivons.

[2]) La copie de Niquet intercale „plerumque", mot biffé dans le manuscrit.

dernière diſtance finit par devenir plus petite qu'une grandeur donnée quelconque, alors auſſi le point E ſera appelé le point de concours. Et de même pour une lentille concave KFG [Fig. 9], lorſque nous aurons démontré que les rayons parallèles venant du côté H ſont diſperſés après la réfraction de telle façon que prolongés en ſens inverſe ils rencontrent tous l'axe FH ſoit en-deçà ſoit au-delà d'un certain point H, et cela avec les mêmes conditions que nous avons auſſi poſées pour la lentille convexe, alors le point H ſera appelé le point de diſperſion [1]). Même nous conſidérons dans la plupart des cas ces points comme déterminant exactement le concours ou la diſperſion des rayons; nous pourrons le faire en ayant égard ſeulement aux parties centrales des lentilles ou des ſurfaces, parties dont les dimenſions, par rapport aux diamètres de la convexité ou de la concavité, doivent être aſſez faibles pour que ce qui eſt imparfait dans le ſens géométrique paraiſſe parfait à nos yeux. Car il eſt certain que les dimenſions latérales des lentilles ſatiſfont à cette condition; cela eſt vrai auſſi bien pour les lentilles que nous voyons donner dans l'obſcurité une image des objets que le ſoleil éclaire en-dehors, que pour celles dont ſe compoſent les lunettes ou les téleſcopes: s'il en était autrement, on n'obtiendrait pas avec ces lentilles des effets auſſi remarquables.

[Fig. 9]

[Fig. 10.]



PROPOSITION IV.

Problème 1 [3]).

Étant donnée la ſurface plane d'un corps tranſparent et le point où ſe dirigent les rayons au moment où ils tombent du dehors ſur cette ſurface, trouver le point de concours des rayons réfractés [4]).

Soit AE la ſurface plane du corps tranſparent, ou plutôt ſoit AE une ligne droite ſituée ſur cette ſurface, et ſoit donné le point D où ſe dirigent les rayons LF, OE, au moment où, venant du dehors, ils rencontrent cette ſurface. Soit DA une perpendiculaire ſur cette ſurface, et figurons-nous que

quoque punctum E concursus punctum dicetur. Similiterque in lente cava KFG [Fig. 9], si parallelos radios à parte H venientes post refractionem ita spargi ostenderimus, ut retrorsum producti conveniant cum axe FH omnes citra punctum quoddam H, vel omnes ultra, ijsdemque etiam conditionibus quas in convexa posuimus, tum punctum H dicetur punctum dispersus [1]). Quin etiam hæc puncta *plerumque sic accipiemus* [2]), tanquam concursum aut dispersum radiorum exactè determinarent; medias videlicet lentium aut superficierum partes respicientes, quarum satis exigua sit proportio ad convexitatis vel cavitatis diametros, ut quantum ad sensum oculorum attinet perfectum videatur quod geometrica ratione est imperfectum. Ita enim sese habere lentium latitudines certum est, tum earum quibus in tenebris picturam representari videmus rerum quæ foris a Sole illuminantur, tum quibus perspicilla seu telescopia constant; neque enim alioqui tam insignes earum effectus cernerentur.

[Propositio IV.]

Problema [1.] [3])

Data diaphani superficie plana, et puncto, ad quod radij tendentes in superficiem extrinsecus impingant; Invenire punctum concursus refractorum [4]).

Sit [Fig. 10] diaphani superficies plana AE, hoc est, in qua est linea recta AE, sitque datum punctum D, ad quod tendentes radij ut LF, OE, superficiei dictæ extrinsecus occurrant. Sit autem DA eidem ad angulos rectos, omnesque lineæ

---

[1]) On retrouve cette définition des points de concours et de dispersion dans les lettres à Van Gutschoven du 4 novembre 1652 et du 6 mars 1653 (pp. 191 et 224—225 du T. I). Dans toute la présente partie de sa Dioptrique Huygens s'y tient strictement sans se rebuter des complications qu'elle apporte dans les démonstrations géométriques à la mode des anciens.

[2]) La copie de Niquet donne: „frequenter ita considerabimus," ce qui constitue la leçon primitive du manuscrit, biffée depuis et remplacée par les mots cursivés.

[3]) Huygens a ajouté en marge: „hoc cum 3bus sequentibus forsan melius post refractiones singularum sphæricarum superficierum". L'annotation est sans doute d'une date de beaucoup postérieure à la rédaction primitive et même à la copie de Niquet où l'indication n'a pas été suivie.

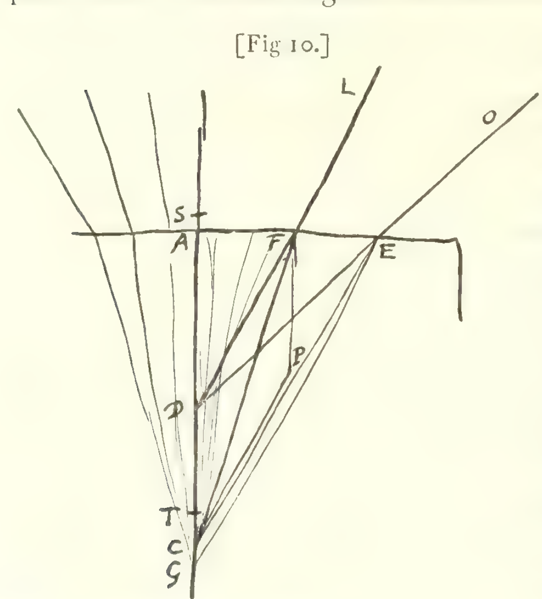
[4]) Les propositions IV—VII contiennent, pour les divers cas qui peuvent se présenter, la déduction de la relation $d_2 = nd_1$, où d_1 et d_2 désignent les distances à la surface plane des points de concours des rayons qui se trouvent dans le premier et dans le second milieu, et où n représente l'indice de réfraction du second milieu par rapport au premier.

Ici, et dans la suite, nous appelons „premier milieu" celui où les rayons se trouvent avant la réfraction.

toutes les droites qui apparaissent dans la figure soient situées dans un plan passant par AD. Prolongeons AD et choisissons le point T de telle manière que le rapport TA : AD soit égal à l'indice de réfraction. Je dis que ce point T sera le point de concours cherché. Or, en premier lieu je démontrerai qu' aucun rayon réfracté ne rencontre l'axe AD en-deçà du point T. Soit en effet FC le rayon réfracté provenant du rayon LF. Achevons la construction du parallélogramme CDFP. FP sera donc perpendiculaire à la surface AE et PC sera parallèle au rayon LF et rencontrera le rayon réfracté provenant de ce rayon en C. Le rapport FC : CP sera donc égal à l'indice de réfraction*. Or, FD est égale à CP. Par conséquent le rapport CF : FD sera lui aussi égal à cet indice de réfraction, c'est-à-dire à TA : AD. Le carré de CF est donc aussi au carré de DF, comme celui de TA est à celui de AD. Le carré de CF est donc au carré de DF, comme une quantité plus grande est à une quantité moindre. Par conséquent, soustrayant des deux côtés le carré de AF, on voit que le rapport $CA^2 : AD^2$ est plus grand que le rapport $CF^2 : DF^2$, c'est-à-dire que le rapport $TA^2 : AD^2$. Le carré de CA sera donc plus grand que celui de TA, et la ligne CA elle-même sera plus grande que TA: d'où il appert que le rayon réfracté FC rencontre l'axe AD au-delà du point T.

* Prop. II.

[Fig 10.]



Il faut démontrer en second lieu que les rayons réfractés provenant de rayons situés plus près de la droite AD la rencontrent en un point plus rapproché du point T que ceux provenant de rayons plus éloignés de cet axe. Soit, en effet, le rayon OE plus éloigné de l'axe que le rayon LF, et soit EG le rayon réfracté correspondant à ce rayon-là. Joignons les points C et E par une droite. Le carré de CE surpasse alors le carré de ED d'une quantité égale à la différence des carrés de CF et de DF, vu que cette différence, ainsi que la première, est égale à la somme du carré de CD et de deux fois le rectangle sur les lignes CD et DA. Or, le carré de CE est plus grand que celui de CF. Le rapport $CE^2 : ED^2$ est donc plus petit que le rapport $CF^2 : FD^2$. C'est pourquoi le rapport CE : ED est aussi inférieur au rapport CF : FD. Mais CF est à FD comme GE à ED. En effet, on peut démontrer pour les lignes GE et ED, comme cela a été démontré pour les lignes CF et FD, que leur rapport est égal à l'indice de réfraction: cela résulte de ce

* Prop. 12. l. 2. Eucl. [3])

quæ in ſchemate apparent intelligantur in plano per AD ducto. Producatur AD et habeat TA ad AD rationem eam quæ eſt refractionis. Dico T fore punctum concurſus quæſitum. Et primo quidem oſtendam nullius radij refractionem concurrere cum AD citra punctum T. Sit enim FC refractio radij LF; et perficiatur parallelogrammum CDFP. Erit igitur FP ſuperficiei AE ad angulos rectos, et PC parallela radio LF, ejuſque refractioni occurrens in C. Quare FC ad CP habebit proportionem quæ eſt refractionis *. Eſt autem FD æqualis CP. Ergo etiam CF ad FD proportionem refractionis habebit, hoc eſt, eam quam TA ad AD. Ergo et quadratum CF ad quadr. DF, ut quadr. TA ad quadr. AD. Ergo ratio quadrati CF ad quadr. DF eſt majoris ad minus. Quare auferendo utrinque quadratum AF, erit ratio quadrati CA ad quadr. AD major quam quadrati CF ad quadr. DF, hoc eſt quam quadrati TA ad quadr. AD. Itaque quadratum CA majus erit quadrato TA, et CA linea major quam TA: unde apparet refractionem FC convenire cum axe AD ultra punctum T. * [Prop. II.] [1])

Secundo loco oſtendendum eſt radiorum rectæ AD propinquiorum refractiones propius concurrere ad punctum T quam remotiorum. Sit enim radius OE remotior radio LF, et refractio ejus ſit EG: et jungatur EC. Quadratum igitur CE excedit quadr. ED, quantum CF quadratum excedit quadr. DF, quia utrorumque differentia eſt æqualis quadrato CD et duplo rectangulo CDA [2]) *. Eſt autem quadratum CE majus quadrato CF. Ergo minor eſt ratio quadrati CE ad quadr. ED, quam quadrati CF ad quadratum FD. Quare et lineæ CE ad ED minor ratio quam CF ad FD. Ut autem CF ad FD ita eſt GE ad ED. Nam ſicut de lineis CF, FD oſtenſum fuit, oſtendi etiam poteſt de lineis GE, ED, habere eas rationem quæ eſt refractionis, quia ſcilicet EG ſtatuitur eſſe refractio radij OE tendentis ad D. Igitur minor erit ratio CE ad ED quam GE ad ED: ac proinde GE major quam CE. Unde facile perſpicitur AG quoque majorem eſſe quam CA; adeoque concurſum refracti radij OE longius abeſſe a puncto T quam radij LF. * prop. [12.] l. 2. Eucl. [3]).

Denique oſtendere oportet aliquos radios refractos convenire cum AD producta in puncto quod dato quolibet intervallo minus diſtet à puncto T. Sumatur punctum C, dato intervallo propius ſitum puncto T et ulterius diſtans ab A quam ipſum T; et ſicut differentia quadratorum TA, AD ad quadr. AD, ita ſit differentia quadratorum CA, AD ad quadr. DS. Ergo quia differentia prior minor eſt poſteriore, erit et quadratum AD minus quam quadra-

---

[1]) Ici, et souvent dans la suite, Huygens a indiqué par un astérisque les lieux où une citation lui semblait désirable, sans toutefois donner cette citation; ce qui fut fait alors par de Volder et Fullenius à l'occasion de la première publication, en 1703, des „Opera Posthuma".

[2]) Il s'agit du rectangle qui a CD et DA pour côtés.

[3]) Le numéro de la proposition fut laissé en blanc par Huygens. Il manque de même dans la copie de Niquet; mais il s'agit clairement de la Prop. 12 du Livre 2 des „Éléments" d'Euclide; proposition qu'on trouve citée dans la note 15, p. 29 du T. XII.

que EG eſt par hypothèſe le rayon réfracté provenant du rayon OE dont le prolongement paſſe par le point D. Le rapport CE : ED ſera donc inférieur au rapport GE : ED; par conſéquent GE eſt plus grande que CE. On voit donc aiſément que AG auſſi eſt plus grande que CA, et que le point où le rayon OE coupe l'axe après avoir été réfracté eſt par conſéquent plus éloigné du point T que le point ſur l'axe qui correſpond au rayon LF.

Il faut enfin faire voir que quelques rayons réfractés rencontrent le prolongement de AD en un point ſitué du point T à une diſtance inférieure à un intervalle donné quelconque. Prenons un point C ſitué à une diſtance moindre du point T que la diſtance donnée et plus éloigné du point A que le point T lui-même. Comme la différence de TA^2 et AD^2 eſt à AD^2, ainſi ſoit la différence de CA^2 et AD^2 à DS^2. Par conſéquent, comme la première différence eſt inférieure à la ſeconde, le carré de AD ſera auſſi plus petit que celui de DS; et la ligne DA ſera plus petite que DS. Ainſi, ſi l'on décrit une circonférence avec le centre D et le rayon DS, cette circonférence coupera la droite AF par exemple en F. Joignons le point F aux points C et D, et prolongeons DF juſqu'en L. Vu qu' alors la différence de TA^2 et AD^2 eſt à AD^2 comme la différence de CA^2 et AD^2 eſt à DS^2 ou à DF^2, on aura, par compoſition, TA^2 eſt à AD^2 comme la différence de CA^2 et AD^2, augmentée de DF^2, eſt à DF^2. Or, la différence $CA^2 - AD^2$, c'eſt-à-dire $CD^2 + 2\ CD.\ DA$, ajoutée à DF^2 donne une ſomme égale à CF^2. Par conſéquent, $TA^2 : AD^2 = CF^2 : DF^2$. Et $CF : DF = TA : AD$. Or $TA : AD$ eſt égal à l'indice de réfraction. Dans le triangle CFD on a donc CF : FD égal à ce même indice; et il en eſt de même pour le rapport des ſinus des angles CDF ou ADF d'une part, FCD d'autre part. Or, l'angle ADF eſt l'angle entre le rayon incident LF et la perpendiculaire, et l'angle FCD eſt celui entre la même perpendiculaire et la ligne FC. Il eſt donc certain que FC eſt le rayon réfracté provenant du rayon LF. Nous avons ainſi démontré que le rayon réfracté provenant d'un certain rayon incident coupe l'axe AD en un point ſitué du point T à une diſtance plus petite qu'un intervalle quelconque. A cauſe de tout cela le point T ſera le point de concours cherché.

Proposition V.

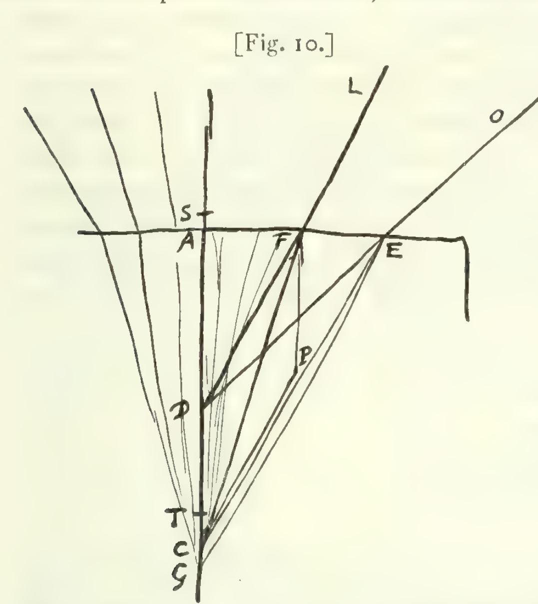
Problème 2.

Étant donnée la ſurface plane d'un corps tranſparent et un point d'où proviennent des rayons qui tombent du dehors ſur cette ſurface, trouver le point de diſperſion des rayons réfractés.

Soit [Fig. 11] AE la ſurface plane du corps tranſparent et D le point donné, d'où procèdent des rayons tels que DF ſe dirigeant vers ce corps. Soit la ligne DA

tum DS : Et linea DA minor quam DS. Ideoque ſi centro D intervallo DS, circumferentia deſcribatur, ea ſecabit rectam AF. Secet in F, et jungatur CF, itemque DF, quæ producatur verſus L. Quoniam igitur differentia quadratorum TA, AD eſt ad quadr. AD ut differentia quadratorum CA, AD ad quadratum DS vel DF; erit, componendo, quadratum TA ad quadr. AD ut differentia quadratorum CA, AD una cum quadrato DF ad quadratum DF. Eſt autem differentia quadratorum CA, AD, hoc eſt, quadr. CD cum duplo rectangulo CDA, addita quadrato DF æqualis quadrato CF. Ergo ſicut quadr. TA ad quadr. AD, ita quadr. CF ad quadr. DF. Et linea CF ad DF ut TA ad AD. Eſt autem ratio TA ad AD ea quæ refractionis. Ergo in triangulo CFD habet latus CF ad FD proportionem refractionis; ac proinde eandem quoque habebit ſinus anguli CDF vel ADF, ad ſinum anguli FCD. Eſt autem angulus ADF quo radius incidens LF inclinatur ad perpendicularem, et angulus FCD quo ad eandem perpendicularem inclinatur linea FC. Ergo conſtat radij LF refractionem eſſe FC. Atque ita oſtenſum eſt alicujus radij refractionem quolibet intervallo propius concurrere ad punctum T cum axe AD. Erit igitur propter hæc T punctum concurſus quæſitum.

[Fig. 10.]



[Propositio V.]

Problema [2].

Data diaphani ſuperficie plana, et puncto, à quo venientes radij in illam extrinſecus incidant; invenire punctum diſperſus refractorum.

Diaphani ſuperficies plana ſit AE [Fig. 11] et punctum datum D, ex quo radij in diaphanum procedant ut DF. Sit linea DA ſuperficiei AE ad rectos angulos,

perpendiculaire à la ſurface AE. Prolongeons-la, et ſoit TA : AD égal à l'indice de réfraction. Je dis que T ſera le point de diſperſion cherché, c'eſt-à dire que les rayons réfractés, tels que FN, provenant de rayons iſſus du point D, tels que DF, ont dans le corps tranſparent la direction qu'ils auraient en venant du point T.

En effet, prolongeons DF du côté L et joignons les points F et T. Alors il ſera clair par ce qui précède que ſi, contrairement à notre hypothèſe, nous nous figurons que la ſurface AE limite un corps tranſparent ſitué du coté D, les rayons, qui ſe dirigent vers le point D ont après la réfraction leur point de concours en T, de ſorte que FT ſera le rayon réfracté provenant du rayon LF. Or, FD eſt le prolongement de LF, et FN eſt celui de TF. Par conſéquent, FN ſera ici le rayon réfracté provenant du rayon DF *. Le rayon DF a donc après la réfraction la même direction que s'il provenait du point T; c'eſt pourquoi le point T ſera le point de diſperſion cherché. Il eſt évident qu'en vérité les rayons réfractés, prolongés en ſens inverſe, coupent l'axe AD au-delà du point T.

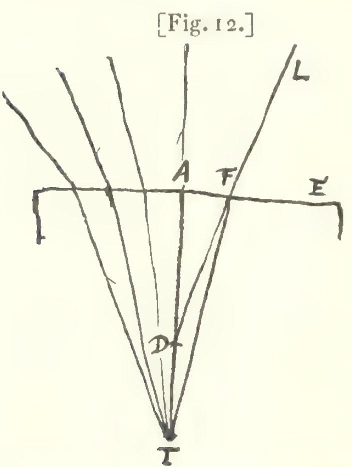
* Prop I.

Proposition VI.

Problème 3.

Étant donnée la ſurface plane d'un corps tranſparent et un point d'où proviennent des rayons tombant de l'intérieur ſur cette ſurface, trouver le point de diſperſion des rayons réfractés.

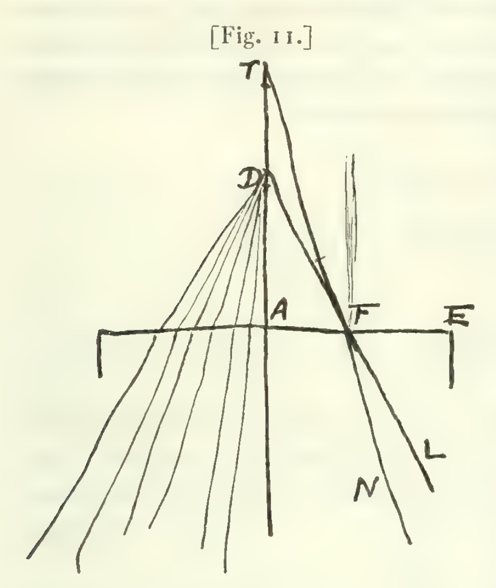
[Fig. 12.]



Soit AE [Fig. 12] la ſurface plane du corps tranſparent et T le point donné, d'où les rayons, tels que TF, ſe dirigent vers la ſurface AE. Soit TA une droite perpendiculaire à la ſurface AE. Diviſons-la par le point D de telle façon que TA : : DA ſoit égal à l'indice de réfraction. Je dis que D ſera le point de diſperſion cherché, c'eſt-à-dire que FL, le rayon réfracté correſpondant au rayon TF, aura une direction telle qu'il ſemblera provenir du point D. En effet, joignons les points F et D. Si donc LF était un rayon tombant ſur la ſurface AE et ſe dirigeant vers le point D, le rayon réfracté qui y correſpondrait ſerait FT, ainſi qu'il ſuit du problème 1, vu que le rapport TA : AD eſt égal à l'indice

et producatur, habeatque TA ad AD proportionem refractionis. Dico T fore punctum dispersus quæsitum: Hoc est radiorum ex D procedentium refractiones, sicut FN est radij DF, intra diaphanum ita ferri, quasi venirent ex puncto T.

[Fig. 11.]



Producatur enim DF versus L, et jungatur FT. Igitur si superficiem AE, contra quam hîc positum est, terminare imaginemur diaphanum versus D existens, manifestum est per præced. radiorum ad D tendentium refractiones concurrere ad punctum T: ita ut radij LF refractio futura sit FT. Est autem FD in directum ipsi LF, et FN in directum ipsi TF. Ergo et FN erit hic refractio radij DF *. Itaque radius DF refractus ita fertur quasi ex puncto T manaret, ideoque erit T punctum dispersus quæsitum. Patet autem ejusmodi esse, ut radiorum refractiones retro productæ ultra ipsum T, cum recta AD conveniant. * [Prop. I.]

[Propositio VI.]

Problema [3].

Data diaphani plana superficie et puncto ex quo manantes radij intrinsecus in eam deferantur; invenire punctum dispersus refractorum.

Sit [Fig. 12] plana superficies diaphani AE et punctum T datum, ex quo radij ad superficiem AE ferantur ut TF. Sit TA recta ad superficiem AE perpendicularis, eaque dividatur in D ita ut TA ad DA habeat proportionem refractionis. Dico D fore punctum dispersus quæsitum: ut nempe FL refractio radij TF feratur quasi ex puncto D procederet. Jungatur enim FD. Si igitur LF esset radius incidens in superficiem AE, tendensque ad punctum D, ejus refractio foret FT, ut ex probl. [1] est manifestum; quia nimirum TA ad DA est pro-

de réfraction. Par conséquent le rayon FL sera inversement le rayon réfracté provenant du rayon TF; car telle est la loi des réfractions, comme cela a été exposé plus haut. D est donc le point de dispersion cherché. Ce point sera tel que tous les rayons réfractés rencontrent l'axe en-deça de D, c'est-à-dire en un point plus rapproché que D lui-même de la surface A. Cela peut facilement être démontré à l'aide des considérations du problème 1.

Proposition VII.

Problème 4.

Étant donnée la surface plane d'un corps transparent et un point en-dehors de ce corps où se dirigent des rayons qui tombent du dedans sur cette surface, trouver le point de concours des rayons réfractés.

Soit AE [Fig. 13] la surface plane du corps transparent et T le point donné en-dehors de ce corps, où se dirigent des rayons tels que LF lorsqu' ils rencontrent la surface AE en venant du dedans. Soit TA une perpendiculaire à la surface. Prenons sur cette droite le point D de telle manière que le rapport TA : AD soit égal à l'indice de réfraction. Je dis que D est le point de concours cherché. Car il est clair d'après le probl. 2 que, si DF est le rayon incident, le rayon réfracté qui y correspond sera FL, vu que FL est le prolongement de TF et que le rapport TA : AD est égal à l'indice de réfraction. Par conséquent FD sera ici inversement le rayon réfracté provenant du rayon LF, et partant D le point de concours des rayons qui se dirigeaient vers T. Ajoutons qu' aucun rayon ne rencontre l'axe au-delà du point D.

Lemme 1. [1])

Soit ABC [Fig. 14] un triangle possédant un angle obtus A. Une droite partant de B rencontre AC, prolongée du côté C, au point D. Je dis que le rapport BD : DA est plus petit que BC:CA.

En effet, soit CE une parallèle à DB. Comme l'angle A est par hypothèse

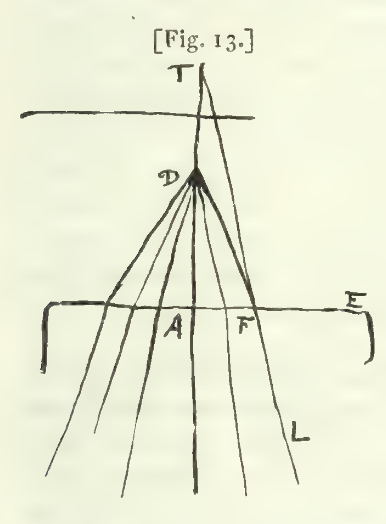
portio refractionis. Igitur viciſſim radij TF refractio erit FL; hæc enim refractionum lex eſt ut ſupra fuit expoſitum. Igitur D eſt punctum diſperſus quæſitum. Erit autem ejuſmodi ut radiorum refractiones omnes citra D concurrant, hoc eſt ut concurſus earum minus diſtet a ſuperficie A quam punctum D. Quod facile probari poteſt ex iis quæ habentur in Probl. [1].

[Propositio VII.]

Problema [4].

Data diaphani ſuperficie plana, et puncto extra diaphanum ad quod tendentes radij intrinſecus in ſuperficiem ejus incidant, invenire punctum concurſus refractorum.

[Fig. 13.]



Superficies diaphani plana ſit AE, et punctum extra datum T, quo tendentes radij ut LF, occurrant ſuperficiei AE intrinſecus. Sit TA ſuperficiei ad angulos rectos, eaque ſecetur in D, ut TA ad AD ſit proportio refractionis. Dico D eſſe punctum concurſus quæſitum. Conſtat enim ex probl. [2] ſi DF ſit radius incidens, ejus refractionem fore FL, quoniam FL eſt in directum ipſi TF, ratio autem TA ad AD eadem quæ refractionis. Igitur viciſſim hic erit FD refractio radij LF; ac proinde D punctum concurſus radiorum tendentium ad T. Nullus autem radius concurret ultra D.

Lemma [1.] [1])

Sit triangulum BAC [Fig. 14] angulum A obtuſum habens, et ducatur ex B quæ occurrat AC, verſus C productæ in D. Dico minorem eſſe rationem BD ad DA quam BC ad CA.

Sit enim ducta CE parallela DB. Quoniam ergo angulus A obtuſus eſt; angu-

[1]) Huygens a annoté en marge: „haec 4 lemmata possunt omitti." Cette annotation doit dater d'avant 1666, puisqu'on la rencontre de même dans la copie de Niquet.

obtus, et que l'angle BEC eſt égal à la ſomme des angles A et ECA, BEC ſera un angle obtus, et par conſéquent dans le triangle BEC le côté BC ſera plus grand que le côté EC. C'eſt pourquoi on aura EC : CA < BC : CA. Or, EC : CA = BD: DA. Donc auſſi BD : DA < BC : CA. Ce qu'il fallait démontrer.

Lemme 2.

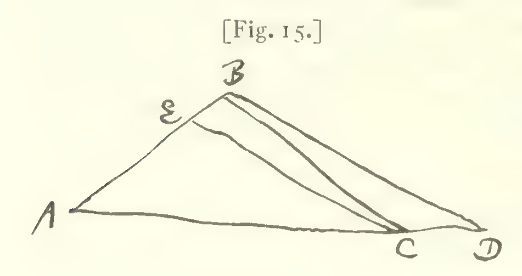
Réciproquement, ſi nous conſidérons de nouveau un triangle BAC [Fig. 14] poſſédant un angle obtus A, et que BD eſt oppoſée à ce même angle et rencontre la droite AC ou ſon prolongement, de telle manière que le rapport BD : DA ſoit plus petit que le rapport BC : CA, je dis que DA eſt plus grande que CA.

En effet, ſi nous admettons que DA eſt plus petite que CA, on aura par le lemme précédent BD : DA > BC : CA. Or, par hypothèſe BD : DA < BC : CA. Par conſéquent, DA n'eſt pas plus petite que CA. Elle ne peut pas non plus lui être égale. La ſeule poſſibilité qui reſte c'eſt que DA ſoit plus grande que CA. Ce qu'il fallait démontrer.

Lemme 3.

Soit un triangle ABC [Fig. 15] poſſédant un angle obtus B. Une droite partant de B rencontre AC, prolongée du côté C, au point D. Je dis qu'on aura AD: DB < AC: CB.

[Fig. 15.]

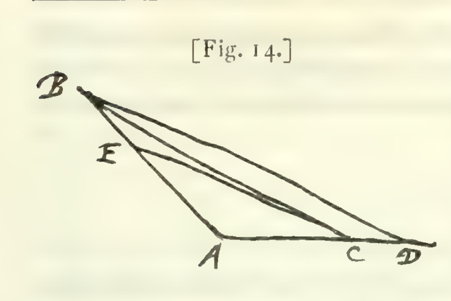


En effet, ſoit CE parallèle à DB. Vu que l'angle B du triangle CBE eſt obtus, le côté CE ſera plus grand que le côté CB. Par conſéquent, AC : CE < AC: CB. Or, AC: CE = AD: DB. Donc auſſi AD : DB < AC : CB; ce qu'il fallait démontrer.

Lemme 4.

Conſidérons de nouveau le triangle ABC [Fig. 15] poſſédant un angle obtus B. Tirons BD de manière à ce que cette droite coupe AC ou ſon prolongement en D, et que l'angle ABD ſoit également obtus; ſoit en outre AD: DB < AC: CB. Je dis que AD eſt plus grande que AC.

En effet, ſoit AD < AC, il réſultera alors du lemme précédent que le rapport



[Fig. 14.]

lus autem BEC æqualis utriſque ſimul, angulo A et ECA: Erit et BEC angulus obtuſus, ideoque in triangulo BEC latus BC majus latere EC. quare minor ratio erit EC ad CA quam BC ad CA. ut autem EC ad CA ita BD ad DA. Ergo minor quoque ratio BD ad DA quam BC ad CA. Quod erat propoſitum.

Lemma 2.

Contra autem, poſito ut ante, triangulo BAC [Fig. 14], angulum A obtuſum habente, ſi ducatur BD eidem obtuſo angulo ſubtenſa, occurenſque rectæ per AC, ita ut minor ſit ratio BD ad DA, quam BC ad CA; dico DA majorem eſſe quam CA.

Si enim DA minor dicatur quam CA, erit per præced. lemma major ratio BD ad DA quam BC ad CA. Ponitur autem minor eſſe. Ergo DA non erit minor quam CA, ſed nec æqualis poteſt eſſe. Ergo ſupereſt ut DA ſit major quam CA. quod erat propoſitum.

Lemma 3.

Sit triangulum ABC [Fig. 15] angulum B obtuſum habens, et ducatur ex B quæ productæ AC verſus C occurrat in D. Dico minorem fore rationem AD ad DB quam AC ad CB.

Sit enim CE parallela DB. Quoniam ergo trianguli CBE obtuſus eſt angulus B, Erit latus CE majus latere CB: ac proinde minor ratio AC ad CE quam AC ad CB. Ut autem AC ad CE ita eſt AD ad DB. Ergo minor quoque ratio AD ad DB quam AC ad CB. quod erat propoſitum.

Lemma 4.

Sit denuo triangulum ABC [Fig. 15] angulo B obtuſo, et ducatur BD occurrens rectæ per AC in D, ita ut et angulus ABD exiſtat obtuſus, ſitque ratio AD ad DB minor ratione AC ad CB. Dico AD majorem eſſe quam AC.

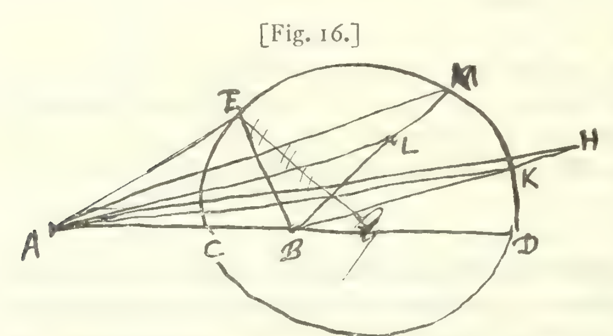
Si enim AD minor dicatur quam AC, ſequetur ex lemmate præcedenti, ratio-

AC: CB est plus petit que le rapport AD: DB. Mais ici nous avons posé AD: : DB < AC: CB. Par conséquent AD n'est pas plus petite que AC. Elle ne lui est pas non plus égale, vu que BC et BD sont par hypothèse différentes l'une de l'autre. Donc AD > AC. Ce qu' il fallait démontrer.

Lemme 5.

Soit une ligne droite AB divisée en C de telle manière que AC > CB. Prolongeons cette droite du côté B, et soit AD: : DB = AC : CB. Décrivons avec CD comme diamètre la circonférence de cercle CED. Si des lignes droites AE, BE sont menées d'un point quelconque E de cette circonférence, je dis qu'on aura AE : EB = = AC : CB. Cela a été démontré par Eutocius dans son Commentaire aux Coniques d'Apollonius [1]). Et mieux par le professeur Fr. van Schooten, dans sa restitution des lieux plans d'Apollonius [3]). Mais si un point, tel que H, est pris en dehors du cercle, et que ce point est réuni par des droites à A et à B, je dis qu'on aura AH: HB < AC: CB.

[Fig. 16.]



En effet, tirons la droite AK, K étant le point où la droite BH coupe la circonférence. On a donc AK: KB = AC : CB; partant AK > KB. C'est pourquoi, si l'on ajoute des deux côtés KH, on aura AK + KH : HB < AK: KB. Mais HA < < HK + KA, ou HA = HK + KA, si H est pris sur la ligne CD prolongée du côté D. On aura donc aussi AH: HB < AK : KB, c'est-à-dire < AC : CB. Ce qu'il fallait démontrer.

Si nous prenons au contraire un point tel que L à l'intérieur de la circonférence, et que nous joignons ce point par des droites à A et à B, je dis qu'on aura AL: LB > AC: CB.

En effet, supposons que le prolongement de BL rencontre la circonférence en M. Joignons les points A et M. On a donc AM: MB = AC: CB, et par conséquent AM > MB. Mais AL + LM $\geqq$ AM, l'égalité ayant lieu si le point L est pris sur la ligne BD. Par conséquent, on aura aussi AL + LM > MB.

nem AC ad CB minorem esse quam AD ad DB. hic autem ratio AD ad DB minor ponitur quam AC ad CB. Non est igitur AD minor quam AC. Sed nec æqualis, cum BC, BD diversæ ponantur. Ergo major est AD quam AC, quod erat propos.

Lemma [5].

Esto linea recta AB [Fig. 16] divisa in C, ut AC sit major quam CB. Et producatur versus B, habeatque AD ad DB rationem eandem quam AC ad CB: Et describatur circa CD diametrum circulus CED. Si ad quodvis circumferentiæ punctum ut E ducantur rectæ AE, BE. Dico esse AE ad EB ut AC ad CB. Demonstratum hocest ab Eutocio in comm. ad Conica Apoll. [1]) Et melius a Clariss. Viro Fr. Schotenio, in locis planis Apollonij *ab ipso* [2]) restitutis [3]). Quod si vero extra descriptum circulum sumatur punctum ut H, ad quod rectæ inflectantur à punctis A, B; dico AH ad HB minorem rationem habere quam AC ad CB.

Ducatur enim AK ad intersectionem circumferentiæ et rectæ BH. Est igitur AK ad KB ut AC ad CB: ideoque AK major quam KB. Quare addita utrique KH, erit AKH ad HB minor ratio quam AK ad KB. Sed HA minor est quam HKA vel ipsi æqualis, si H sumtum fuerit in linea CD versus D prolongata. Ergo et AH ad HB minorem rationem habebit quam AK ad KB, hoc est, quam AC ad CB. quod erat propositum.

Rursus si intra circulum sumatur punctum ut L ad quod rectæ inflectantur è punctis A et B. Dico AL ad LB rationem majorem esse quam AC ad CB.

Producta enim BL occurrat circumferentiæ in M, et jungatur AM. Est ergo AM ad MB ut AC ad CB, ideoque AM major quam MB. Sed ALM major est quam AM, vel eidem æqualis, si punctum L sumtum fuerit in linea BD. Ergo ALM quoque major erit quam MB. Quare si utrinque auferatur LM, fiet

---

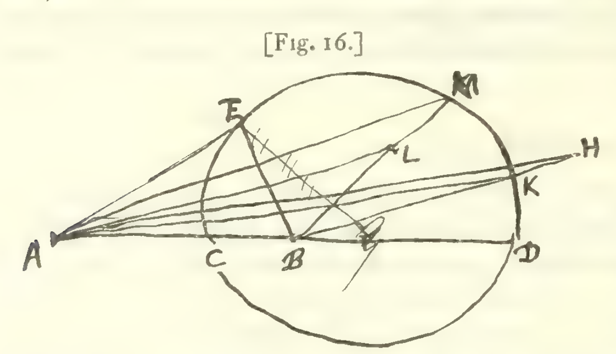
[1]) Voir la p. 5 verso de l'édition de Commandin, citée dans la note 4, p. 6 du T. I.

[2]) La rédaction primitive et la copie de Niquet donnent „à se".

[3]) Il s'agit de l'ouvrage: Exercitationum Mathematicarum, Lib. III. Continens Apollonii Pergæi Loca plana restituta. Lugd. Batav. Ex Officina Johannis Elsevirii. Academiæ Typographi. CIϽIϽCLVI. On y trouve à la p. 261 une construction et démonstration du lieu géométrique en question, qui sont bien plus simples que celles d'Eutocius; toutefois, comme la construction de van Schooten est fondée sur la détermination du centre du cercle CED, elle est un peu plus compliquée que celle donnée ici par Huygens.

Et, en retranchant des deux côtés LM, le rapport du reſte AL au reſte LB ſera donc plus grand que celui de AL + LM et de MB. Or, AL + LM : MB ⋝ AM : MB. Le rapport AL : LB ſera donc en tout cas plus grand que le rapport AM : MB. La vérité de notre propoſition eſt donc établie.

[Fig. 16.]



Et il eſt clair que la réciproque des deux propoſitions eſt également vraie. C'eſt-à-dire que, ſi AH : HB < AC : CB, le point H tombe en-dehors de la circonférence CED décrite de la manière indiquée. Mais, ſi AL : LB > AC : CB, le point L eſt ſitué à l'intérieur de cette circonférence.

Proposition VIII.

Problème 5.

Étant donnée la ſurface ſphérique convexe d'un corps tranſparent, ſur laquelle tombent du dehors des rayons parallèles, trouver le point de concours des rayons réfractés¹).

Soit ABP [Fig. 17] la ſurface convexe du corps tranſparent et C le centre de cette ſurface, ſur laquelle tombent des rayons tels que OB, NP parallèles à la droite AC menée par le centre. Prolongeons AC juſqu' en Q de manière à ce que le rapport AQ : QC ſoit égal à l'indice de réfraction. Je dis que Q ſera le point de concours cherché.

Et d'abord nous démontrerons qu' aucun rayon réfracté ne rencontre le prolongement de AC au-delà du point Q. En effet, ſoit BL le rayon réfracté provenant du rayon OB (or, BL coupera néceſſairement AC au-delà du point C). Joignons les points C et B. Vu qu' alors CB eſt perpendiculaire à la ſurface AB, et que BL eſt le rayon réfracté provenant du rayon OB, auquel CL eſt parallèle, le quotient BL : LC ſera égal à l'indice de réfraction *, c'eſt-à-dire à AQ : QC. Mais AL > BL, parce que la première de ces droites paſſe par le centre de la circonférence AB. Par conſéquent, AL : LC > BL : LC, c'eſt-à-dire > AQ : QC. Et, par partage, AC : CL > AC : CQ; donc CL < CQ. Le rayon réfracté provenant du rayon O B ne coupera donc pas AC au-delà du point Q.

* Prop. II ²).

major ratio reliquæ AL ad reliquam LB quam ALM ad MB. Ratio autem ALM ad MB major eſt vel eadem cum ratione AM ad MB. Ergo ratio AL ad LB major utique erit quam AM ad MB. quare conſtat propoſitum.

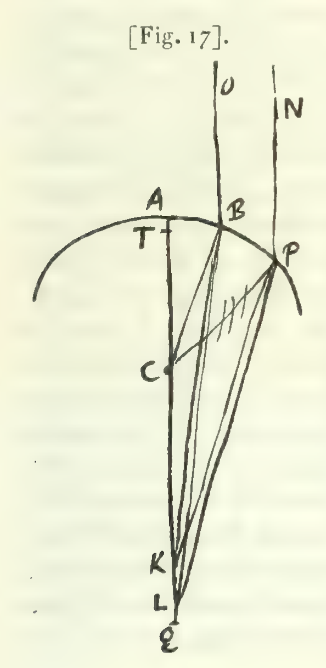
Patet autem et converſum utriuſque horum. Nempe ſi AH ad HB minorem rationem habeat quam AC ad CB, punctum H cadere extra circulum CED dicto modo deſcriptum. Si autem AL ad LB majorem habeat rationem quam AC ad CB, punctum L intra eundem circulum cadere.

[Propositio VIII.]

Problema [5].

Data diaphani ſuperficie ſphærica convexa, in quam radij paralleli extrinſecus incidant, invenire punctum concurſus refractorum [1]).

[Fig. 17].



Eſto ſuperficies convexa diaphani ABP cujus centrum C, in quam incidant radij ut OB, NP, paralleli rectæ AC quæ per centrum ducta eſt. Producatur AC uſque in Q, ut AQ ad QC habeat rationem eam quæ eſt refractionis. Dico Q fore punctum concurſus quæſitum.

Ac primo quidem demonſtrabitur nullius radij refractionem cum producta AC concurrere ultra punctum Q. Sit enim radij OB refractio BL, (quæ neceſſario conveniet cum AC ultra punctum C) et jungatur CB. Quia igitur CB in ſuperficiem AB perpendicularis eſt, BL autem refractio radij OB, cui radio parallela eſt CL, habebit BL ad LC rationem eam quæ eſt refractionis *, hoc eſt eam quam AQ ad QC. Sed AL major eſt quam BL, quoniam illa per centrum circuli AB ducta eſt. Itaque major ratio AL ad LC quam BL ad LC, hoc eſt, quam AQ ad QC. Et dividendo, major proinde ratio AC ad CL quam AC ad CQ: ideoque CL minor quam CQ. Ergo refractio radij OB non concurrit cum AC ultra punctum Q.

* [Prop. II].

[1]) Les propositions VIII—XI contiennent la déduction de la relation $f = \frac{n}{n-1} R$; où R est le rayon de la surface sphérique, lequel doit être pris positivement dans le cas où cette surface est convexe vers le premier milieu; f la distance focale, considérée comme positive quand le foyer se trouve dans le second milieu, n l'indice du second milieu relatif au premier. Dans le cas de la proposition présente le second milieu est le milieu le plus dense et on a R positif.

En fecond lieu nous ferons voir que les rayons réfractés provenant de rayons fitués plus près de l'axe AC coupent l'axe en des points moins éloignés du point Q que ceux provenant de rayons fitués à plus grande distance de l'axe. En effet, foit OB un rayon fitué plus près du dit axe AC que le rayon NP, et foit PK le rayon réfracté qui y correfpond. Tirons les droites CP et KB. On verra de la même manière que plus haut, que les rapports BL : LC et PK : KC font chacun

* Prop. II. égal à l'indice de réfraction *. Or, BK > PK. Par conféquent, BK : KC > PK : KC, c'eft-à-dire > BL : LC. Or, l'angle BCL, oppofé à la fois à la ligne BL et à la

* Lem. 2. ligne BK, eft néceffairement un angle obtus. On aura donc CL > CK *. Et ainfi il eft évident que le rayon réfracté provenant du rayon OB rencontre l'axe en un point plus rapproché du point Q que celui qui correfpond au rayon réfracté provenant du rayon NP.

Nous démontrerons enfin que quelques rayons réfractés coupent AC en un point éloigné du point Q à une diftance inférieure à un intervalle quelconque donné. En effet, confidérons d'abord l'un quelconque NP des rayons incidents et le rayon réfracté PK qui y correfpond. Prenons entre K et Q un point L éloigné du point Q à une diftance moindre que l'intervalle donné. Prenons en outre un point T tel que CQ : QA = CL : LT, et joignons les points P et L. Vu qu'alors

* Lem. 1. l'angle PCL eft obtus, et CL > CK, on aura PL : LC < PK : KC *. Or, le rapport PK : KC eft égal à l'indice de réfraction, puifque PK eft par hypothèfe le rayon réfracté provenant du rayon NP. Par conféquent, comme le rapport PL : LC eft plus petit que le rapport PK : KC, il fera également inférieur au rapport TL : LC, car, en vertu de notre conftruction, on a TL : LC = AQ : QC, c'eft-à-dire = PK : KC. PL eft donc plus petite que TL. Mais TL < AL; car CT < CA, vu que CL < CQ. La circonférence décrite du centre L avec le rayon LT doit donc néceffairement couper la circonférence AP entre A et P. Admettons qu'elle la coupe en B. Tirons BO parallèle à AC, et joignons B avec L et avec C. Comme CB eft alors perpendiculaire à la furface AB, et que le rapport BL : LC, c'eft-à-dire TL : LC, eft égal à l'indice de réfraction, BL fera le rayon réfracté correfpondant au rayon OB, parallèle à la droite AC. On voit ainfi que les rayons réfractés provenant de ce rayon-là et de tous ceux qui feront fitués plus près de l'axe, coupent l'axe en des points éloignés du point Q à une diftance plus petite que l'intervalle donné. Et pour cette raifon Q fera le point de concours des rayons réfractés, ce qu'il s'agiffait de trouver.

Proposition IX.

Problème 6.

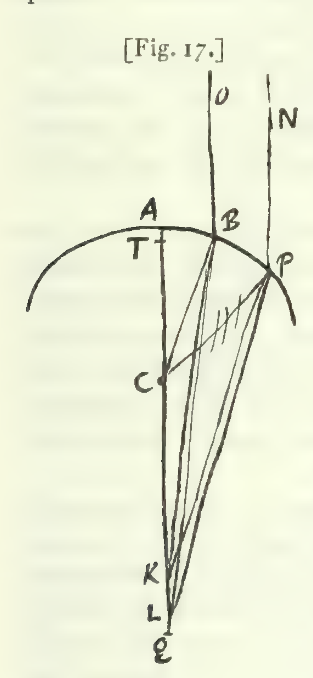
Étant donnée la furface fphérique convexe d'un corps

Secundo loco oſtendetur radiorum axi AC propiorum refractiones propius accedere ad punctum Q quam remotiorum. Sit enim radius OB dictæ AC propior quam radius NP, atque hujus refractio ſit PK. Et jungantur CP, KB. Eâdem igitur ratione qua modò, et BL ad LC et PK ad KC habebit proportionem refractionis *. Eſt autem BK major quam PK. Ergo major ratio BK ad KC quam PK ad KC, hoc eſt, quam BL ad LC. Angulus autem BCL neceſſario eſt obtuſus, cui utraque linearum BL, BK ſubtenditur. Ergo major erit CL quam CK *. Atque ita apparet, refractionem radij OB propius concurrere ad punctum Q quam refractionem radii NP.

* [Prop. II].

* [Lem. 2.]

[Fig. 17.]



Denique oſtendemus aliquos radios refractos convenire cum AC ad punctum quolibet dato intervallo minus diſtans à puncto Q. Sit enim primò quilibet radius parallelus incidens NP, et refractio ejus PK, et ſumatur inter K et Q punctum L dato intervallo propinquius puncto Q. Quam autem rationem habet CQ ad QA, eam habeat CL ad LT, et jungatur PL. Quoniam igitur angulus PCL obtuſus eſt, et CL major quam CK, erit minor ratio PL ad LC quam PK ad KC *. Eſt autem ratio PK ad KC eadem quæ refractionis, quia PK ponitur eſſe refractio radij NP. Ergo cum ratio PL ad LC ſit minor quam PK ad KC, eadem quoque minor erit ratione TL ad LC, nam per conſtr. eſt TL ad LC ut AQ ad QC, hoc eſt, ut PK ad KC. Igitur PL minor quam TL. Sed TL minor eſt quam AL; eſt enim CT minor quam CA, quia CL minor quam CQ. Ergo circumferentia deſcripta centro L, radio LT, neceſſe eſt ut ſecet circumferentiam AP inter A et P. Secet ergo in B, et ducatur BO parallela AC, jungantur BL, CB. Quia igitur CB ad ſuperficiem AB perpendicularis eſt, habetque BL hoc eſt TL ad LC proportionem refractionis, erit BL refractio radij OB, rectæ AC paralleli. Itaque patet et hujus radij, et omnium qui ab axe AC minus diſtabunt refractiones concurrere ad puncta dato intervallo minus remota à puncto Q. Et ob hæc quidem erit Q punctum concurſus radiorum refractorum, quod invenire oportebat.

* [Lem. 1.]

[Propositio IX.]

Problema [6].

Data diaphani ſuperficie ſphærica convexa cui paralleli

transſparent, ſur laquelle tombent du dedans des rayons parallèles, trouver le point de concours des rayons réfractés[1]).

Soit AB [Fig. 18] la ſurface convexe, et C ſon centre où paſſe CA parallèle aux rayons incidents. Prolongeons cette droite jusqu'en R, et ſoit le rapport CR : RA égal à l'indice de réfraction. Je dis que R eſt le point de concours cherché.

Nous démontrerons donc en premier lieu qu' aucun rayon réfracté ne rencontre le prolongement de CA au-delà du point R. En effet, ſoit BL le rayon réfracté provenant du rayon OB parallèle à la droite CA. Joignons B et C. Comme CB eſt perpendiculaire à la ſurface AB, et CL parallèle au rayon OB, le rapport CL : LB ſera égal à l'indice de réfraction *, c'eſt-à-dire à CR : RA. Mais LA < LB. Par conſéquent, on aura CL : LA > CL : LB, c'eſt-à-dire > CR : RA, et, par partage, CA : AL > CA : AR. Donc AL < AR, et il eſt clair que le rayon réfracté provenant du rayon OB coupe l'axe en-deçà du point R.

* Prop. III.

Il faut faire voir en ſecond lieu que les rayons réfractés provenant de rayons ſitués plus près de la droite CA coupent l'axe plus près du point R. Soit donc le rayon OB plus près de CA que le rayon NP, et ſoit PK le rayon réfracté provenant du rayon NP. Joignons les points B et K d'une part, C et P d'autre part. Le rapport CK : KP ſera donc égal à l'indice de réfraction, et le rapport CL : LB de même. Mais comme KB < KP, on aura CK : KB > CK : KP, c'eſt-à-dire > CL : LB. Et les angles CBL et CBK ſont néceſſairement obtus. On aura donc CL > CK, ce qui démontre notre propoſition.

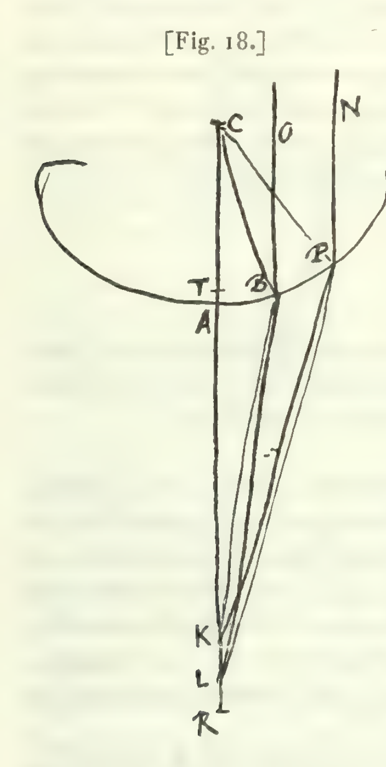
Il faut enfin démontrer qu'un des rayons réfractés coupe le prolongement de CA en un point éloigné du point R à une diſtance plus petite qu' un intervalle donné. Soit NP l'un quelconque des rayons parallèles et PK le rayon réfracté qui y correſpond. Prenons un point L entre K et R, tel que LR ſoit inférieure à l'intervalle donné. Soit le rapport CL : LT égal à l'indice de réfraction, c'eſt-à-dire à CR : RA. Vu qu'alors AL < AR, on aura CA : AL > CA : AR. Et, par compoſition, CL : LA > CR : RA, c'est-à-dire > CL : LT; d'où l'on tire LT > LA. Joignons les points L et P. Alors, comme l'angle CPK est obtus et que CL eſt par hypothèſe plus grande que CK, l'angle CPL ſera également obtus: et partant on aura CK : KP > CL : LP*. Or, CK : KP = CL : LT, car ces rapports ſont chacun égal à l'indice de réfraction. Par conſéquent, CL : LT > CL : LP et LT < LP. Mais on a démontré que cette même longueur LT eſt plus grande que LA. Si l'on décrit du centre L et avec le rayon LT une circonférence, celle-ci

* Lem. 3.

[1]) Voir la note 1, p. 33 du Tome présent. Dans le cas présent on doit substituer R = — AC, $n = n_1^{-1}$, où n_1 désigne l'indice de réfraction du milieu le plus dense. On trouve alors d'après la formule mentionnée; AR = AC : (n_1 — 1); c'est-à-dire CR = n_1 . CA.

radij intrinſecus occurrant, invenire punctum concurſus refractorum [1]).

[Fig. 18.]



Sit ſuperficies convexa AB, centro C, per quod ducta ſit CA radijs incidentibus parallela. Producatur ea ad R, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Dico R eſſe punctum concurſus quæſitum.

Primùm ergo demonſtrabimus nullius refractionem radij convenire cum producta CA ultra punctum R. Sit enim radij OB ipſi CA paralleli refractio BL, et jungatur BC. Ergo cum CB ad ſuperficiem AB perpendicularis ſit, et CL parallela radio OB, habebit CL ad LB proportionem refractionis *, hoc eſt, eam quam CR ad RA. Sed LA minor eſt quam LB. Igitur CL ad LA majorem habebit rationem quam ad LB, hoc eſt quam CR ad RA: Et dividendo CA ad AL majorem quam CA ad AR. Ergo AL minor quam AR. patetque radij OB refractionem concurrere citra punctum R. * [Prop. III].

Porro oſtendendum eſt radiorum rectæ CA propinquiorum refractiones propius pervenire ad punctum R. Sit itaque radius OB quam NP propior CA, et refractio radij NP ſit PK; et jungantur BK, CP. Habebit igitur CK ad KP refractionis proportionem * æque ac CL ad LB. quia autem KB minor eſt quam KP, erit major ratio CK ad KB quam CK ad KP, hoc eſt, quam CL ad LB. Suntque anguli CBL, CBK uterque neceſſario obtuſi. Ergo major erit CL quam CK, ex quo propoſitum patet. * [Prop. III].

Denique eſt oſtendendum, alicujus radij refractionem occurrere CA productæ in puncto, quod dato quolibet propius ſit puncto R. Sit aliquis è parallelis radijs NP, cujus refractio PK: Et ſumatur punctum L inter K et R, dato intervallo propius puncto R, et habeat CL ad LT rationem refractionis, eandem nempe quam CR ad RA. Quia ergo AL minor eſt quam AR, erit CA ad AL ratio major quam CA ad AR. Et componendo major ratio CL ad LA quam CR ad RA, hoc eſt quam CL ad LT. Quare LT major erit quam LA. Jungatur LP. Itaque quia angulus CPK eſt obtuſus, et ponitur CL major quam CK, erit quoque obtuſus angulus CPL: ac proinde major ratio CK ad KP quam CL ad LP *. Ut autem CK ad KP ita eſt CL ad LT, nam utraque eſt ratio eadem quam refractionis. Ergo major ratio CL ad LT quam CL ad LP, ac proinde LT minor quam LP. Sed eadem LT major eſt oſtenſa quam LA. Ergo ſi centro L, * [Lem. 3].

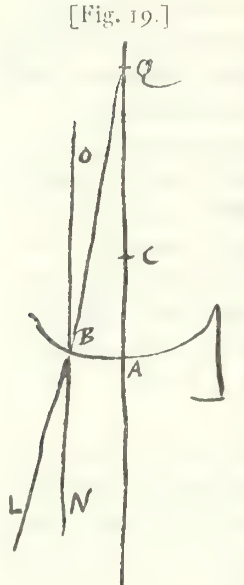
coupera donc la circonférence AP entre A et P, par exemple en B. Soit BO parallèle à AC. Joignons en outre le point B avec les points L et C. Comme alors CL : LT, c'eſt-à-dire CL : LB, eſt égal à l'indice de réfraction, et que CB eſt perpendiculaire à la ſurface AB, BL sera le rayon réfracté qui correſpond au rayon OB *). Il eſt donc démontré qu'un certain rayon réfracté, provenant d'un rayon parallèle à CA, coupe le prolongement de cette même droite AC en un point éloigné du point R à une diſtance plus petite qu'un intervalle quelconque donné. Pour ces raiſons le point R sera le point de concours cherché.

* Prop. III.

Proposition X.

Étant donnée la ſurface ſphérique concave d'un corps transparent ſur laquelle tombent du dehors des rayons parallèles, trouver le point de diſpersion des rayons réfractés [1]).

[Fig. 19.]



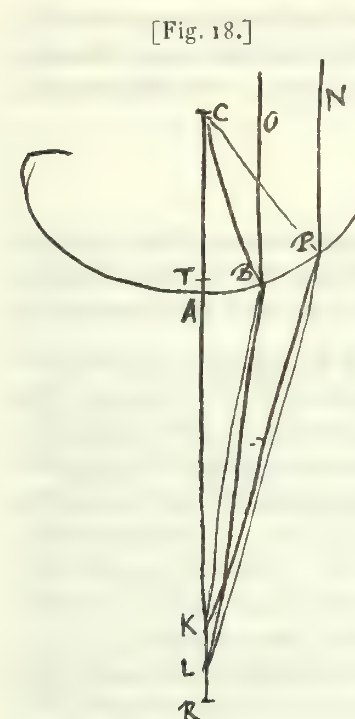
Soit AB la ſurface concave faiſant partie d'une ſphère à centre C. Sur cette ſurface tombent des rayons parallèles à la droite CA, tels que OB. Prolongeons AC et prenons un point Q tel que le rapport AQ: QC ſoit égal à l'indice de réfraction. Je dis que Q eſt le point de diſperſion cherché, autrement dit, que par la réfraction les rayons changent leur direction de telle manière qu'ils ſemblent provenir du point Q.

En effet, menons la droite QB et prolongeons-la du côté L; prolongeons auſſi le rayon OB du côté N. Alors, de même que, lorſque la ſurface AB eſt convexe, c'eſt-à-dire lorſque le corps tranſparent eſt ſitué du côté C, BQ eſt le rayon réfracté provenant du rayon NB *, de même ici, le corps tranſparent étant ſitué de l'autre côté, BL ſera le rayon réfracté provenant du rayon OB *, vu que BO eſt le prolongement de NB et BL celui de BQ. Il faut ſavoir pourtant que le rayon réfracté BL et tous les autres rayons réfractés, lorſqu' on les prolonge en ſens inverſe, ne coupent pas l'axe au point Q lui-même, mais un peu en-deçà de ce point, parce que le rayon réfracté provenant du rayon NB, conſidéré comme rayon incident tombant ſur une ſurface convexe, coupe lui auſſi l'axe en-deçà du point Q *. Mais nous négligeons ici cette petite différence, comme je l'ai déjà dit plus haut [2]); cela tient à ce que nous conſidérons ſurtout les rayons qui ſont ſitués à une faible diſtance de l'axe AC.

* Prop. VIII.
* Prop. I.
* Prop. VIII.

Il reſſort manifeſtement de cette propoſition, que les rayons qui ſe dirigent vers

[Fig. 18.]



ſemidiametro LT circumferentia deſcribatur, ea ſecabit circumferentiam AP inter A et P. Secet in B puncto, et ſit BO parallela AC, et jungantur LB, BC. Quia ergo CL ad LT, hoc eſt, ad LB habet proportionem refractionis, eſtque CB ad ſuperficiem AB perpendicularis, erit BL refractio radij OB *. Quare oſtenſum eſt alicuius radij rectæ CA paralleli refractionem concurrere cum eadem AC producta, in puncto quod dato quolibet intervallo minus abſit à puncto R. Atque ob haec erit R punctum concurſus quæſitum. * [Prop. III].

Propositio [X].

Data diaphani ſuperficie ſphærica cava in quam radij paralleli extrinſecus incidant, invenire punctum diſperſus refractorum [1]).

Sit [Fig. 19] ſuperficies cava AB ex ſphæra cujus centrum C, incidantque in eam radij rectæ CA paralleli ut OB. Producatur AC, et habeat AQ ad QC proportionem eam quæ eſt refractionis. Dico Q eſſe punctum diſperſus quæſitum: hoc eſt, radios ita refractione inflecti ut pergant tanquam ex puncto Q promanantes.

Jungatur enim QB et producatur verſus L, et radius OB verſus N. Itaque ſicut ſuperficie AB convexa exiſtente, id eſt, diaphano ad partem ubi eſt C collocato, radij NB refractio eſt BQ *: ita hìc ubi diaphanum ad contrariam partem ſitum eſt, erit radij OB refractio BL *, quia BO eſt in directum ipſi NB, et BL ipſi BQ. Sciendum tamen refractionem BL atque omnes alias retro productas non ad ipſum punctum Q concurrere, ſed paulo citra, quoniam etiam radij NB in convexam ſuperficiem incidentis refractio citra punctum Q cum axe AC concurrit *. Verum exiguum diſcrimen pro nullo hìc habemus, ſicut ſupra jam admonui [2]); quia videlicet illos radios præcipuè reſpicimus qui proximi ſunt axi AC. * [Prop. VIII]. * [Prop. I]. * [Prop. VIII].

Manifeſtum autem eſt ex propoſitione hac, radios tendentes ad punctum

---

[1]) Voir la note 1, p. 33 du Tome préſent. Dans ce cas-ci il faut ſubſtituer dans la formule générale: $R = -AC$; $f = -AQ$.

[2]) Voir, p. 16—19 du Tome préſent, les explications qui précèdent à la Prop. IV.

le point Q, tels que LB, et qui tombent du dedans fur la furface concave AB, deviennent après la réfraction parallèles à l'axe AC. Car fi le rayon réfracté, provenant du rayon OB, eft BL, alors BO fera auffi le rayon réfracté provenant du rayon LB.

Proposition XI.

Étant donnée la furface fphérique concave d'un corps tranfparent, fur laquelle tombent du dedans des rayons parallèles, trouver le point de difperfion des rayons réfractés [1]).

[Fig. 20.]

Sur la furface concave AB, dont C eft le centre, tombent des rayons parallèles à la droite AC, tels que OB. Prolongeons CA, et prenons un point R tel que le rapport CR : RA foit égal à l'indice de réfraction. Je dis que R eft le point de difperfion cherché.

En effet, joignons R et B et prolongeons RB du côté L; prolongeons auffi OB du côté N. Si la furface AB était convexe, le rayon NB ferait réfracté fuivant BR *. De même, cette furface étant concave, BL fera le rayon réfracté provenant du rayon OB *, vu que OBN et RBL font des lignes droites.

* Prop. IX.

* Prop. I.

On voit par là que les rayons qui fe dirigent vers R, tels que LB, font réfractés de telle maniere par la furface concave AB, qu'ils deviennent parallèles à la droite AC. Car BL étant le rayon réfracté provenant du rayon OB, BO fera le rayon réfracté provenant de LB.

Définition.

Nous dirons que les rayons incidents ou les rayons réfractés correfpondent au point vers lequel ils fe dirigent ou dont ils proviennent ou femblent provenir.

Proposition XII.

Étant donnée la furface fphérique convexe ou concave d'un corps tranfparent et le point auquel correfpondent les rayons qui tombent fur cette furface; conftruifons fur l'axe, qui paffe par le centre et par le point donné, une quatrième proportionnelle à trois longueurs ayant chacune une extrémité en ce point. La première de ces longueurs eft la diftance du point donné au point auquel correfpondraient les rayons réfractés provenant de rayons parallèles à l'axe venant de l'autre côté. La feconde eft la diftance du point à la furface

Q, ut LB, incidentesque intrinsecus in superficiem cavam AB, refractione facta, evadere parallelos axi AC. Nam si radij OB refractio est BL, erit et radij LB refractio BO.

Propositio [XI].

Data diaphani superficie sphærica cava, in quam radij paralleli intrinsecus incidant, invenire punctum dispersus refractorum [1]).

Ad superficiem cavam AB [Fig. 20] cujus centrum C, accidant radij paralleli rectæ AC, ut OB. Producatur CA, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Dico R esse punctum dispersus quæsitum.

Jungatur enim RB et producatur versus L, itemque OB versus N. Si igitur superficies AB esset convexa, radius NB refringeretur in BR *. Itaque eâdem cava existente, erit quoque radij OB refractio BL *, quandoquidem OBN, RBL sunt lineæ rectæ. * [Prop. IX.] * [Prop. I.]

Hinc vero manifestum est radios ad R tendentes ut LB, ita refringi ad eandem cavam superficiem AB, ut postea fiant rectæ AC paralleli. Nempe quia BL est refractio radij OB, etiam BO erit refractio radij LB.

Definitio.

Pertinere ad punctum illud radij vel radiorum refractiones dicuntur, ad quod tendunt, vel a quo exeunt, vel ad quod eo modo se habent, ac si inde prodijssent.

Propositio [XII].

Data diaphani sphærica superficie convexa, vel cava, et puncto, ad quod pertinentes radij superficiei dictæ occurrant; si tribus ab illo puncto distantijs quarta proportionalis constituatur, in axe qui per centrum superficiei et punctum ipsum transit; quarum distantiarum prima sit à puncto dato ad illud quo pertinerent refractiones radiorum axi parallelorum à contraria parte advenientium; secunda ad superficiem refringentem, tertia ad centrum illius; terminus quartæ

[1]) Voir toujours la note 1, p. 33 du Tome présent; où on doit substituer dans la formule générale: $R = AC$; $f = - AR$; $n = n_1^{-1}$ pour obtenir la relation: $AR = AC : (n_1 - 1)$; c'est-à-dire $CR = n_1\, AR$.

réfringente. La troisième est la distance au centre de cette surface. La quatrième s'étendra alors jusqu'au point qui correspond aux rayons réfractés. Cette quatrième distance doit être prise à partir du point donné dans un sens tel que toutes les quatre soient dans le même sens ou bien deux dans un sens, deux dans l'autre[1]).

Nous diviserons ce Théorème en huit parties, car la surface sphérique est convexe ou concave, et dans chacun de ces deux cas les rayons peuvent venir du dehors ou du dedans; ils peuvent en outre venir d'un point donné ou bien se diriger vers un point donné. Et dans la plupart des huit parties il y a encore lieu de distinguer plusieurs cas.

Première partie.

La surface est convexe et les rayons qui partent du point donné tombent du dehors sur la surface.

Soit [Fig. 21] AB la surface sphérique convexe du corps transparent, et C son centre. Soit D le point d'où partent les rayons tels que DB qui tombent sur cette surface. Menons une droite par les points D et C et prenons sur elle un point R tel que le rapport CR : RA soit égal à l'indice de réfraction. R est donc le point de concours des rayons parallèles venant de l'autre côté*. Or, le point D pourra être à plus grande ou bien à plus petite distance de la surface convexe que le point R; car s'il coincide avec R, les rayons qui en partent seront estimés parallèles, ainsi qu'il résulte de la prop. IX; en effet, cela se tire de ce que, comme nous l'avons dit, des rayons parallèles qui viennent du côté C se dirigent, après avoir traversé la surface AB, vers le point R. Soit donc d'abord le point D à plus grande distance de la surface que le point R, et comme DR est la première des distances dont nous avons parlé, DA la seconde et DC la troisième, faisons en sorte qu'on ait DR : DA = DC : DS. Je dis que S sera le point de concours des rayons provenant du point D. En effet, nous démontrerons d'abord qu'aucun rayon réfracté ne rencontre l'axe AC au-delà du point S, et cela de la façon suivante. Soit BL le rayon réfracté provenant d'un rayon quelconque DB. Tirons

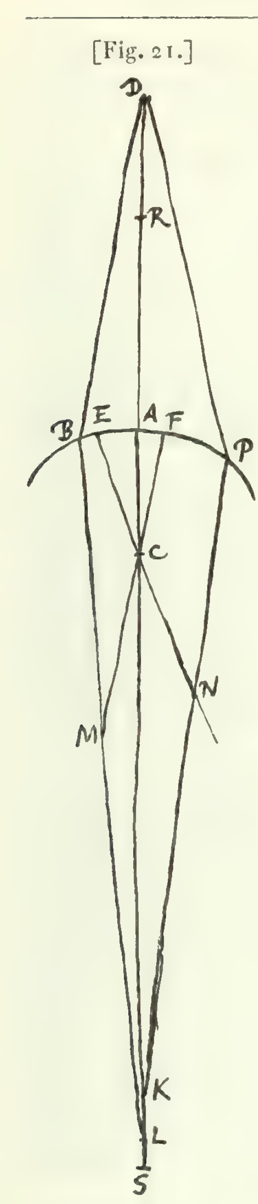
* Prop. IX.

[1]) Soient, pour le premier et le second milieu, d_1 et d_2 les distances, jusqu'à la surface de séparation, des points de concours des rayons, comptées positivement quand ces points se trouvent dans le même milieu avec les rayons auxquels ils appartiennent; soit de plus f_1 la distance focale pour les rayons parallèles partant du second milieu, laquelle est considérée comme positive quand le foyer se trouve dans le premier milieu; soit enfin R le rayon de la surface sphérique de séparation, compté positivement quand la surface est convexe vers le premier milieu. On a alors d'après la proposition présente:

$$(d_1 - f_1) : d_1 = (d_1 + R) : (d_1 + d_2).$$

Or, d'après la Prop. IX, $f_1 = R : (n - 1)$; où n désigne l'indice de réfraction du second

[Fig. 21.]



distantiæ erit punctum quo pertinebunt radij refracti. Hæc autem quarta distantia in eam dati puncti partem sumenda est, ut vel omnes eodem versus habeantur, vel binæ utrimque[1]).

Hoc Theorema in partes octo distribuemus, nam superficies sphærica vel convexa est vel cava, et utrique vel extrinsecus, vel intrinsecus radij occurrunt, et vel a dato, vel ad datum punctum tendentes. Partes vero pleræque suos casus habebunt.

Pars i.

Cum superficies est convexa, et a puncto venientes radij extrinsecus in eam deferuntur.

Esto diaphani superficies sphærica convexa AB, cujus centrum C, et punctum D a quo venientes radij in illam deferantur ut DB. Agatur recta per DC, inque ea signetur punctum R, ita ut CR ad RA habeat proportionem refractionis. Est igitur R punctum concursus radiorum parallelorum à contraria parte venientium *. Punctum autem D aut magis aut minus à convexo distabit quam punctum R; nam si in ipsum R incidit, radij ab illo venientes pro parallelis habentur, ut ex. prop. [IX] manifestum est; quia nempe uti diximus paralleli ex parte C venientes a superficie AB detorquentur ad punctum R. Primò igitur sit punctum D remotius quam R, et quandoquidem DR est prima dictarum distantiarum, DA secunda, DC tertia, fiat ut DR ad DA ita DC ad DS. Dico S fore punctum concursus radiorum ex D procedentium. Nam primùm quidem, nullius radij refractionem cum axe AC ultra punctum S convenire, sic ostendemus. Sit radij cujusvis DB refractio BL, et ducatur CM parallela DB, et producatur versus C

* [Prop. IX].

milieu par rapport au premier. En substituant cette valeur de f_1 dans la proportion obtenue on arrive facilement à la formule bien connue:

$$\frac{n}{d_2}+\frac{1}{d_1}=\frac{n-1}{R};$$

avec laquelle la relation de Huygens se trouve donc être équivalente.

CM parallèle à DB et prolongeons-la du côté C jusqu' à ce qu'elle rencontre la surface AB en F. Vu qu' alors FM qui passe par le centre de la surface convexe est parallèle au rayon DB, et que BM est le rayon réfracté qui y correspond, il est certain que FM sera plus petite que CR * [1]), et CM par conséquent plus petite que AR. Or, DB > DA. On a donc DB : CM ou DL : LC > DA : AR; et, par conversion, LD : DC < AD : DR ou SD : DC. Par conséquent, DL sera plus petite que DS. On voit donc que BL, le rayon réfracté qui provient du rayon DB, coupe l'axe AC en-deçà du point S, et qu'il en est de même pour tous les autres rayons.

* Prop. VIII.

Nous démontrerons en second lieu que les rayons qui sont à plus petite distance de l'axe AC, se rapprochent davantage du point S, après avoir été réfractés. Supposons que le rayon DP est plus éloigné de l'axe que le rayon DB, et soit PK le rayon réfracté qui y correspond. Menons la droite CN parallèle à DP; cette parallèle rencontre la surface en E. L'angle ADP ou ACE est alors plus grand que l'angle ADB ou ACF. Mais la partie AP de la circonférence est aussi plus grande que AB. Ainsi l'arc EP sera à plus forte raison plus grand que l'arc FB. Il est donc évident que le point de concours du rayon DP réfracté avec la droite ECN est plus rapproché du centre C que le point de concours du rayon DB réfracté avec la droite FM *. Par conséquent, CN < CM. Mais DP > DB. On aura donc DP : CN ou DK : KC > DB : CM ou DL : LC. Et, par partage, DC : CK > > DC : CL. Donc CK < CL, ce qu'il fallait démontrer.

* Prop. VIII.

Enfin on peut démontrer que certains rayons réfractés coupent l'axe AC en des points éloignés du point S à une distance plus petite qu'un intervalle quelconque. En effet, on a DL : LC = DB : CM et l'on peut obtenir, en rapprochant le rayon DB de l'axe DAC, que la différence entre DB et DA devienne plus petite qu'une longueur quelconque donnée; il en sera de même de la différence entre CM et AR; car l'excès de AR sur CM sera d'autant plus petit que l'arc BF sera plus petit. Il paraît donc qu'on peut obtenir que le rapport DB : CM, c'est-à-dire DL : LC diffère aussi peu qu'on le voudra du rapport DA : AR. Et partant, par conversion, on obtiendra que la valeur du rapport LD : DC se rapproche autant qu'on le voudra de celle du rapport AD : DR ou SD : DC. Et ainsi DL sera à peu près égale à DS, c'est-à-dire le point L où le rayon DB coupe l'axe AC sera aussi près qu'on le voudra du point S. Pour ces raisons S sera le point de concours des rayons qui proviennent du point D.

Soit maintenant [Fig. 22] le point donné D situé entre les points A et R. Faisons de nouveau DR : DA = DC : DS, la distance DS étant portée dans le sens DR, et non pas dans le sens DC. Je dis que les rayons qui tombent du point D sur la

[1]) En identifiant la droite FM avec l'axe AK de la figure 17 (p. 33), il est clair, d'après la proposition VIII, que le point M doit se trouver en-deçà du foyer des rayons parallèles à FM. Mais, par construction, la distance de ce foyer au point F est égale à CR.

quouſque occurrat ſuperficiei AB in F. Cum igitur FM per centrum convexi ducta ſit parallela radio DB, ſitque refractio hujus BM, conſtat FM minorem fore quam CR*[1]), et CM proinde minorem quam AR. DB autem major eſt quam DA. Itaque major ratio DB ad CM, hoc eſt, DL ad LC, quam DA ad AR; ideoque per converſionem rationis minor ratio LD ad DC quam AD ad DR, hoc eſt, quam SD ad DC. Ergo DL minor erit quam DS. Patet igitur radij DB refractionem BL convenire cum axe AC citra punctum S, ac proinde reliquorum quoque omnium. * [Prop. VIII].

[Fig. 21.]

Deinceps demonſtrabimus radios eos qui minus diſtant ab axe AC, refractos propius accedere ad punctum S. Eſto radius DP remotior quam DB, et refractio illius ſit PK. Ducatur CN parallela DP, et occurrat ſuperficiei in E. Angulus itaque ADP, hoc eſt ACE major eſt quam ADB ſive ACF. Sed et circumferentiæ pars AP major eſt quam AB. Itaque arcus EP major omnino erit arcu FB. Quare conſtat concurſum radij DP refracti cum recta ECN propiorem eſſe centro C quam concurſum radij DB refracti cum recta FM*. Ergo CN minor quam CM. Sed DP major eſt quam DB. Ergo major ratio DP ad CN, hoc eſt, DK ad KC quam DB ad CM, hoc eſt, quam DL ad LC. Et dividendo, major DC ad CK, quam DC ad CL. Ergo CK minor quam CL, quod oſtendere oportebat. * [Prop. VIII].

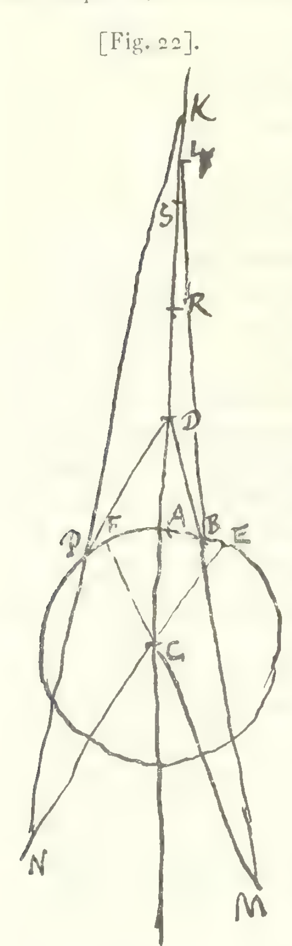
Denique aliquos radios refractos cum axe AC concurrere ad puncta quolibet intervallo propiora puncto S hinc erit manifeſtum. Etenim quia DL eſt ad LC ut DB ad CM, poteſtque fieri appropinquando radium DB ad axem DAC ut differentia inter DB et DA ſit qualibet data minor, ut et ea quæ eſt inter CM et AR; nam exceſſus AR ſuper CM eo minor erit quo minor fuerit arcus BF; apparet fieri poſſe ut ratio DB ad CM, hoc eſt DL ad LC quamlibet proxime eadem evadat quæ DA ad AR; ac proinde per converſionem rationis ratio LD ad DC quamlibet proxime eadem quæ AD ad DR, hoc eſt quam SD ad DC. Atque ita DL proximè æqualis DS. hoc eſt ut punctum L ubi radius DB convenit cum axe AC quamlibet propinquum fiat puncto S. Propter hæc igitur erit S punctum concurſus radiorum ex D manantium.

Eſto autem nunc punctum D [Fig. 22] inter A et R datum; et fiat rurſus ut DR ad DA ita DC ad DS; accipiatur autem DS non verſus C ſed verſus

ſurface AB changent de direction après la réfraction de telle manière qu'ils ſemblent provenir du point S, en d'autres termes, S ſera, diſ-je, le point de diſperſion des rayons réfractés.

En effet, nous démontrerons d'abord que tous les rayons réfractés dont nous avons parlé, rencontrent l'axe, lorſqu'on les prolonge en ſens inverſe, à une diſtance plus grande que AS du point A. Soit DB un rayon incident et BM le rayon réfracté qui y correſpond, lequel prolongé en ſens inverſe coupe l'axe AC en L. Bien entendu, il faut que DB ſoit plus petite que les deux tiers de DC [1]), pour que le rayon réfracté BM prolongé en ſens inverſe coupe l'axe AC; s'il en était autrement, ce rayon ſerait parallèle à l'axe ou il le couperait après avoir été prolongé dans le ſens direct, comme cela reſſort de ce qui a été démontré plus haut (prop. IX) [2]). Donc, CM étant menée parallèle à DB, on aura de nouveau, comme dans le cas précédent, $CM < AR$. Mais $DB > DA$; c'eſt pourquoi $DB : CM$ ou $DL : LC > DA : AR$. Et, par inverſion, $CL : LD < RA : AD$ et, par partage, $CD : DL < RD : DA$ ou $CD : DS$. C'eſt pourquoi $DL > DS$. Par conſéquent, le point de rencontre L eſt plus éloigné du point A que le point S. Il faut obſerver qu'en prenant le point D fort près du point R on pourrait avoir $DB > CM$, et qu'ainſi les rayons réfractés provenant de certains rayons ſuffiſamment éloignés de l'axe le couperaient au-delà du point C [3]).

[Fig. 22].



On démontre de la même manière que dans le cas précédent que les rayons réfractés provenant de rayons plus rapprochés de l'axe AC, prolongés en ſens inverſe, coupent l'axe plus près du point S. Il n'y a entre cette démonſtration et celle du cas précédent que cette ſeule différence qu'après avoir démontré que $DK : KC > DL : LC$, nous en conclurons maintenant, par inverſion et par partage, que $CD : DK < CD : DL$, et, par conſéquent, que $CK > CL$, d'où l'on tire $DK > DL$.

Enfin on fait voir, de nouveau comme dans le cas précédent, que les rayons réfractés provenant de certains rayons incidents coupent l'axe en des points éloignés du point S à une diſtance plus petite qu'un intervalle quelconque donné. S ſera donc le point de diſperſion des rayons provenant du point D.

[1]) C'est-à-dire, en supposant l'indice de réfraction du verre égal à 3 : 2. Comparez la p. 13 du Tome présent.

R. Dico radios ex puncto D in superficiem AB incidentes post refractionem ita inflecti quasi venirent ex puncto S, sive S fore punctum dispersus radiorum refractorum.

Etenim primo ostendemus omnes dictas refractiones retro productas concurrere longius ab A quam sit punctum S. Sit radius incidens DB, ejusque refractio BM, quæ producta retro occurrat axi AC in L. Oportet autem DB minorem esse duabus tertiis DC[1]), ut refractio BM retro producta conveniat cum axe AC, nam alioqui vel parallela illi fieret, vel occurreret prorsum producta, ut manifestum est ex demonstratis prop. [IX] [2]). Ducta igitur CM parallela DB, erit rursus, sicut in casu præcedenti CM minor quam AR; at DB major quam DA; ideoque major ratio DB ad CM, hoc est, DL ad LC, quam DA ad AR; Et invertendo minor CL ad LD quam RA ad AD; et dividendo minor CD ad DL quam RD ad DA, hoc est, quam CD ad DS. Quare DL major quam DS. ideoque occursus L ulterius distat ab A quam punctum S. *Sumpto autem puncto D valde propinquo ipsi R posset fieri DB major quam CM, et sic refractio radiorum quorundam ab axe remotiorum concurrere simul cum axe ultra punctum C* [3]).

Porro quod radiorum axi AC propiorum refractiones retro productæ propius concurrunt ad punctum S, demonstratur quemadmodum in casu præcedenti; nisi quod hîc, ubi ostenderimus majorem esse rationem DK ad KC quam DL ad LC, inde sequatur, invertendo et dividendo, rationem CD ad DK minorem esse quam CD ad DL, ideoque CK majorem esse quam CL, unde DK major quam DL.

Denique aliquorum radiorum refractiones quolibet intervallo propius concurrere ad punctum S eodem quoque modo ostenditur atque in casu priori. Erit igitur S punctum dispersus radiorum ex D promanantium.

---

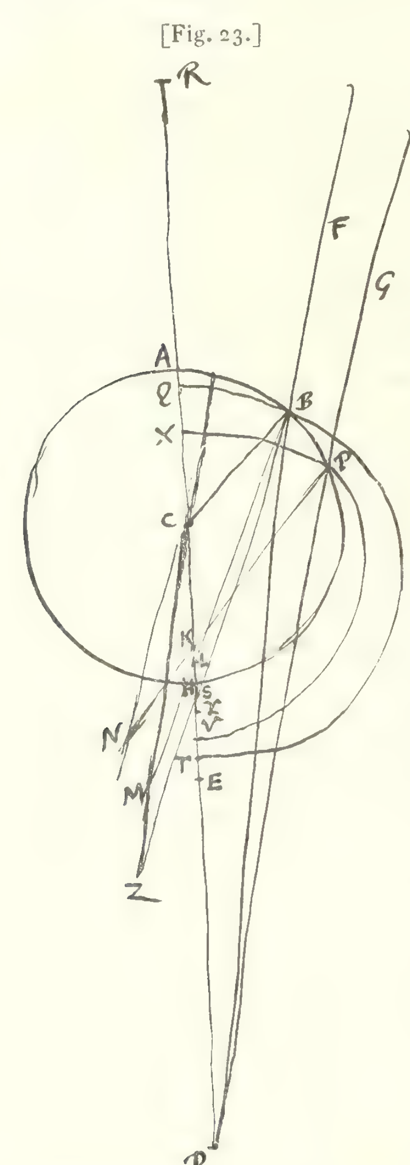
[2]) Supposons que le rayon réfracté BM coupe, en effet, la droite CR en un point L, situé sur le prolongement de CA. Soit D′ (pas marqué dans la figure) un point choisi de manière à ce que le rayon D′B soit réfracté selon une parallèle BL′ à l'axe AC. Il faut alors qu'on ait AD′ > AD, puisque l'angle de BL′ avec la normale CB est plus petit que celui de BL avec CB, et qu'il doit donc en être de même pour les angles de DB et D′B avec cette même normale. Or, d'après le second alinéa de la démonstration de la Prop. IX on a $\frac{D'C}{D'B} = n$; donc, d'après le lemme 3 (p. 29 du Tome présent), $\frac{DC}{DB} > n$, ou bien $DB < \frac{1}{n} DC$, c'est à dire, dans le cas du verre, $DB < \frac{2}{3} DC$. Pour que BM coupe l'axe sur le prolongement de CA il faut donc qu'on ait $DB < \frac{1}{n} DC$ et la réciproque se démontre de la même façon.

[3]) Les mots cursivés au côté latin manquent dans la copie de Niquet. Quant au cas mentionné on a vu qu'il se présentera dès que $DB > \frac{1}{n} DC$. Or, puisque D a été pris entre A et R, on aura toujours $\frac{DA}{DC} < \frac{RA}{RC} = \frac{1}{n}$; donc ce cas ne pourra se réaliser que pour des rayons qui font, partant d'un point donné D, avec l'axe un angle plus grand qu'un certain angle minimal qui toutefois deviendra de plus en plus petit à mesure que le point D se rapproche du point R.

Deuxième Partie.

La furface eft convexe et les rayons qui fe dirigent vers le point donné tombent du dehors fur cette furface.

[Fig. 23.]



Soit donnée la furface convexe AB du corps tranfparent et le point D où fe dirigent des rayons tels que FB et GP, au moment où ils tombent du dehors fur la dite furface. Soit C le centre de courbure, et DCA une droite paffant par ce centre. Prolongeons DA, et prenons un point R tel que le rapport CR : RA foit égal à l'indice de réfraction. R fera donc le point de concours des rayons parallèles venant de l'autre côté.

Conftruifons enfuite une quatrième proportionnelle DS à DR, DA et DC. Je dis que S eft le point auquel correfpondent les rayons réfractés qui fe dirigeaient avant la réfraction vers le point D.

La conftruction eft univerfelle, la même pour tous les cas; mais pour la démonftration, il faut faire une différence entre trois cas. Car le rapport de DC au rayon CH eft plus grand que l'indice de réfraction, ou plus petit, ou égal à cet indice. Et dans ce dernier cas il mérite d'être remarqué que tous les rayons fe réuniffent exactement au point unique S, comme je l'ai déjà remarqué il y a longtemps, lorfque j'indiquais que dans un cas particulier une des ovales, que Descartes avait imaginées pour réunir les rayons, fe réduit à une circonférence de cercle, ce que Franc. van Schooten a inféré dans fes Commentaires fur la géométrie de Defcartes [3]).

Parcourons par ordre [4]) les trois cas que j'ai nommés. Soit d'abord [Fig. 23] le point D fitué de telle manière que le quotient DC : CH foit fupérieur à l'indice de réfraction, c'eft-à-dire plus grand que CR : RA. Et foit S le point trouvé de la manière que nous venons d'indiquer. Suppofons que le rayon réfracté provenant d'un rayon quel-

Pars 2.

Cum ſuperficies convexa eſt, et ad punctum tendentes radij extrinſecus illi occurrunt.

Eſto data convexa diaphani ſuperficies AB, et punctum D, quo tendentes radij ut FB, GP, exterius incidant in dictam ſuperficiem. Centrum autem convexitatis ſit C, per quod ducta ſit recta DCA. Producatur DA, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Erit ergo R concurſus parallelorum à contraria parte venientium.

Deinde tribus hiſce DR, DA, DC, inveniatur quarta proportionalis DS. Dico punctum S eſſe quo pertinent radij refracti ad D tendentes.

Et conſtructio quidem univerſalis eſt ad omnes caſus pertinens; in demonſtratione autem triplex ſpectanda eſt differentia. Nam DC ad radium CH vel majorem rationem habet quam ſit refractionis ratio, vel minorem, vel eandem. Atque hoc ultimo caſu *animadverſione dignum eſt* radios omnes perfectè *coire* [1]) ad punctum unum S [2]), *ut jam olim adverteram cum Ovalem quandam ex ijs quas Carteſius excogitaverat ad colligendos radios uno caſu circulum fieri admonui; quod ſuis in Carteſij geometriam commentarijs Franc. Schotenius inſeruit* [3]).

Ut autem tres quos diximus caſus ordine [4]) *perſequamur*, ſit primo [Fig. 23] punctum D ita poſitum, ut major ſit ratio DC ad CH, ratione refractionis, hoc eſt quam CR habet ad RA. Sitque S punctum repertum eo modo quo diximus. Radius autem quilibet ut FB tendens ad punctum D, refractus conveniat cum

[1]) On trouve dans la copie de Niquet, et on lisait primitivement dans le manuscrit, comme début de cette phrase: „Atque hoc ultimo casu radij omnes perfectè coeunt".

[2]) Dans la copie de Niquet et dans la rédaction primitive du manuscrit, cette phrase se terminait simplement par: „ut postea videbimus". Tous les mots que nous avons cursivés au côté latin y manquent, et la phrase suivante commence par: „Sit autem primo", etc.

[3]) Voir la p. 270 de la seconde édition (de 1659) de l'ouvrage cité dans la note 1, p. 218 du T. I. Après avoir mentionné l'invention de Huygens, van Schooten ajoute „Quod se apertiùs in tractatu de Dioptricis demonstraturum suscepit, in quo multa egregia ac ingeniosè a se inventa, quæ huc spectant, brevi, si volet Deus, est exhibiturus." Ajoutons que cette découverte: que le cercle peut se présenter comme cas particulier des ovales de Descartes, fut une des premières faites par Huygens dans la science de la dioptrique. Il la communiqua à van Schooten dans la lettre du 29 octobre 1652 (Voir la p. 186 du T. I). D'ailleurs la circonstance particulière, que les rayons partant d'un point donné se réunissent exactement dans un autre, ne se rencontre pas seulement dans la „Partie" présente, elle va revenir dans la troisième, la cinquième et la huitième „Partie" (Voir les pp. 71, 73 et 79 qui suivent).

[4]) Toutefois Huygens n'a pas suivi exactement l'ordre qu'il avait indiqué, puisque entre les cas $DC : CH < n$ et $DC : CH = n$ il a intercalé comme un quatrième cas, différent des autres, celui où le point D est situé entre A et C. Consultez le haut de la p. 59 et la partie du texte, p. 61—63, qui se rapporte à la figure 26.

conque tel que FB, ſe dirigeant vers le point D, coupe l'axe en L après la réfraction. Alors je démontrerai d'abord que le point L tombe en-deçà du point S. Joignons B et S par une droite et prolongeons cette droite, ainſi que BL. Les deux droites prolongées couperont la droite CMZ parallèle au rayon FBD, la première en Z, la ſeconde en M. Prenons enſuite un point E tel qu'on ait DA : AS = DE : ES.

Vu qu' alors DC : CH ou DC : CA > CR : RA, on aura auſſi, par permutation, DC : CR > CA : AR. Et, par compoſition, DR : RC > CR : RA. Pour
* 33. 5 Élém. [1]) cette raiſon le rapport du reſte DC au reſte AC eſt plus grand que le rapport DR : RC *. Or, on a DR : RC = DA : AS. Car comme on a DR : DA = = DC : DS, on aura par permutation et par converſion de cette proportion DR : : RC = DA : AS. Par conſéquent, on a auſſi DC : CA > DA : AS. Or, DA : : AS = DE : ES; donc la ſomme de DA et DE eſt à celle de AS et SE, c'eſt-à-dire à AE, comme DA eſt à AS. Par conſéquent, DC : CA ou DC : : CH > (AD + DE) : AE. Et, par partage, DH : HC > 2DE : EA. Et, en prenant le double du deuxième et du quatrième terme DH : HA > 2DE : 2EA ou DE : EA. Le point E tombe donc en-dehors de la circonférence ABH; par conſéquent, ſi l'on décrit une circonférence, ayant EA comme diamètre, le point
* Lem. 5. [2]) B ſera ſitué à l'intérieur de cette circonférence. Mais, DE : ES = DA : AS. Donc on aura DB : BS > DA : AS *. Or, DB : BS = CZ : ZS, et DA : AS = DR : : RC; cela a été démontré plus haut. On aura donc CZ : ZS > DR : RC. Or, le rapport DR : RC eſt compoſé des rapports DR : RA et RA : RC, et DR : RA = DC : CS, parce que nous avons pris le point S de telle façon que DR : DA = DC : DS. Le rapport CZ : ZS eſt donc plus grand que celui qui ſe compoſe des rapports DC : CS et RA : RC. Or, le rapport CZ : ZS eſt égal au produit des rapports CZ : ZB et ZB : ZS. Le produit de ces deux derniers rapports ſera donc plus grand que le produit des rapports DC : CS et RA : RC. C'eſt pourquoi, ſi l'on diviſe les deux produits par BZ : ZS et DC : CS reſpectivement, leſquels rapports ſont égaux entre eux, le rapport CZ : ZB ſera encore
* Prop. II. [3]) plus grand que le rapport RA : RC. Et, par inverſion, BZ : ZC < CR : RA. Or le rapport CR : RA, égal à l'indice de réfraction, eſt égal à BM : MC *, vu que BM eſt le rayon réfracté provenant du rayon FB, auquel on a mené la parallèle CM. Par conſéquent, BZ : ZC < BM : MC. Or l'angle BCZ, étant égal à
* Lem. 2. [4]) l'angle FBC, eſt néceſſairement obtus; et chacune des lignes BM, BZ eſt oppoſée à cet angle. On aura donc CM < CZ *, et par conſéquent l'angle CBM < CBZ.

[1]) Voir la note 4, p. 125 du T. XII.

[2]) Voir la p. 31 du Tome préſent. En effet, les points D, E, S, C de la figure 23 peuvent être identifiés respectivement avec les points A, C, B, D de la figure 16.

axe AC in L. Oſtendam igitur primo punctum L cadere citra S. Jungatur BS, et producatur, ut et BL, et occurrat utraque rectæ CMZ radio FBD parallelæ, nempe BS in Z, BL in M. Sicut autem DA ad AS ita ſit DE ad ES.

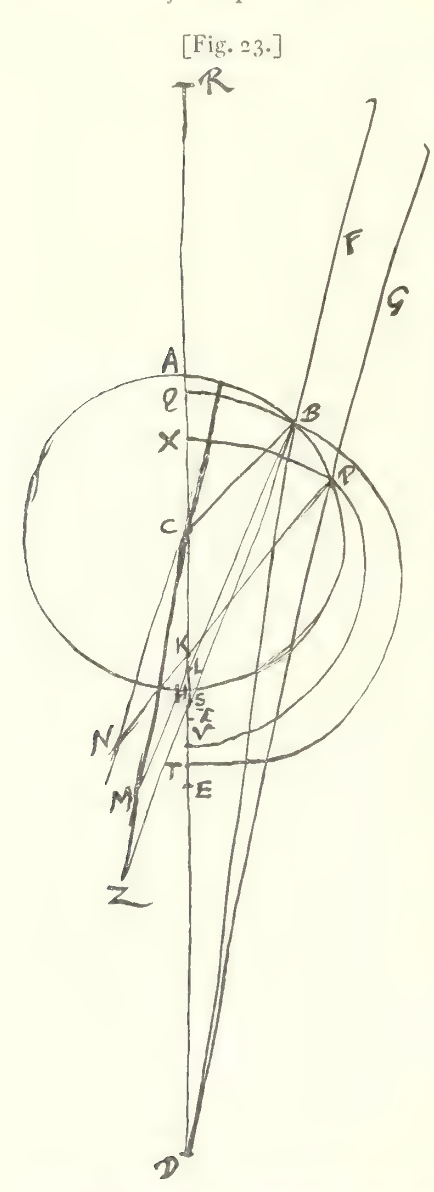
[Fig. 23.]

Quia ergo ratio DC ad CH ſive ad CA major quam CR ad RA; et permutando major erit DC ad CR quam CA ad AR. Et componendo DR ad RC major quam CR ad RA. Quare reliquæ DC ad reliquam AC major ratio quam DR ad RC *. Ut autem DR ad RC ita eſt DA * 33. 5. Elem. [3])
ad AS. nam quia ut DR ad DA ita DC ad DS, erit permutando et per converſionem rationis DR ad RC ut DA ad AS. Itaque ratio DC ad CA major quoque quam DA ad AS. Ut autem DA ad AS ita DE ad ES, ideoque duæ ſimul DA, DE ad duas AS, SE, hoc eſt ad AE, ut DA ad AS. Igitur major ratio DC ad CA, ſive ad CH, quam ADE ad AE: Et dividendo major ratio DH ad HC quam duplæ DE ad EA. Et ſumtis conſequentium duplis; major DH ad HA, quam duplæ DE ad duplam EA, hoc eſt quam DE ad EA. Itaque punctum E cadit extra circulum ABH, ideoque ſi circa EA diametrum circulus deſcribatur, is intra ſe complectetur punctum B. Eſt autem DE ad ES ut DA ad AS. Itaque major erit ratio DB ad BS quam DA ad AS *. Ut autem DB ad BS * [Lem. 5.] [4])
ita eſt CZ ad ZS, et ut DA ad AS ita DR ad RC, fuit enim hoc antea oſtenſum. Major itaque erit ratio CZ ad ZS quam DR ad RC. Componitur autem ratio DR ad RC ex rationibus DR ad RA et RA ad RC, quarum DR ad RA eſt eadem quæ DC ad CS, quia fecimus ut DR ad

[3]) Voir la p. 14 du Tome préſent.
[4]) Voir la p. 29 du Tome préſent.

C'eſt pourquoi CL eſt auſſi plus petite que CS. L'on voit ainſi que tous les rayons réfractés, provenant de rayons qui ſe dirigent vers le point D, coupent l'axe en-deçà du point S.

[Fig. 23.]



Nous démontrerons maintenant que de plus les rayons réfractés provenant de rayons ſitués à plus petite diſtance de l'axe AC, coupent l'axe plus près du point S, et cela de telle manière que la diſtance du point de rencontre au point S peut devenir plus petite qu'un intervalle quelconque donné. En effet, conſidérons un rayon quelconque GP ſe dirigeant vers le point D et rencontrant la ſurface AB; ſoit PK le rayon réfracté correſpondant. Le point de concours K eſt donc entre les points C et S, d'après ce qui a déjà été démontré. Prenons enſuite entre K et S un point quelconque L, et diviſons DL en T de telle manière que DT : TL = DC. AR : LC. CR, le premier produit étant plus grand que le ſecond. En effet, on a DC : CL > DC : CS ou DR : RA (car l'égalité de ces deux derniers rapports a été démontrée plus haut), partant le rapport DC : CL eſt beaucoup plus grand que le rapport CR : RA, et ainſi le produit DC. .AR eſt plus grand que le produit CL. CR. Comme on a donc DT > TL, on peut prendre ſur la ligne DL, prolongée du coté L, un point Q tel que DQ : QL = DT : TL. Suppoſons que ce point ait été trouvé et qu'on ait décrit une circonférence de cercle ſur le diamètre QT. Cette circonférence coupera la circonférence AP entre A et P, comme cela ſera démontré plus loin. Suppoſons qu'elle la coupe au point B. Tirons la ligne droite DBF et joignons les points B et L; prolongeons BL juſqu' à ce qu' elle rencontre la droite CM, qui doit être menée parallèle à la dite droite DBF. Vu qu'alors le point B eſt ſitué ſur la circonférence dont TQ eſt le diamètre, et que DT : TL = DQ : DL, on aura DB : BL =
* Lem. 5. = DT : TL *, c'eſt-à-dire égal à DC. AR : LC. CR. Or, le rapport DB : BL ou CM : ML eſt le produit des rapports CM : MB et MB : ML ou DC : CL,

DA ita DC ad DS. Ergo ratio CZ ad ZS major quam quæ componitur ex rationibus DC ad CS et RA ad RC. Ratio autem CZ ad ZS eadem eſt compoſitæ ex rationibus CZ ad ZB et ZB ad ZS. Ergo quæ ex duabus hiſce componitur ratio major erit compoſita ex rationibus DC ad CS et RA ad RC. quare ablatis utrinque rationibus æqualibus, hinc DC ad CS, inde BZ ad ZS, major adhuc erit ratio CZ ad ZB quam RA ad RC. Et invertendo ratio BZ ad ZC minor quam CR ad RA. Sicut autem CR ad RA, quæ eſt ratio refractionis, ita eſt BM ad MC *, quoniam BM eſt refractio radij FB, cui parallela ducta eſt CM. Igitur minor eſt ratio BZ ad ZC quam BM ad MC. Angulus autem BCZ, quoniam æqualis eſt angulo FBC, neceſſario eſt obtuſus; eique utraque linearum BM, BZ ſubtenſa eſt. Ergo CM minor erit quam CZ *, et angulus proinde CBM minor angulo CBZ. Quare et CL minor quam CS. Itaque apparet omnium radiorum ad D tendentium refractiones cum axe AC convenire citra punctum S.

* [Prop. II.] [1])

* [Lem. 2.] [2])

Nunc porro oſtendemus refractiones radiorum axi AC propinquiorum concurrere propius ad punctum S, idque ad intervallum minus quolibet dato. Sit enim radius aliquis GP tendens ad D, inque ſuperficiem AB incidens, qui refringatur in PK. Eſt igitur concurſus K inter C et S, *ex jam demonſtratis*. Porro inter K et S quodvis punctum ſumatur L: et dividatur DL in T, ut DT ad TL habeat rationem eam quam rectangulum DC, AR, ad rectangulum LC, CR; quæ quidem erit majoris ad minus. Major enim eſt ratio DC ad CL quam DC ad CS, hoc eſt, quam DR ad RA (nam has eaſdem eſſe ſupra oſtenſum eſt) ideoque multo major ratio DC ad CL quam CR ad RA, ac proinde rectangulum DC, AR majus rectangulo CL, CR. Quoniam igitur ratio DT adTL eſt majoris ad minus, poteſt in linea DL continuata verſus L, ſumi punctum Q, ita ut DQ ad QL habeat eandem rationem quam DT ad TL. Eſto itaque inventum, ſitque ad diametrum QT deſcripta circuli circumferentia. Ea ſecabit circumferentiam AP inter A et P, ut poſtea demonſtrabitur. Secet ergo in B, et ducatur recta DBF, et jungatur BL, eaque producatur, et occurrat rectæ CM, quæ ducenda eſt ipſi DBF æquidiſtans. Quoniam igitur punctum B eſt ad circuli circumferentiam cujus diameter TQ, eſtque DT ad TL ut DQ ad QL; erit ratio DB ad BL eadem quæ DT ad TL *, hoc eſt, quæ rectanguli DC, AR ad rectangulum LC, CR. Ratio autem DB ad BL, hoc eſt, CM ad ML componitur ex ratione CM ad MB et MB ad ML, hoc eſt, et DC ad CL. Rectangulum vero DC, AR ad rectangulum LC, CR compoſitam habet rationem ex DC ad CL et AR ad RC. Ergo eadem eſt ratio quæ componitur ex rationibus CM ad MB et DC ad CL, compoſitæ ex rationibus DC ad CL et AR ad RC. Quare ablata

* [Lem. 5.]

[1]) Voir la p. 14 du Tome préſent.

[2]) Voir la p. 29 du Tome préſent.

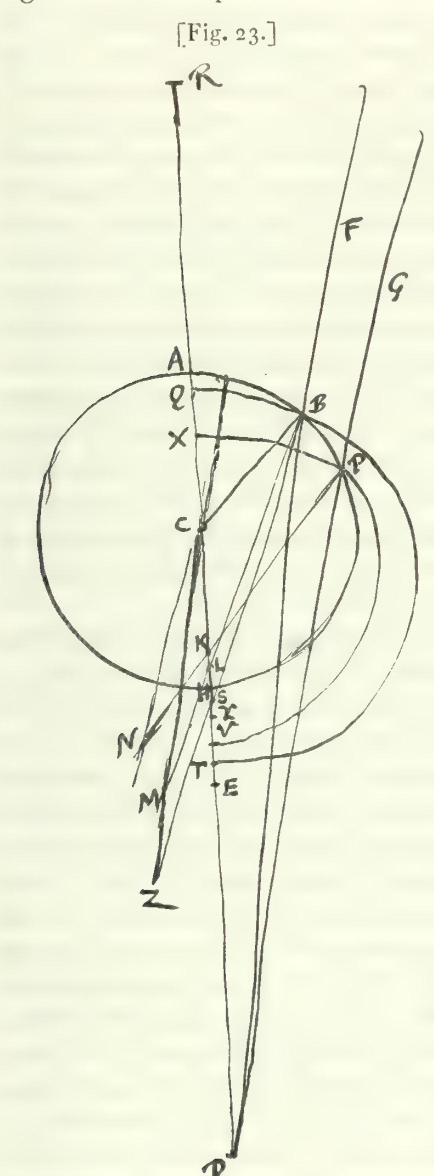
et le rapport DC. AR : LC. CR eſt égal au produit des rapports DC : CL et AR : RC. Par conſéquent, le produit des rapports CM : MB et DC : CL eſt égal au produit des rapports DC : CL et AR : RC. C'eſt pourquoi, en diviſant les deux produits par le rapport DC : CL, on aura CM : MB = AR : RC et, par inverſion, BM : MC = CR : RA, ce qui eſt égal à l'indice de réfraction. Par conſéquent, comme CM eſt parallèle au rayon FB, BLM ſera le rayon réfracté correſpondant à ce rayon-là. Or, le point L a été pris arbitrairement entre K et S. Il eſt donc établi que le rayon réfracté provenant d'un certain rayon incident, coupe la droite CS en un point éloigné du point S à une diſtance plus petite qu'un intervalle quelconque donné. Mais on a démontré auſſi que le rayon qui, après avoir été réfracté, parvient au point L, eſt ſitué plus près de l'axe AC que celui qui, après avoir été réfracté, rencontre l'axe au point K. Il en réſulte que les rayons réfractés qui coupent l'axe plus près du point S, proviennent de rayons ſitués plus près de l'axe AC. Et il eſt clair que la réciproque eſt également vraie, c'eſt-à-dire que les rayons réfractés provenant de rayons ſitués plus près de l'axe AC coupent cet axe plus près du point S. Pour ces raiſons S ſera le point de concours des rayons provenant du point D.

Quant à notre affirmation d'après laquelle la circonférence décrite avec QT comme diamètre coupe la circonférence APH entre A et P, la vérité en peut être démontrée comme ſuit. D'abord, comme CS > CL, on aura AC : CL > AC : CS, et, par compoſition, AL : LC > AS : SC. Or, le rapport AS : SC eſt le produit des rapports AS : SD et SD : SC, dont le premier AS : SD eſt égal à RC : CD, vu que par conſtruction DR : DC = DA : DS. On a auſſi SD : SC = DA : AR. Le rapport AL : LC ſera donc plus grand que le produit des rapports RC : CD et DA : AR, c'eſt-à-dire, que le produit des rapports CR : RA et DA : DC. C'eſt pourquoi ſi l'on diviſe des deux côtés par le rapport DA : DC, on voit que le produit de AL : LC et DC : DA ou de LA : AD et DC : CL eſt plus grand que CR : RA. Et, en diviſant de nouveau par le rapport DC : CL, on voit que LA : AD eſt plus grand que le produit des rapports CR : RA et LC : CD. Et, par inverſion, on trouve que le rapport DA : AL eſt plus petit que le produit de DC : CL et de AR : RC, c'eſt-à-dire, que le rapport du produit DC. AR au produit CL. CR, c'eſt-à-dire, que le rapport DQ : QL. Donc auſſi, par partage, DL : LA < DL : LQ. Il en réſulte LQ < LA. Or, DC : CL > DQ : QL, car DC : CL > DC. AR : CL. CR, vu que AR < CR. Il eſt donc évident que le point Q tombe entre les points A et C.

Diviſons enſuite DK en deux parties par le point V de telle façon qu'on ait DV : VK = DC. AR : KC. CR. Le premier de ces produits eſt plus grand que le ſecond; en effet, cette inégalité peut être démontrée de la même manière que, plus haut, celle des produits DC. AR et LC. CR. Choiſiſſons enſuite le point X de telle façon qu'on ait DV : VK = DX : XK. Le point X tombera alors entre A et C, de même que le point Q, car ceci auſſi peut être démontré de la même manière. Décri-

communi ratione DC ad CL, erit eadem ratio CM ad MB quæ AR ad RC. et invertendo BM ad MC eadem quæ CR ad RA, quæ eſt ratio refractionis. Ergo cum CM ſit parallela radio FB, erit BLM ejuſdem radij refractio.

[Fig. 23.]

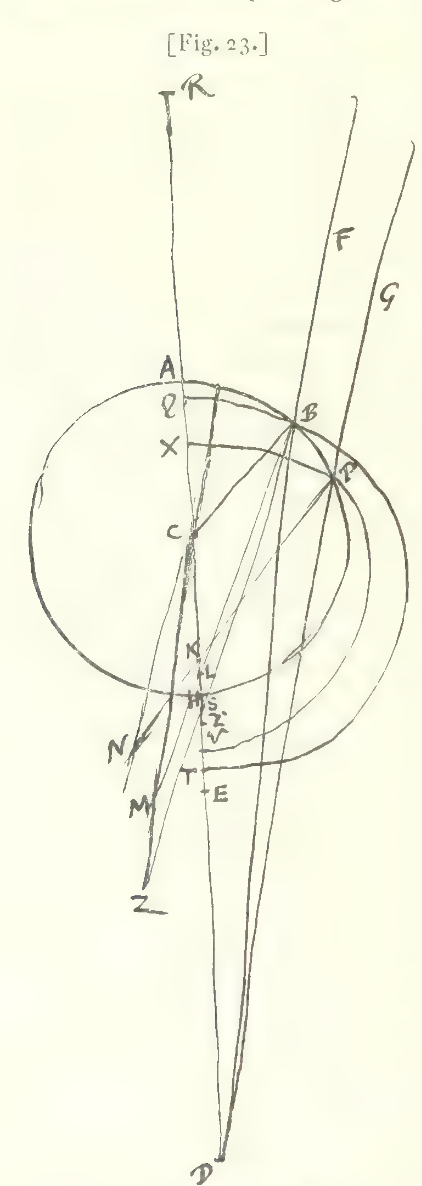


Sumtum autem fuit punctum L pro arbitrio inter K et S. Itaque conſtat alicujus radij refractionem quolibet dato intervallo propius accedere ad punctum S, in linea CS. Sed et oſtenſum eſt radium, cujus refractio pervenit ad punctum L, propiorem eſſe axi AC, quam cujus refractio ad punctum K concurrit. Ergo conſtat eas refractiones, quæ propius conveniunt ad punctum S, pertinere ad radios axi AC propiores. Cujus converſum quoque verum eſſe liquet, nimirum radiorum axi AC propinquiorum refractiones propius concurrere ad punctum S. Ergo ob hæc erit S punctum concurſus radiorum ex D venientium.

Quod autem dictum eſt circumferentiam circa QT diametrum deſcriptam ſecare circulum APH inter A et P, ſic oſtendetur. Primò quia CS major quam CL, erit major ratio AC ad CL quam AC ad CS, et componendo, major AL ad LC quam AS ad SC. Ratio autem AS ad SC componitur ex rationibus AS ad SD et SD ad SC; quarum AS ad SD eadem eſt quæ RC ad CD, quia ex conſtr. eſt DR ad DC ut DA ad DS. Item ratio SD ad SC eſt eadem quæ DA ad AR. Major itaque erit ratio AL ad LC quam compoſita ex ratione RC ad CD et DA ad AR: hoc eſt, quam compoſita ex ratione CR ad RA et DA ad DC. Quare ablata utrinque ratione DA ad DC, erit compoſita ex ratione AL ad LC et DC ad DA, ſive compoſita ex LA ad AD et DC ad CL major quam CR ad RA. Ablataque rurſus utrinque ratione DC ad CL, erit LA ad AD major quam compoſita ex rationibus CR ad RA et LC ad CD. Et invertendo ratio DA ad AL minor compoſitâ ex ratio-

vons une circonférence avec le diamètre XV. Elle coupera la circonférence AP préciſément au point P où nous avons dit que le rayon GP rencontre la ſurface convexe AB. En effet, prolongeons PK et menons CN parallèle à GPD; cette parallèle coupera le prolongement de PK. Par conſéquent, comme nous avons ſuppoſé que PK eſt le rayon réfracté provenant du rayon GP, auquel CN qui paſſe par le centre eſt parallèle, le rapport $PN : NC$ ſera égal à l'indice de réfraction. On a donc $CN : NP = AR : RC$. En partant de là, nous raiſonnerons de la manière ſuivante. Le rapport $CN : NK$ eſt le produit des rapports $CN : NP$ et $NP : NK$ ou $DC : CK$; par conſéquent, le rapport $CN : KN$ ou $DP : PK$ eſt le produit des rapports $AR : : RC$ et $DC : CK$, ou, ſi l'on veut, le rapport des produits $AR.DC$ et $RC.CK$. On aura donc $DP : PK = AR.DC : RC.CK$; donc auſſi $DP : PK = DV : VK = DX : XK$. C'eſt pourquoi la circonférence dont le diamètre eſt XV paſſera par le point P * comme nous le diſions.

[Fig. 23.]



* Lem. 5.

Or, comme $DT : TL = AR.DC : RC.CL$ et que $DV : VK = AR.DC : RC.CK$, on aura $DT : TL < DV : VK$; en effet, $RC.CL > > RC.CK$. Par conſéquent, le rapport $DT : TK$ eſt à plus forte raiſon plus petit que le rapport $DV : VK$; car DK eſt par hypothèſe plus grande que DL. Il apparaît donc que le point T tombe entre D et V. Je dis de plus que le point Q tombe entre A et X. En effet, prenons un point Y tel qu'on ait $DQ : QL = DX : XY$. Alors, vu que par conſtruction $XK : XD = RC.CK : AR.DC$, et que $DX : XY = DQ : QL = AR.DC : RC.CL$, on aura en combinant ces deux équations $XK : XY = RC.CK : RC.CL$ ou $CK : CL$. Donc $XK : KY = CK : KL$. Mais, $XK > CK$, comme nous l'avons dit plus haut. Par conſéquent, on a auſſi $KY > KL$, partant $DY < DL$. Or, nous avions $DX : XY = DQ : : QL$ et, par converſion, $DX : DY = DQ : DL$. Par conſéquent, comme $DY < < DL$, on aura auſſi $DX < DQ$. Le point Q tombera donc néceſſairement entre

nibus DC ad CL et AR ad RC; hoc eſt, ratione rectanguli DC, AR ad rectangulum CL, CR, hoc eſt, ratione DQ ad QL. Quare et dividendo ratio DL ad LA minor erit ratione DL ad LQ. Unde patet LQ minorem eſſe quam LA. Eſt autem ratio DC ad CL major quam DQ ad QL, nam DC ad CL ratio major eſt quam rectanguli DC, AR, ad rectangulum CL, CR, quia AR minor eſt quam CR. Itaque patet punctum Q cadere inter A et C. Jam porro dividatur DK in V, ut habeat DV ad VK rationem eam quam rectangulum DC, AR ad rectangulum KC, CR. Hæc autem eſt majoris ad minus, ſiquidem hoc eadem ratione oſtenditur qua ſupra oſtenſum fuit rectangulum DC, AR majus eſſe rectangulo LC, CR. Deinde fiat ut DV ad VK ita DX ad XK, cadetque punctum X inter A et C, æquè ac punctum Q, nam hoc ſimiliter quoque demonſtrari poteſt. Sit autem circuli circumferentia circa XV diametrum deſcripta. Ea ſecabit circulum AP in ipſo puncto P ubi radius GP convexo AB occurrere dictus eſt. Producatur enim PK, et occurrat ei CN parallela GPD. Ergo quia PK poſita eſt eſſe refractio radij GP, cui parallela ex centro ducta eſt CN, habebit PN ad NC rationem refractionis. Eſt igitur CN ad NP ut AR ad RC. Unde ſic porro argumentabimur. Ratio CN ad NK componitur ex rationibus CN ad NP et NP ad NK, hoc eſt, et DC ad CK; igitur ratio CN ad NK, hoc eſt, DP ad PK, componitur ex rationibus AR ad RC et DC ad CK, ex quibus componitur quoque ratio rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CK. Igitur DP ad PK erit ut rectangulum AR, DC ad rectangulum RC, CK. ac proinde etiam ſicut DV ad VK, nec non ut DX ad XK. Quare circumferentia cujus diameter XV, tranſibit per punctum P *, ut dicebamus. * [Lem. 5.]

Jam quia ratio DT ad TL eſt eadem quæ rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CL; ratio vero DV ad VK eadem quæ rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CK; minor erit ratio DT ad TL quam DV ad VK, quia rectang. RC, CL majus eſt rectangulo RC, CK. Itaque multo minor ratio DT ad TK quam DV ad VK; nam DK major eſt poſita quam DL. Apparet igitur punctum T cadere inter D et V. Punctum vero Q dico cadere inter A et X. Sit enim ut DQ ad QL ita DX ad XY. Ergo quia XK ad XD per conſtr. ut rectang. RC, CK ad rectangulum AR, DC; DX autem ad XY ut DQ ad QL, hoc eſt ut rectang. AR, DC ad rectangulum RC, CL: erit ex æquo XK ad XY ut rectang. RC, CK ad rectang. RC, CL, hoc eſt, ut CK ad CL. Et XK ad KY ut CK ad KL. Eſt autem XK major quam CK, ut ſuperius dictum fuit. Ergo KY major quoque quam KL, ideoque DY minor quam DL. Erat autem DX ad XY ut DQ ad QL, et per converſionem rationis DX ad DY ut DQ ad DL. Ergo quum DY ſit minor quam DL, erit et DX minor quam DQ. Unde neceſſario punctum Q cadet inter A et X, nam quod inter A et C cadat jam ante oſtenſum fuit. Sed punctum T oſtendimus diſtare ab A ultra punctum V. Ergo manifeſtum eſt circumferentiam QBT ſecare circulum APH inter A et P. Quod demonſtrandum ſupererat.

Sit nunc ratio DC ad CH minor ratione refractionis, hoc eſt ratione CR

A et X, car nous avons déjà démontré que ce point tombe entre A et C. Mais nous avons fait voir que le point T eſt plus éloigné du point A que le point V. Il eſt donc évident que la circonférence QBT coupe la circonférence APH entre A et P. C'eſt ce qui reſtait à démontrer.

Suppoſons maintenant que le rapport DC : CH eſt plus petit que l'indice de réfraction, c'eſt-à-dire que CR : RA. Et ſoit le point D ſitué, ſoit en-dehors de la circonférence ABH [Fig. 24], ſoit en-dedans de cette circonférence [Fig. 25], de telle manière toutefois que ce point ſoit plus éloigné du point A que le centre C. Car ſi ce point eſt ſitué entre A et C, on aura encore un autre cas particulier que nous examinerons bientôt. FB étant un rayon qui ſe dirige vers le point D [1]) et qui, après la réfraction, rencontre l'axe AC au point L, je dis que L eſt plus éloigné de A que le point S. En effet, joignons B et S et menons CM parallèle à FD; ſuppoſons que cette parallèle rencontre les prolongements de BS et de BL en Z et en M reſpectivement; et prenons un point E tel que DA : AS = = DE : ES. Si alors le point D eſt pris à l'intérieur de la circonférence ABH, le point E lui auſſi tombera néceſſairement à l'intérieur. Mais ſi le point D eſt pris en-dehors de la dite circonférence, le point E tombera néanmoins à l'intérieur, comme cela réſulte de la démonſtration ſuivante.

Vu que DC : CH ou DC : CA < CR : RA, on aura auſſi par permutation DC : CR < CA : AR et, par compoſition, DR : RC < CR : RA; c'eſt pourquoi le rapport du reſte DC au reſte CA ſera plus petit que le rapport DR : RC ou DA : : AS; l'égalité de ces deux derniers rapports ſe démontrant de la même manière que dans le cas précédent [2]). Or, on a par conſtruction DA : AS = DE : ES, donc auſſi (AD + DE) : (AS + ES) (ou AE) = DA : AS. Par conſéquent, DC : : C A ou DC : CH < (AD + DE) : AE, et, par partage, DH : HC < 2DE : EA. Et, en prenant le double du deuxième et du quatrième terme DH : HA < 2DE : : 2EA ou DE : EA. Le point E tombera donc à l'intérieur de la circonférence ABH.

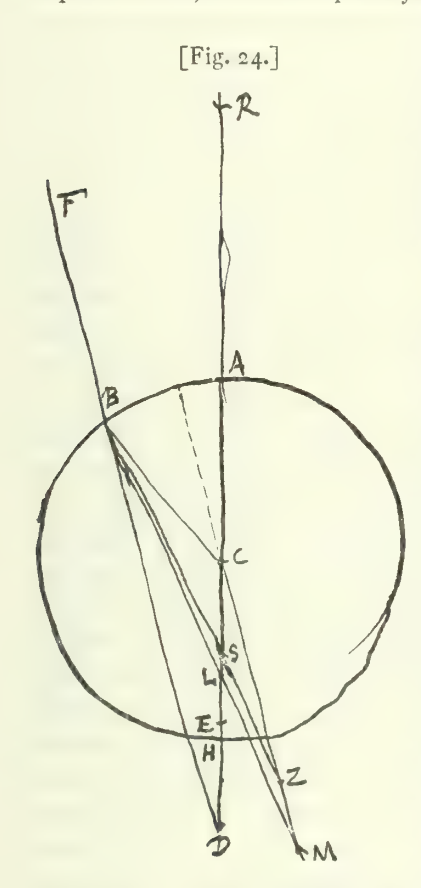
Dans les deux cas nous continuerons à raiſonner de la façon ſuivante. Vu que le point E tombe entre A et H, le point B ſera en-dehors d'une circonférence décrite avec AE comme diamètre. Or, DA : AS = DE : ES. On aura donc DB : BS < DA : : AS *. De plus DB : BS = CZ : ZS, et DA : AS = DR : RC. On a donc CZ : ZS < < DR : RC. Or, le rapport DR : RC eſt égal au produit des rapports DR : RA et RA : RC, dont le premier eſt égal à DC : CS, vu que par conſtruction DR : : DA = DC : DS. Par conſéquent le rapport CZ : ZS ſera plus petit que le produit des rapports DC : CS et RA : RC. Or, le rapport CZ : ZS eſt égal au produit des rapports CZ : ZB et ZB : ZS. En diviſant des deux côtés par des rapports égaux, ſavoir par BZ : ZS d'un côté et par DC : CS de l'autre, le rapport reſtant, ſavoir CZ : ZB, ſera auſſi plus petit que le rapport RA : RC. Et,

* Lem. 5.

[1]) Ce qui suit se rapporte également aux deux cas représentés par les figures 24 et 25; lesquelles on peut consulter indifféremment l'une ou l'autre.

ad RA, sitque punctum D vel extra circulum ABH [Fig. 24] vel intra [Fig. 25], ita tamen ut ultra centrum C distet ab A. Nam cum inter A et C positum est adhuc singularis est casus, quem mox videbimus. Radio igitur existente FB [1]), qui tendat ad punctum D, conveniatque *refractus* cum axe AC in puncto L: dico L distare ab A ulterius quam punctum S. Jungatur enim BS, et ducatur CM parallela FD, quæ occurrat productis BS, BL in Z et M; Et sicut DA ad AS ita sit DE ad ES. Si igitur punctum D intra circulum ABH ponatur, cadet necessario et E intra eundem. Si vero D extra dictum circulum ponatur, tamen E punctum intra circulum cadere sic ostenditur.

[Fig. 24.]



Quia enim minor ratio DC ad CH, vel DC ad CA quam CR ad RA, permutando quoque minor erit DC ad CR quam CA ad AR, et componendo, minor DR ad RC quam CR ad RA; quare reliquæ DC ad reliquam CA minor erit ratio quam DR ad RC, hoc est, quam DA ad AS, namque has easdem esse sicut in casu præcedenti ostenditur [2]). Ut autem DA ad AS ita est DE ad ES ex constr. ideoque et duæ simul AD, DE ad duas simul AS, SE, hoc est ad AE, ut DA ad AS. Igitur minor ratio DC ad CA, vel DC ad CH, quam ADE ad AE: Et dividendo minor ratio DH ad HC quam duplæ DE ad EA. Sumtisque consequentium duplis, minor DH ad HA quam duplæ DE ad duplam EA, hoc est, quam DE ad EA. Ergo punctnm E cadet intra circulum ABH.

Jam utroque casu sic porro argumentabimur. Quoniam E cadit inter A, H, si circa AE diametrum circulus describatur, extra eum erit punctum B. Est autem ut DA ad AS ita DE ad ES. Ergo erit DB ad BS minor ratio quam DA ad AS *. Ut autem DB ad BS ita est CZ ad ZS; et ut DA ad AS ita DR ad RC. Ergo minor est ratio CZ ad ZS quam DR ad RC. Ratio autem DR ad RC componitur ex rationibus DR ad RA et RA ad RC, quarum DR ad RA est eadem quæ DC ad CS, quia ut DR ad DA ita DC ad DS ex constr. Ergo ratio CZ ad ZS minor erit composita ex rationibus DC ad CS et RA ad RC. Ratio autem CZ ad ZS eadem est compositæ ex rationibus CZ ad ZB et ZB ad ZS. Itaque ablatis utrinque rationibus æqualibus, hinc BZ ad ZS, inde DC ad

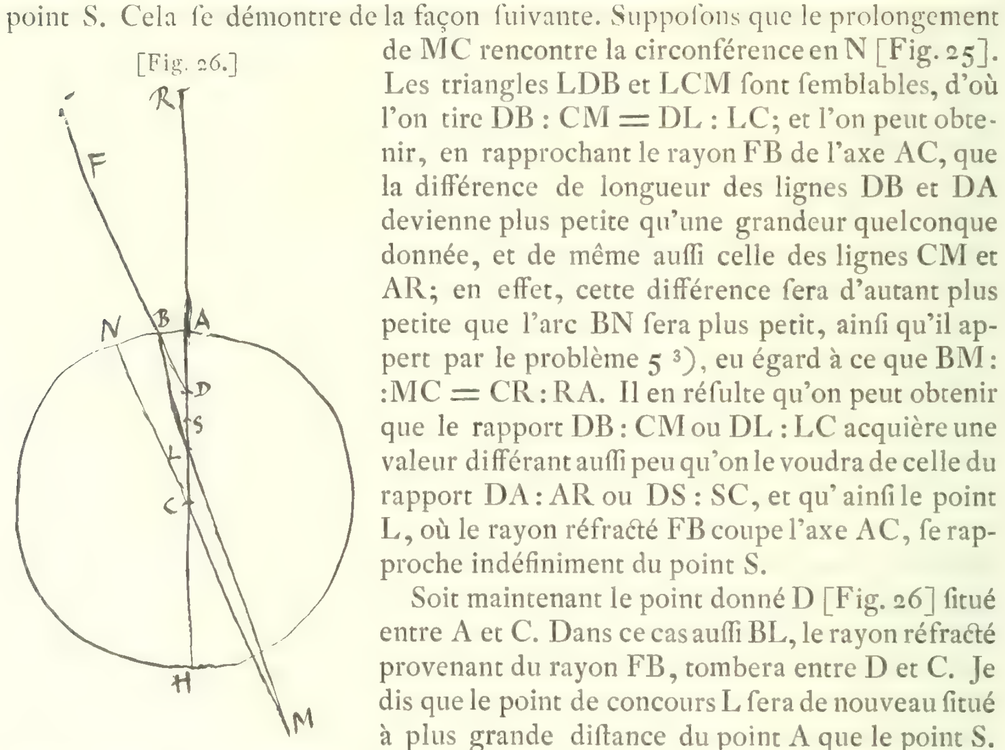
* [Lem. 5.]

[2]) Voir le second alinéa de la p. 51 du Tome présent.

par inverſion, on aura BZ : ZC > CR : RA; mais le rapport CR : RA qui eſt
* Prop. VIII. ¹) égal à l'indice de réfraction eſt égal auſſi à BM : MC *, vu que BLM eſt le rayon réfracté provenant du rayon FB, auquel CM eſt parallèle. Par conſéquent, BZ : ZC > BM : MC. Mais l'angle BCM, oppoſé à la fois à BM et à BZ, eſt néceſſairement obtus, étant égal à l'angle FBC. Par conſéquent, CZ ſera plus petite que
* Lem. 2. CM *, et l'angle CBM > CBZ. Donc auſſi CL > CS. Ce qu'il fallait démontrer.

On pourrait enſuite faire voir par une démonſtration à peu près pareille à celle employée dans le premier cas [2]), que les rayons réfractés provenant de rayons ſitués à une plus petite diſtance de l'axe AC (j'entends par cela des rayons qui coupent la circonférence plus près du point A) rencontrent l'axe plus près du point S, et cela de telle manière que la diſtance du point de rencontre au point S ſoit plus petite qu'un intervalle quelconque donné. Mais nous ne répéterons pas ici cette argumentation prolixe. Nous nous contenterons de faire voir que certains rayons réfractés rencontrent l'axe en des points rapprochés autant qu'on le voudra du point S. Cela ſe démontre de la façon ſuivante. Suppoſons que le prolongement de MC rencontre la circonférence en N [Fig. 25]. Les triangles LDB et LCM ſont ſemblables, d'où l'on tire DB : CM = DL : LC; et l'on peut obtenir, en rapprochant le rayon FB de l'axe AC, que la différence de longueur des lignes DB et DA devienne plus petite qu'une grandeur quelconque donnée, et de même auſſi celle des lignes CM et AR; en effet, cette différence ſera d'autant plus petite que l'arc BN ſera plus petit, ainſi qu'il appert par le problème 5 [3]), eu égard à ce que BM : : MC = CR : RA. Il en réſulte qu'on peut obtenir que le rapport DB : CM ou DL : LC acquière une valeur différant auſſi peu qu'on le voudra de celle du rapport DA : AR ou DS : SC, et qu'ainſi le point L, où le rayon réfracté FB coupe l'axe AC, ſe rapproche indéfiniment du point S.

[Fig. 26.]



Soit maintenant le point donné D [Fig. 26] ſitué entre A et C. Dans ce cas auſſi BL, le rayon réfracté provenant du rayon FB, tombera entre D et C. Je dis que le point de concours L ſera de nouveau ſitué à plus grande diſtance du point A que le point S. Prolongeons BL et ſuppoſons que CM, parallèle à FBD, rencontre ce prolongement au point M. Vu qu'alors le point D ſe trouve ſur le diamètre entre A et le

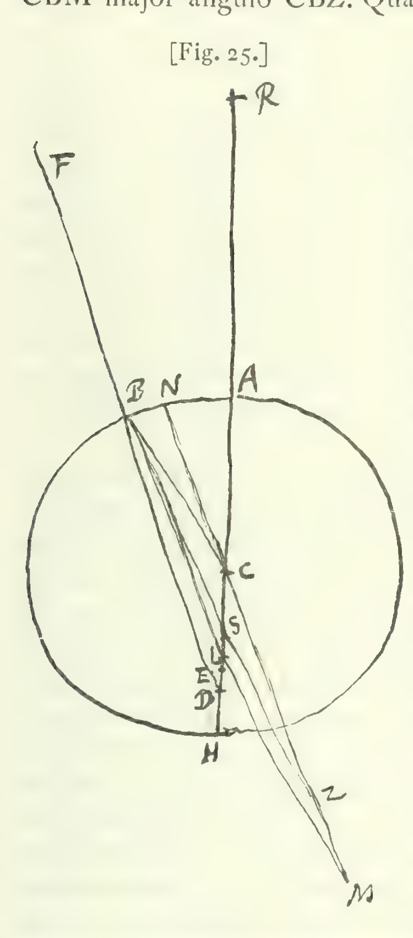
¹) Voir la p. 33 du Tome préſent.

²) Conſultez les pp. 53 et 55 du Tome préſent.

³) Le Problème 5 eſt identique avec la Prop. VIII; voir la p. 33 du Tome préſent. Or, d'après

CS, minor quoque erit reliqua ratio CZ ad ZB quam RA ad RC: Et invertendo, major BZ ad ZC quam CR ad RA. Sicut autem CR ad RA quæ eſt ratio refractionis ita eſt BM ad MC *, quoniam BLM eſt refractio radij FB, cui parallela * [Prop. VIII.] [1]) ducta eſt et CM. Igitur major eſt ratio BZ ad ZC quam BM ad MC. Angulus autem BCM, cui utraque BM, BZ ſubtenditur, neceſſario eſt obtuſus, quippe æqualis angulo FBC. Ergo CZ minor erit quam CM *, atque angulus proinde * [Lem. 2.] CBM major angulo CBZ. Quare et CL major quam CS; quod erat probandum.

[Fig. 25.]



Porro ſimili fere demonſtratione, atque in caſu primo [2]), oſtendi poſſet refractiones radiorum axi AC propinquiorum (intelligo autem propinquiores qui minimam circumferentiæ partem verſus A abſcindunt) propius coire ad punctum S, idque ad intervallum quolibet dato minus. Sed prolixam argumentationem hîc non repetemus. Illud tamen, quod ad puncta quamlibet proxima puncto S, radiorum aliquorum refractiones concurrunt, hoc modo evinci poteſt. Producta MC occurrat circumferentiæ in N [Fig. 25]. Quoniam ergo propter triangula ſimilia LDB, LCM, ſicut DB ad CM, ita DL ad LC; poteſtque fieri appropinquando radium FB ad axem AC, ut differentia longitudinis linearum DB, DA evadat qualibet data minor, ut et ea quæ eſt inter CM et AR; (hæc enim differentia eo minor erit quo minor continget arcus BN, ut patet ex problemate [5] [3]), quia nempe ratio BM ad MC eſt eadem quæ CR ad RA) apparet hinc fieri poſſe ut ratio DB ad CM, hoc eſt, DL ad LC, quamlibet *prope* [4]) eadem efficiatur quæ DA ad AR, hoc eſt, quæ DS ad SC. atque ſic punctum L, quo nempe radius FB refractus cum axe AC convenit, quamlibet propinquum fiat puncto S.

Sit jam punctum D inter A et C datum [Fig. 26], cadet autem et hîc radij FB refractio BL inter D et C. Dico concurſum L rurſus hic diſtare longius ab A quam punc-

la démonstration de cette proposition le point M se rapprochera indéfiniment d'un point Q (voir la fig. 17) qu'on doit choisir sur le prolongement de CM de manière que le rapport NQ : :CQ égale l'indice de réfraction, c'est-à-dire, le rapport CR : AR, d'où il suit facilement, puisque CN = CA, qu'on aura CQ = AR et que CM se rapprochera indéfiniment en longueur de AR.

4) Dans la copie de Niquet, comme aussi dans la rédaction primitive, il y a „proxime".

centre C, DB ſera plus grande que DA. Mais CM < AR, ainſi qu'il reſſort de la propos. VIII, vu que CM eſt parallèle au rayon FB, auquel correſpond le rayon réfracté BM. On a donc BD : CM ou DL : LC > DA : AR. Or, DA : : AR = DS : SC. Par conſéquent DL : LC > DS : SC, et, par compoſition, DC : CL > DC : CS. Donc CL < CS. Il eſt évident par là que le point L eſt plus éloigné que le point S du point A.

On démontre enſuite, de la même manière que dans le cas précédent, que dans ce cas auſſi certains rayons réfractés ſe rapprochent indéfiniment du point S. Par conſéquent, S ſera le point de concours des rayons qui ſe dirigent vers le point D.

Reſte à démontrer la propoſition dans le dernier cas, celui où le point D eſt placé en-dehors de la ſphère ABH [Fig. 27] de telle manière que l'on ait DC : : CH = CR : RA, ce qui eſt égal à l'indice de réfraction. Nous avons dit que dans ce cas les rayons réfractés provenant de tous les rayons qui ſe dirigent vers le point D ſe coupent exactement au point S qui eſt ſitué de telle façon que l'on ait DR : DA = DC : DS. En effet, ayant placé le point D comme nous l'avons dit, ſuppoſons que FBD ſoit un rayon quelconque ſe dirigeant vers ce point et rencontrant la ſurface au point B. Joignons le point B au point S. Je dis que BS eſt préciſément le rayon réfracté provenant du rayon FB. En effet, prolongeons BS et menons CM parallèle à FBD; cette parallèle coupera le prolongement de BS. Joignons les points B et C.

Vu qu' alors DC : CH ou DC : CA = CR : RA, la ligne entière DR ſera auſſi à RC, comme CR eſt à RA. Or, DR : RC = DA : AS, parce qu'on a par conſtruction DR : DA = DC : DS. Par conſéquent, on a auſſi DA : AS = = CR : RA ou DC : CH. En retranchant DC de DA, et CH (ou CA) de AS, le reſte CA, ou CH, ſera au reſte CS comme DC eſt à CH. Or, CB = CH. Donc auſſi BC : CS = DC : CB et, par conſéquent, les triangles DCB et BCS ſont ſemblables, attendu que ces triangles ont auſſi en commun l'angle C compris entre les côtés proportionnels. Par conſéquent, le troiſième côté DB du premier triangle ſera au troiſième côté BS du ſecond triangle, comme DC eſt à CB ou à CH, et l'angle SBC ſera égal à l'angle BDC. Il en réſulte que, dans les triangles DBS et BMC, l'angle MBC ſera égal à l'angle BDS. Mais l'angle BMC eſt de plus égal à l'angle DBS, à cauſe du paralléliſme des droites BD et CM. Par conſéquent, les dits triangles DBS et BMC ſeront auſſi ſemblables, et l'on aura donc BM : MC = DB : BS ou CD : CH ou CR : RA. Le rapport BM : MC eſt donc égal à l'indice de réfraction, et CM eſt parallèle au rayon FB. Par conſéquent,
* Prop. II. [3]) BSM eſt le rayon réfracté provenant du rayon FB *, ce qu'il fallait démon-

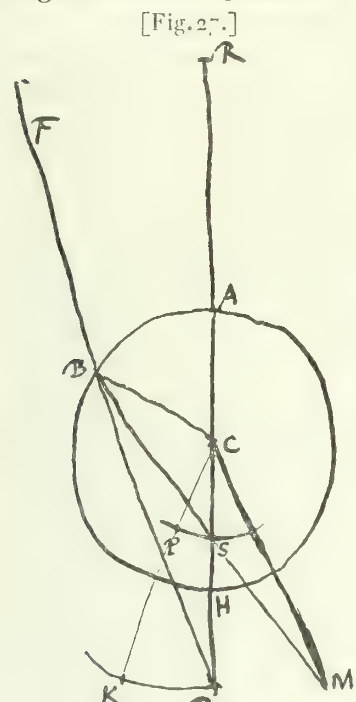
[1]) Dans la copie de Niquet, comme dans la rédaction primitive, il y a „circulum".

[2]) La leçon primitive, biffée depuis, et la copie de Niquet donnent: „ideoque permutando et per converſionem rationis ut DR ad RC ita DA ad AS. Ergo".

[3]) Voir la p. 15 du Tome préſent.

tum S. Producatur BL, et occurrat ei CM parallela FBD in M. Quia itaque punctum D eſt in diametro inter A et centrum C, erit DB major quam DA. Sed CM minor eſt quam AR ut conſtat ex propoſ. [VIII], quia CM parallela eſt radio FB cujus refractio eſt BM. Ergo major eſt ratio BD ad CM, hoc eſt, DL ad LC, quam DA ad AR. Sicut autem DA ad AR ita eſt DS ad SC. Ergo major ratio DL ad LC quam DS ad SC; et componendo, major DC ad CL quam DC ad CS. Ergo CL minor quam CS. Unde liquet punctum L ulterius quam S diſtare ab A.

[Fig. 27.]



Porro autem, eodem modo quo in caſu præcedenti, oſtenditur hîc quoque radiorum aliquorum refractiones propius concurrere ad punctum S, qualibet data diſtantia. Erit igitur et hîc S punctum concurſus radiorum ad D tendentium.

Ultimus caſus demonſtrandus reſtat, cum punctum D extra *ſphæram* [1]) ABH [Fig. 27] ſic collocatum eſt, ut DC ad CH habeat rationem eandem quam CR ad RA, hoc eſt, rationem refractionis. Quo caſu diximus omnium radiorum ad D tendentium refractiones accurate colligi in puncto S: quod nempe invenitur faciendo ut ſicut DR ad DA ita ſit DC ad DS. Puncto igitur D ſicut dictum eſt poſito, ſit quilibet radius illuc tendens FBD et ab occurſu B ducatur ad punctum S recta BS. Dico radij FB refractionem eſſe ipſam BS. Producatur enim BS et occurrat ei CM parallela FBD, et jungatur BC.

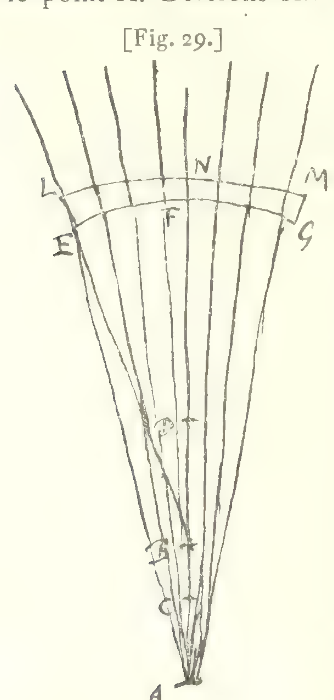
Quia igitur DC ad CH ſive CA, ut CR ad RA, erit quoque tota DR ad RC ut CR ad RA. Ut autem DR ad RC ita eſt DA ad AS, quia videlicet ex conſtr. eſt ut DR ad DA ita DC ad DS. *Itaque* [2]) et DA ad AS ut CR ad RA, hoc eſt ut DC ad CH. Ergo ſi à DA auferatur DC et ab AS auferatur CH ſive CA, habebit et reliqua CA, ſeu CH, ad reliquam CS eandem rationem quam DC ad CH. Eſt autem CB æqualis CH. Ergo et BC ad CS ut DC ad CB: ideoque trianguli DCB, BCS ſimiles, quoniam et angulum ad C communem habent qui à lateribus proportionalibus comprehenditur. Igitur et latus illius reliquum DB erit ad hujus trianguli latus reliquum BS ut DC ad CB ſive CH, et angulus SBC erit æqualis angulo BDC. Hinc jam igitur in triangulis DBS, BMC, angulus MBC æquabitur angulo BDS. Eſt autem et angulus BMC æqualis angulo DBS, propter parallelas BD, CM. Igitur dicti trianguli DBS, BMC ſimiles quoque erunt, ac proinde BM ad MC ut DB ad BS, hoc eſt, ut DC ad CH, hoc eſt, ut CR ad RA. Itaque BM ad MC rationem eam habet quæ eſt refractionis; eſtque CM radio FB parallela. Ergo BSM eſt refractio radii FB *. quod erat oſten- * [Prop. II.] [3])

trer. Tous les rayons qui se dirigent vers le point D et qui rencontrent la surface convexe AB convergeront donc, après la réfraction, vers le point unique S.

Il est manifeste que, si nous supposons construites autour du centre C deux surfaces sphériques avec les rayons CD et CS et que nous prenons sur elles deux points quelconques K et P situés sur le même rayon CK, tous les rayons qui se dirigent vers le point K sont réfractés par la surface ABH du corps transparent de telle manière qu'ils convergent exactement vers le point P: aucune surface autre qu'une surface sphérique ne peut présenter ce phénomène.

Nous pourrons maintenant, à l'aide des résultats obtenus, attendu que nous avons appris à connaître à fond la réfraction produite par le verre et qu'une surface sphérique est facile à polir, fabriquer des lentilles qui font converger en un point donné les rayons qui se dirigent vers un autre point donné. Et de même des lentilles qui réfractent les rayons venant d'un point donné de telle manière qu'ils semblent provenir d'un autre point donné. En effet, soient donnés les points A et B [Fig. 28] et supposons qu'il faille faire converger en B les rayons qui se dirigent vers le point A. Divisons AB en deux parties par le point C de telle manière que le rapport AC : CB soit égal à l'indice de réfraction du verre, c'est-à-dire à $\frac{3}{2}$. Prolongeons ensuite AB jusqu'en D, de telle manière qu'on ait CD : DB = AC : CB. Décrivons une circonférence EFG avec le centre D et le rayon DC, et une deuxième circonférence EHG avec le centre B et le rayon BH, un peu plus petit que BF. Cette circonférence coupera nécessairement la première, mettons aux points E et G: et la lunule EFGH représentera la forme de la lentille cherchée coupée par le milieu [1]). En effet, les rayons qui se dirigent vers le point A en tombant sur la surface EFG se dirigeront après y avoir été réfractés vers le point B, d'après ce que nous venons de démontrer [2]), et y parviendront, vu qu'ils ne seront pas réfractés de nouveau par la surface EHG, dont le centre est précisément le point B.

[Fig. 29.]



Et la même lentille pourra nous servir pour réfracter des rayons qui proviennent du point B de telle manière qu'ils semblent provenir du point A.

De la même manière, étant donnés les points A et B [Fig. 29], si, après avoir trouvé la circonférence

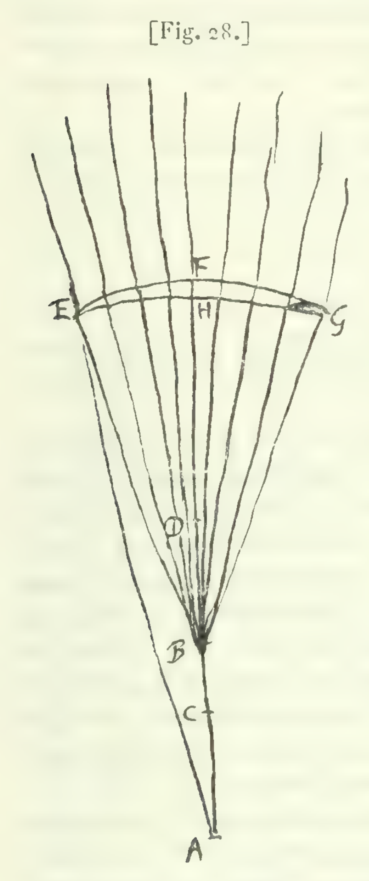
[1]) On retrouve la même construction dans la Lettre N°. 414 à van Schooten, du 12 octobre 1657; voir la p. 67 du T. II.

[2]) La construction est juste; mais la démonstration semble incomplète. En effet, en remarquant que les points A, B, C, D de la figure présente correspondent avec les points D, S, H, C de

dendum. Omnes igitur radij ad D tendentes atque occurrentes ſuperficiei convexæ AB, refracti concurrent ad punctum unicum S.

Manifeſtum autem eſt, ſi circa centrum C duæ ſphæricæ ſuperficies intelligantur ſemidiametris CD, CS. atque in illis duo quæpiam puncta ſumantur K, P, radio eodem CK connexa, omnes radios ad K tendentes refringi in diaphani ſuperficie ABH, ut exactè concurrant ad punctum P: quod quidem nulla alia quam ſphærica ſuperficies præſtare queat.

[Fig. 28.]



Poterimus porro per hæc, cum et refractionem vitri penitus cognitam habeamus, ſitque ſphærica ſuperficies expolitu facilis, lentes conficere quæ radios ad datum punctum tendentes ad datum aliud punctum concurrere faciant. Item quæ venientes ex dato puncto ita inflectant quaſi ex alio puncto dato promanent. Dentur enim puncta A, B [Fig. 28], oporteatque efficere ut radij tendentes verſus A colligantur in B. Dividatur AB in C ut habeat AC ad CB rationem quæ eſt refractionis vitri, hoc eſt, ſeſquialteram. Deinde producatur AB uſque in D, ut ſit CD ad DB ſicut AC ad CB, et centro D radio autem DC deſcribatur circumferentia EFG; et alia EHG, centro B, radio BH, paulo minori quam eſt BF. Hæc autem priorem circumferentiam neceſſario ſecabit, velut in punctis E, G: et meniſcus EFGH figuram quæſitæ lentis per medium ſectæ exhibebit [1]). Radij enim tendentes ad A et in ſuperficiem EFG incidentes ibique refracti vergent ad punctum B, ſecundum ea quæ modo oſtenſa fuerunt [2]), atque eò quidem pervenient cum nullam amplius patiantur refractionem in ſuperficie EHG, quippe cujus centrum eſt ipſum B punctum.

Eadem vero lens efficiet etiam, ut radij ex B venientes inflectantur quaſi ex A venirent.

Similiter datis punctis A B [Fig. 29], inventaque circumferentia EFG ſicuti

---

la figure 27, il est clair qu'il s'agit de prouver, dans cette figure, les relations DH : HS = n et CH : CS = n; or, à la p. 63 il est démontré, en vérité, que CH : CS = DC : CH = n; mais on cherchera vainement, dans ce qui précède, la démonstration de la relation DH : HS = n. Pour combler cette lacune il suffit toutefois de remarquer que de la proportion CH : CS = = DC : CH il suit (DC — CH) : (CH — CS) = DC : CH, c'est-à-dire, DH : HS = DC : : CH = n.

Ajoutons que nous ne connaissons pas la „demonstratio brevissima" dont il est question dans la lettre à van Schooten, citée dans la note précedente.

EFG comme nous l'avons dit, nous décrivons avec le centre B et le rayon BN, un peu plus grand que BF, une autre circonférence LNM, la figure ELNMGF repréſentera la ſection d'une ſeconde lentille dont on ſe ſervira pour faire converger en A les rayons qui ſe dirigeaient vers le point B. En effet, puiſque EFG, étant une ſurface convexe du verre, fait converger vers B les rayons qui ſe dirigeaient vers A; il en réſulte que cette même ſurface, étant, comme c'eſt le cas ici, une ſurface concave, doit faire converger vers A les rayons qui ſe dirigeaient vers B; c'eſt ce qui reſſort clairement de la propos. I [1]). Quant à la ſurface LNM elle ne change rien ici au cours des rayons qui ſe dirigent vers le point B, attendu que cette ſurface a le point B comme centre.

Et la même lentille concave réfractera les rayons qui proviennent du point A de telle manière qu'ils ſemblent provenir du point B.

Troisième partie.

La ſurface eſt convexe, et les rayons qui proviennent d'un point donné rencontrent cette ſurface en venant de l'intérieur.

Soit AB la ſurface convexe du corps tranſparent et S le point donné, d'où proviennent des rayons tels que SB tombant ſur cette ſurface; en ſortant du corps tranſparent ces rayons ſeront réfractés, à moins que S ne coïncide avec le centre C de la ſurface convexe. Mais, en outre, le cas doit être diviſé en deux parties. En effet, tirons la droite SC et prolongeons-la juſqu' à ce qu'elle coupe la circonférence AB au point A. Si nous choiſiſſons alors le point Q de telle manière que le rapport AQ : QC ſoit égal à l'indice de réfraction, le point S ſera ou bien plus près ou bien plus éloigné du point A que le point Q. Car s'il coïncide avec le point Q, il eſt évident d'après la propos. VIII [2]), que les rayons réfractés ne convergent pas vers un point mais ſont conſidérés comme parallèles: en effet, Q eſt le point de concours des rayons parallèles tombant du dehors ſur la ſurface AB.

Suppoſons donc d'abord que le point S eſt plus éloigné du point A que le point Q [Fig. 30]. Et prenons le point D de telle manière que l'on ait SQ : SA = SC : : SD. Je dis que D ſera le point de concours des rayons réfractés qui atteignent la ſurface AB, étant partis du point S. Pour le démontrer, prenons AR = CQ, de telle manière que A tombe entre R et C. Alors le rapport CR : RA ſera égal à l'indice de réfraction, de même que le rapport AQ : QC. Et il eſt manifeſte en outre que le point R tombe entre A et D. Car, comme on a SQ : SA = SC : SD, on aura, par permutation et par partage, SQ : QC = SA : AD; partant, comme SQ < < SA, QC ou AR ſera auſſi plus petite que AD. De plus, comme SA : AD = SQ :
* 19. 5. [3]) : QC ou SQ : AR, le reſte QA ou CR ſera auſſi au reſte RD comme SA eſt à AD *.

[1]) Voir la p. 13 du Tome préſent.

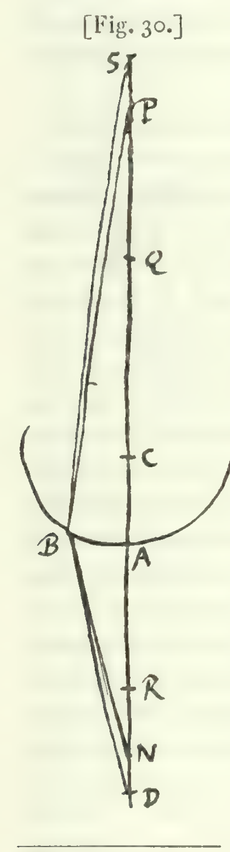
diximus, ſi centro B, intervallo autem BN paulo majori quam BF alia circumſerentia deſcribatur LNM: figura ELNMGF ſectionem alterius lentis referet, quæ efficiet ut radij tendentes ad punctum B dirigantur verſus A. Si enim convexa exiſtens vitri ſuperficies EFG radios ad A tendentes deflectere facit ad B, neceſſe eſt ut eadem ſuperficies cava exiſtens ut hîc, radios ad B tendentes mittat verſus A: ut facile colligere eſt ex propoſ. [I] [1]). Superficies autem LNM nulla refractione hîc radios inflexit ad B tendentes, quoniam hoc centrum habet.

Eadem vero lens cava radios ex A venientes ita franget ut videantur procedere ex puncto B.

Pars 3.

Cum convexa eſt ſuperficies, et à puncto egredientes radij intrinſecus illi occurrunt.

[Fig. 30.]



Sit convexa diaphani ſuperficies AB et punctum S, ex quo in illam perveniant radij ut SB, qui quidem egredientes diaphanum refringentur, niſi S ſit idem cum convexi centro C. Eſt autem præterea quoque duplex caſus. Junctâ enim SC, eademque productâ, ac circumferentiam AB ſecante in A, ſi fecerimus ut AQ ad QC habeat rationem quæ eſt refractionis, erit punctum S vel propius puncto A quam punctum Q, vel ulterius remotum. Nam ſi convenit cum puncto Q, perſpicuum eſt ex propoſ. [VIII] [2]) radios poſt refractionem non concurrere ad punctum aliquod, ſed pro parallelis haberi: eſt enim Q punctum concurſus radiorum parallelorum extrinſecus in ſuperficiem AB incidentium.

Sit igitur primo punctum S ulterius diſtans ab A quam punctum Q [Fig. 30]. Et fiat ut SQ ad SA ita SC ad SD. Dico D fore punctum concurſus radiorum refractorum qui à puncto S procedunt ad ſuperficiem AB. Ponatur enim AR æqualis CQ, ita ut A inter R et C cadat. Ergo et CR ad RA proportionem refractionis habebit æque ac AQ ad QC. Et præterea manifeſtum eſt punctum R cadere inter A et D. Nam quia ut SQ ad SA ita SC ad SD, erit permutando et dividendo, ut SQ ad QC ita SA ad AD; unde, cum SQ ſit minor SA, erit et QC, hoc eſt, AR minor quam AD. Porro quoniam eſt SA ad AD ut SQ ad QC, hoc eſt AR, erit et reliqua QA, hoc eſt, CR ad reliquam RD ut SA ad AD *. Et componendo CD ad DR ut * [19. 5.] [3])

[2]) Voir la p. 33 du Tome préſent.

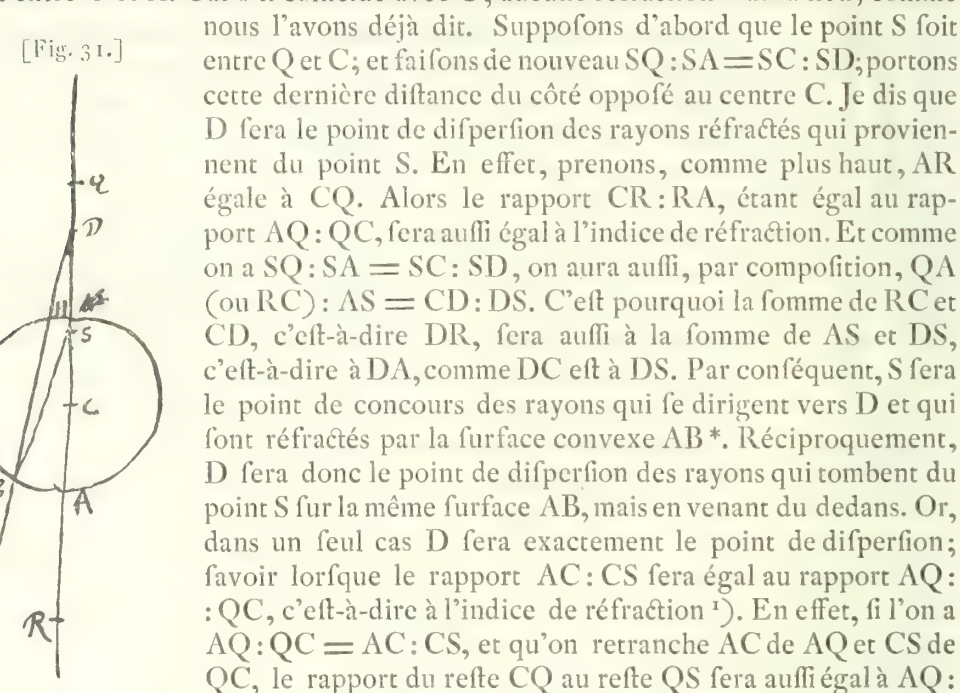
[3]) Il s'agit de la Prop. 19 du Livre 5 des Éléments d'Euclide. On la trouvera citée dans la note 26, p. 311 du T. XI. L'aſtériſque fut placé par Huygens, mais l'indication de la propoſition fut faite par De Volder ou Fullenius. Comparez la note 1 de la p. 21.

Et, par compofition, CD : DR = SD : DA, et, par inverfion et permutation, DR : : DA = DC : DS. Par conféquent, d'après la première partie de la propofition préfente, les rayons qui proviennent du point D feront réfractés de telle manière à la furface AB qu'ils convergeront vers S. Réciproquement, les rayons qui proviennent du point S seront donc réfractés par la même furface de telle manière qu'ils convergeront vers D. Ainfi D fera le point de concours cherché, et cela dans le même fens que le point S dans les propofitions précédentes. C'eft-à-dire, les rayons ne convergeront pas exactement ici vers le point D, mais tous en-deçà de ce point; cela fe démontre de la façon fuivante. Un rayon quelconque provenant du point D, tel que DB, après avoir été réfracté à la furface AB, rencontre la droite DC en-deçà du point S *, par exemple en P. C'eft pourquoi BD fera réciproquement le rayon réfracté provenant du rayon PB. Par conféquent, le rayon réfracté BN provenant du rayon SB rencontrera l'axe en-deçà du point D. En effet, attendu que les rayons PB et SB fe dirigent vers le même point de la furface, il eft néceffaire que ces rayons fe coupent après la réfraction, comme cela se déduit aifément de la première propriété des réfractions.

* D'après la première partie de la Prop. préfente.

Soit maintenant S [Fig. 31], le point donné, fitué de telle manière que fa diftance du point A foit plus petite que QA. Il fera donc fitué soit entre Q et C, soit entre C et A. Car s'il coïncide avec C, aucune réfraction n'aura lieu, comme nous l'avons déjà dit. Suppofons d'abord que le point S foit entre Q et C; et faifons de nouveau SQ : SA = SC : SD; portons cette dernière diftance du côté oppofé au centre C. Je dis que D fera le point de difperfion des rayons réfractés qui proviennent du point S. En effet, prenons, comme plus haut, AR égale à CQ. Alors le rapport CR : RA, étant égal au rapport AQ : QC, fera auffi égal à l'indice de réfraction. Et comme on a SQ : SA = SC : SD, on aura auffi, par compofition, QA (ou RC) : AS = CD : DS. C'eft pourquoi la fomme de RC et CD, c'eft-à-dire DR, fera auffi à la fomme de AS et DS, c'eft-à-dire à DA, comme DC eft à DS. Par conféquent, S fera le point de concours des rayons qui fe dirigent vers D et qui font réfractés par la furface convexe AB *. Réciproquement, D fera donc le point de difperfion des rayons qui tombent du point S fur la même furface AB, mais en venant du dedans. Or, dans un feul cas D fera exactement le point de difperfion; favoir lorfque le rapport AC : CS fera égal au rapport AQ : : QC, c'eft-à-dire à l'indice de réfraction [1]). En effet, fi l'on a AQ : QC = AC : CS, et qu'on retranche AC de AQ et CS de QC, le rapport du refte CQ au refte QS fera auffi égal à AQ : : QC. Comme on a en outre QA : AS = CD : DS, ainfi que cela a été démontré antérieurement, on aura auffi, par converfion de cette proportion, AQ : QS =

[Fig. 31.]



* D'après la seconde partie de la Prop. préfente.

SD ad DA, et invertendo et permutando DR ad DA ut DC ad DS. Quare per propof. [hujus part. 1.] radij ex puncto D fluentes in fuperficie AB ita refringentur ut tendant ad S. Ideoque et vice verfa, qui veniunt ab S puncto, ad eandem fuperficiem ita refringentur ut tendant ad D. Igitur D erit punctum concurfus quæfitum. Ea nempe ratione qua punctum S in propofitionibus antecedentibus. Etenim non perfectè ad D radij hîc concurrent fed omnes citra; quod fic oftenditur. Radius quilibet ex D veniens ut DB atque a fuperficie AB refractus, convenit cum recta DC citra punctum S *, velut in P. Quare et viciffim radij PB refractio erit BD; Ideoque radij SB refractio puta BN, concurret citra punctum D. quia cum ad idem fuperficiei punctum tendant radij PB, SB, neceffe eft ut poft refractionem fiat interfectio, ut facilè colligitur ex prima refractionum proprietate. * [Pars 1. Prop. hujus.]

[Fig 30].

Sit nunc punctum S datum [Fig. 31], ut minus diftet ab A quam punctum Q. Erit autem vel inter Q et C vel inter C et A. nam cum in C incidit nullam fieri refractionem jam diximus. Sit primo inter Q et C punctum S; et fiat rurfus ut SQ ad SA ita SC ad SD quæ fumatur in partem à centro C averfam. Dico D fore punctum difperfus radiorum refractorum qui ab S puncto egrediuntur. Sumatur enim, ut ante, AR æqualis CQ. Erit ergo et CR ad RA proportio refractionis, eadem nempe quæ AQ ad QC. Et quoniam SQ ad SA ut SC ad SD, erit et componendo QA, hoc eft, RC ad AS ut CD ad DS. quare et utraque fimul RC, CD hoc eft DR ad utramque fimul AS, DS, hoc eft ad DA ut DC ad DS. Ergo radiorum ad D tendentium et in convexa fuperficie AB refractorum punctum concurfus erit S *. Quare et viciffim radiorum ex puncto S in fuperficiem eandem AB, fed intrinfecus, incidentium, punctum difperfus erit D. Erit autem D punctum difperfus accuratè uno cafu, cum nempe ratio AC ad CS erit eadem quæ AQ ad QC, five quæ refractionis [1]). Si enim ut AQ ad QC ita AC ad CS; auferendo AC ab AQ et CS ab QC erit et reliquæ CQ ad reliquam QS eadem ratio quæ AQ ad QC. Quia porro QA ad AS ut CD ad DS, uti antea oftenfum eft, erit et per converfionem rationis AQ ad QS ut DC ad CS. Sed CS ad CA ut CQ ad AQ; ergo erit ex æquo in proportione pertur- * [Prop. hujus pars 2.]

[1]) Huygens a ajouté plus tard en marge „casus perfectus figura representetur."

= DC : CS. Mais CS : CA = CQ : AQ. On aura donc par la règle de la proportion dérangée [1]), DC : CA (ou CH) = CQ : QS, ou AQ : QC, rapport qui eſt égal à l'indice de réfraction. Comme donc le rapport DC : CH lui-auſſi eſt égal à cet indice, et que DR : DA = DC : DS, comme nous l'avons démontré ici, il eſt clair que tous les rayons qui ſe dirigent vers le point D et qui ſont réfractés par la ſurface convexe AB, ſe réuniſſent exactement au point S [2]). Réciproquement, les rayons qui proviennent du point S feront donc réfractés de telle manière par la même ſurface qu'ils ſemblent provenir du point D. Et ſi le rapport AC : CS eſt plus petit que le rapport AQ : QC, tous les rayons réfractés provenant de rayons iſſus du point S couperont l'axe AC, lorſqu'on les prolonge en ſens inverſe, au-delà du point D. Si l'on a au contraire AC : CS > AQ : QC, tous ces prolongements couperont l'axe en-deçà du point D, comme cela ſe déduit aiſément de la deuxième partie de la propoſition préſente.

Enfin, le cas où le point donné S ſe trouve entre A et C [Fig. 32], conduit à la même conſtruction que le dernier cas conſidéré et la démonſtration eſt la même également. En effet, comme on a SQ : SA = SC : SD, on aura par compoſition QA (ou RC) : AS = CD : DS. C'eſt pourquoi, ſi nous retranchons CD de RC et DS de AS, le reſte DR ſera au reſte DA comme DC eſt à DS. Nous en tirerons les mêmes concluſions que dans le cas précédent. Ainſi D ſera le point de diſperſion en ce ſens que tous les rayons réfractés, prolongés en ſens inverſe, coupent l'axe en-deçà de ce point, c'eſt-à-dire entre D et A.

Quatrième Partie.

La ſurface eſt convexe, et les rayons qui ſe dirigent vers un point donné rencontrent la ſurface en venant de l'intérieur.

Soit AB la ſurface convexe du corps transparent et S le point donné où ſe dirigent des rayons tels que LB au moment où ils rencontrent la ſurface en venant de l'intérieur. Soit C le centre de la ſurface convexe. Tirons la droite SC et ſuppoſons qu'elle coupe la ſurface en A. Prolongeons-la jusqu'au point Q de telle manière que le rapport AQ : QC ſoit égal à l'indice de réfraction, et prenons un point D tel qu'on ait SQ : SA = SC : SD. Je dis que D eſt alors le point de concours des rayons réfractés provenant de rayons qui ſe dirigeaient vers le point S. En effet, ſoit AR = CQ. Alors le rapport CR : RA ſera lui-auſſi égal à l'indice de réfraction. Et comme on a SQ : SA = SC : SD, on aura, par partage, QA (ou CR) : SA = CD : : DS. C'eſt pourquoi, en retranchant CD de CR et DS de SA, nous trouverons que le reſte DR eſt au reſte DA comme DC eſt à DS. Par conſéquent, comme les rayons qui, iſſus du point D, tombent ſur la ſurface convexe AB et y ſont réfractés,

[1]) On peut consulter sur le théorème en question la note 22, p. 304 du T. XI. Dans le cas présent, pour appliquer la règle de la proportion dérangée sous la forme que nous lui avons donnée

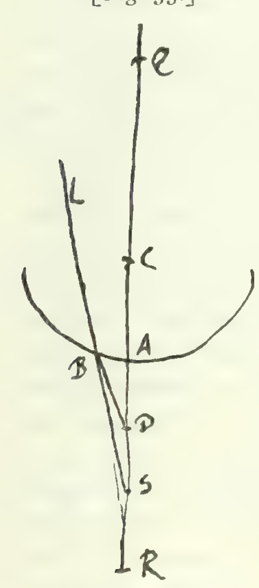
bata [1]) DC ad CA five CH ut CQ ad QS, hoc eft, ut AQ ad QC, quæ eft proportio refractionis. Cum autem DC ad CH habet proportionem refractionis, eftque DR ad DA ut DC ad DS, ut hic effe oftendimus, conftat radios omnes ad punctum D tendentes, atque ad fuperficiem convexam AB refractos, colligi exactè ad punctum S [2]). Ergo et viciffim qui veniunt ex puncto S, ad eandem fuperficiem ita refringentur, ut a puncto D procedere videantur. Quod fi vero minor ratio fuerit AC ad CS quam AQ ad QC, omnium radiorum ex S venientium refractiones retro productæ ultra punctum D concurrent cum axe AC; fi autem ratio AC ad CS major fuerit quam AQ ad QC, eædem omnes citra punctum D concurrent, ut ex propof. [hujus parte 2] facile colligitur.

[Fig. 32.]

Cafus denique is quo punctum S inter A et C datum eft [Fig. 32], eodem modo conftruitur quo noviffime præcedens nec diffimilem demonftrationem habet. Nempe cum fit SQ ad SA ut SC ad SD, erit componendo, QA, hoc eft RC ad AS ut CD ad DS. Quare auferendo CD ab RC, et DS ab AS, erit et reliqua DR ad reliquam DA ut DC ad DS. Unde reliqua eodem modo concludemus. Erit autem D punctum difperfus ejufmodi, ut refractiones omnes retro productæ citra ipfum concurrant, hoc eft inter D et A.

Pars 4.

[Fig. 33.]



Cum fuperficies convexa eft, et ad punctum tendentes radij intrinfecus fuperficiei occurrunt.

Efto diaphani convexa fuperficies AB, et datum punctum S, quo tendant radij, ut LB intrinfecus fuperficiei occurrentes, centrum vero convexi fit C. Jungatur SC fecetque fuperficiem in A, et producatur ad Q, ut AQ ad QC habeat proportionem refractionis; et ut SQ ad SA ita fit SC ad SD. Dico D effe punctum concurfus radiorum refractorum qui ad S punctum pergunt. Sit enim AR æqualis CQ; ergo et CR ad RA habebit proportionem refractionis. Et quia SQ ad SA ut SC ad SD, erit dividendo, QA, hoc eft, CR ad SA ut CD ad DS. Quare auferendo CD à CR, et DS ab SA, erit et reliqua DR ad reliquam DA ut DC ad DS. Ergo quum radij ex D in

dans la note mentionnée, on doit poser, après avoir changé l'ordre des rapports dans l'avant-dernière proportion, $DC = a$; $CS = b$; $CA = c$; $CQ = d$; $AQ = e$; $QS = f$.

[2]) Voir la p. 49 du Tome présent.

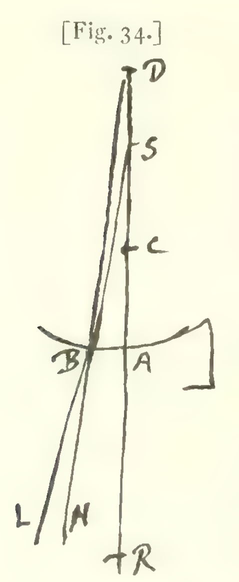
* D'après la première partie de la Prop. présente. [1])

ont le point S * pour point de difperfion; réciproquement les rayons qui fe dirigent vers le point S feront réfractés par la même furface de manière à fe diriger vers le point D. Toutefois, ils ne fe dirigeront pas rigoureufement vers ce point. Les rayons qui proviennent du point D, prolongés en fens inverfe, ne fe coupent pas exactement au point S, mais rencontrent tous l'axe à une plus grande diftance du point A. Par conféquent, les rayons qui fe dirigent vers le point S rencontreront l'axe en des points différents, non pas au point D lui-même mais feulement à petite diftance de ce point entre A et D. Ces points feront d'autant plus rapprochés du point D que le rayon incident fera plus rapproché de l'axe CA.

Cinquième Partie.

La furface eft concave et les rayons qui proviennent d'un point donné tombent fur cette furface du côté extérieur.

[Fig. 34.]



Soit AB [Fig. 34 et 35] la furface fphérique concave et C fon centre. Suppofons que des rayons iffus du point D, tels que DB, tombent fur cette furface. Tirons DC et admettons que fon prolongement coupe la furface en A. Choififfons le point R de telle manière que le rapport CR : RA foit égal à l'indice de réfraction. R fera donc le point de difperfion des rayons parallèles venant du côté oppofé. Prenons un point S tel qu'on ait DR : DA = DC : DS. Je dis que S fera le point de difperfion des rayons iffus du point D après leur réfraction par la furface AB.

En effet, fi nous joignons les points S et B par une droite et que nous prolongeons cette droite vers L, et DB vers N, il eft clair que BS ferait le rayon réfracté provenant du rayon NB, fi la furface AB était convexe. Par conféquent, maintenant qu' elle est concave, c'eft-à-dire qu' elle limite un corps transparent placé de l'autre côté, BL fera le rayon réfracté provenant du rayon DB, puifque NBD et SBL font des lignes droites *. Ainfi S fera le point de difperfion des rayons iffus du point D.

* Prop. I. [2])

Or, il y a trois cas. Car le point D peut être donné de telle manière que le rapport DC : CA eft ou plus grand que le rapport CR : RA, ou plus petit, ou bien égal à ce rapport. Et fi le rapport DC : CA eft égal au rapport CR : RA, c'eft-à-dire à l'indice de réfraction, S fera le point auquel correfpondront exacte-

[1]) Voir cette première partie à commencer en bas de la p. 45.

convexum AB incidentes refractique habeant punctum dispersus S *; vicissim qui ad S tendunt ab eadem superficie inflectentur versus punctum D. Non tamen accurate; sed quia qui ex D veniunt refracti, retroque producti, non in ipsum punctum S concurrunt, sed omnes ulterius ab A, idcirco et ij qui tendunt ad punctum S, tantum prope D inter A, D, concurrent ad puncta diversa, quæ eo propiora erunt puncto D, quo radius incidens propior fuerit axi CA.

* [Pars 1. Prop. hujus.] [1])

Pars 5.

Cum superficies cava est, et radij a puncto venientes extrinsecus ei occurrunt.

[Fig. 35.]

Sit superficies sphærica cava AB [Fig. 34 et 35] cujus centrum C, incidantque in eam radij a puncto dato D procedentes, ut DB. Jungatur DC, et producta secet superficiem in A, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Erit ergo R punctum dispersus radiorum parallelorum ab opposita parte venientium. Jam sicut DR ad DA ita sit DC ad DS. Dico S fore punctum dispersus radiorum ex D egredientium postquam in superficie AB refracti fuerint.

Junctâ enim SB, productâque versus L, et DB versus N: constat radij NB refractionem fore BS, si superficies AB convexa esset. Ergo cum cava nunc sit, hoc est, diaphanum ab contraria parte positum terminet, cumque NBD, SBL sint lineæ rectæ, erit radij DB refractio BL *. Itaque erit S punctum dispersus radiorum ex D manantium.

* [Prop. I.] [2])

Sunt autem casus tres. Nam punctum D ita datum est, ut ratio DC ad CA sit major ratione CR ad RA, vel minor, vel æqualis. Et si quidem eadem est ratio DC ad CA quæ CR ad RA, sive quæ refractionis, erit S punctum quo exacte omnes radij refracti pertinebunt. Si vero ratio DC ad CA major, refractiones omnes retro productæ citra S punctum cum axe AC convenient. Si minor,

[2]) Voir la p. 13 du Tome présent.

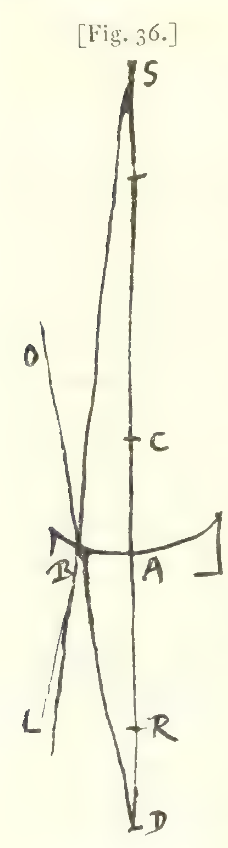
ment tous les rayons réfractés. Mais si le rapport DC : CA est plus grand, tous les rayons réfractés prolongés en sens inverse rencontreront l'axe AC en-deçà du point S. S'il est plus petit, au-delà de ce point. Tout ceci résulte clairement de ce qui est contenu dans la deuxième partie de cette proposition [1]).

Sixième Partie.

La surface est concave et les rayons qui se dirigent vers le point donné coupent cette surface en venant du dehors.

Soit AB [Fig. 36 et 37] la surface sphérique, C son centre. Supposons que les rayons, tels que OB, qui se dirigent vers le point donné D, tombent sur cette surface. Menons une droite par les points D et C qui coupe la surface en A. Prenons les points R et S de telle façon que le rapport CR : RA soit égal à l'indice de réfraction et que l'on ait DR : DA = DC : DS. Je dis que dans le premier cas [Fig. 36], lorsque R tombe entre A et D, le point S sera le point de dispersion des rayons qui se dirigeaient vers le point D. Et dans le second cas [Fig. 37], lorsque D tombe entre A et R, je dis qu'au contraire S sera leur point de concours. Mais si D coïncide avec le point R, les rayons qui tendent vers D, deviendront après la réfraction parallèles entre eux et à l'axe AC, comme cela a été observé dans les propos. [IX et I] [2]).

[Fig. 36.]



Dans les cas ici considérés la démonstration est la suivante. Tirons la droite SB et prolongeons-la du côté L. Les lignes SBL et DBO sont droites et il a été démontré plus haut dans la première partie de la proposition présente [3]) que les rayons provenant du point D et réfractés par la surface convexe AB se coupent au point S de manière que, DB étant un rayon incident, BS devient le rayon réfracté correspondant. Il en résulte que dans le cas actuel le rayon réfracté provenant du rayon OB qui se dirige vers le point D et qui tombe sur la surface concave AB est BL *. Toutefois, pour parler exactement, lorsque S est le point de dispersion, le rayon réfracté provenant de OB coupera l'axe AC en-deçà du point S; et lorsque S est le point de concours, il coupera l'axe au-delà de ce point.

* Prop. I.

Septième Partie.

La surface est concave et les rayons qui proviennent d'un point donné tombent du dedans sur cette surface.

ultra. Quæ omnia ex ijs quæ propoſitionis hujus parte ſecunda [1]) habentur manifeſta ſunt.

Pars 6.

Cum ſuperficies cava eſt, et radij ad punctum tendentes extrinſecus illi occurrunt.

Sit ſuperficies ſphærica cava AB [Fig. 36 et 37], centro C; incidantque in eam radij ad punctum datum D tendentes, ut OB. Agatur recta per DC, ſecans ſuperficiem in A, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Et ut DR ad DA ita ſit DC ad DS. Dico priore caſu [Fig. 36], cum R cadit inter A, D, punctum S fore punctum diſperſus radiorum qui ad D tendebant. Altero verò caſu [Fig. 37], cum D cadit inter A, R, eventurum contra ut S ſit punctum eorum concurſus. Si autem D fuerit idem quod punctum R, radij eo tendentes, poſt refractionem fient inter ſe et axi AC paralleli, ut in propoſ. [IX et I] [2]) annotatum fuit.

[Fig. 37.]

Caſus autem hîc propoſiti demonſtrabuntur ductâ SB, eâdemque verſus L extenſâ. Quia enim rectæ ſunt lineæ SBL, DBO, eſtque ſuperius demonſtratum, propoſ. [hujus pars 1] [3]) radiorum ex D venientium ad ſuperficiem AB convexam refractiones concurrere ad S punctum, ita ut ſi DB ſit radius incidens refractio ejus fiat BS; neceſſe eſt hîc radij OB ad D tendentis atque in cavam ſuperficiem AB incidentis refractionem eſſe BL *. Quamquam exacta ratione tamen radij OB refractio concurret cum AC citra punctum S, quando S eſt punctum diſperſus. Sed ultra, quando contingit S eſſe punctum concurſus. * [Prop.I.]

Pars 7.

Cum ſuperficies cava eſt et radij à puncto venientes intrinſecus illi occurrunt.

---

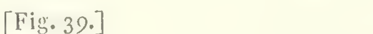
[1]) Voir la p. 49 du Tome présent.

[2]) Voir les pp. 36 et 13 du Tome présent.

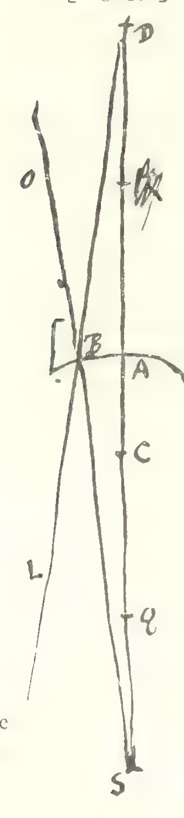
[3]) Voir la note 1, p. 72 du Tome présent.

Soit AB [Fig. 38] la ſurface concave et C ſon centre; et ſoit S le point d'où proviennent des rayons tels que SB qui rencontrent la ſurface en venant de l'intérieur. Menons une droite par les points S et C qui coupe la ſurface en A, et ſuppoſons que le rapport AQ:QC ſoit égal à l'indice de réfraction. Q eſt alors le point auquel correſpondraient des rayons parallèles venant de l'autre côté. Par conſéquent, ſoit SQ:SA = SC:SD. Je dis que D ſera le point de diſperſion des rayons qui proviennent du point S: en d'autres termes que, ſi l'on joint les points D et B et qu'on prolonge DB du côté de L, BL ſera le rayon réfracté provenant du rayon SB. En effet, ſi l'on prolonge également SB du côté de N, il eſt clair que BD eſt le rayon réfracté provenant du rayon NB, ſi la ſurface AB eſt ſuppoſée convexe *. De même ici, le corps tranſparent ſe trouvant de l'autre côté de la ſurface AB, BL ſera le rayon réfracté provenant de SB *. Par conſéquent, D ſera le point de diſperſion des rayons provenant du point S, et cela de telle manière que tous les rayons réfractés coupent l'axe en-deça de ce point, c'eſt-à-dire plus près de la ſurface AB.

* D'après la quatrième partie de la Prop. préſente.
* Prop. I.




[Fig. 39.]

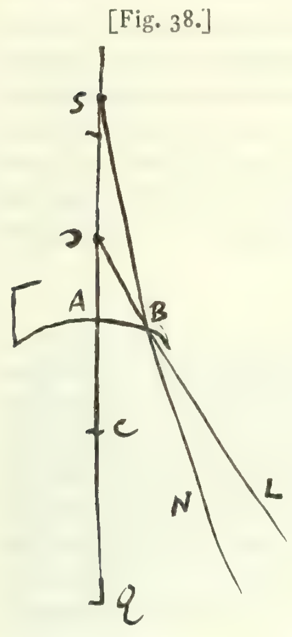


Huitième Partie.

La ſurface eſt concave et les rayons qui ſe dirigent vers un point donné tombent du dedans ſur cette ſurface.

Soit AB [Fig. 39, 40 et 41] la ſurface concave du corps tranſparent, et C ſon centre; et ſoit S le point donné où ſe dirigent des rayons tels que OB au moment où ils rencontrent la dite ſurface, en venant de l'intérieur. Menons la droite SC qui coupe la ſurface en A, et ſuppoſons que le rapport AQ:QC ſoit égal à l'indice de réfraction. Soit en outre SQ:SA = SC::SD. Je dis que dans le premier cas [Fig. 39], lorſque le point Q tombe entre A et S, D ſera le point de diſperſion des rayons qui ſe dirigent vers le point S. Mais dans les deux cas ſuivants [Fig. 40 et 41], où S tombe entre A et Q, je dis que D ſera le point de concours de ces mêmes rayons. Joignons les points D et B et prolongeons DB du côté de L. Alors, ſi nous ſuppoſons que AB eſt une ſurface convexe de ſorte que le corps tranſparent ſe trouve du côté de C, il eſt clair que le rayon réfracté provenant du rayon SB eſt DB dans le premier cas et le prolongement de DB, c'eſt-à-dire BL, dans les deux cas ſuivants *. Réciproquement, le corps tranſparent étant actuellement placé de l'autre côté de la ſurface, BL ſera le rayon réfracté provenant du rayon OB dans le premier cas, et BD ſera le rayon réfracté dans

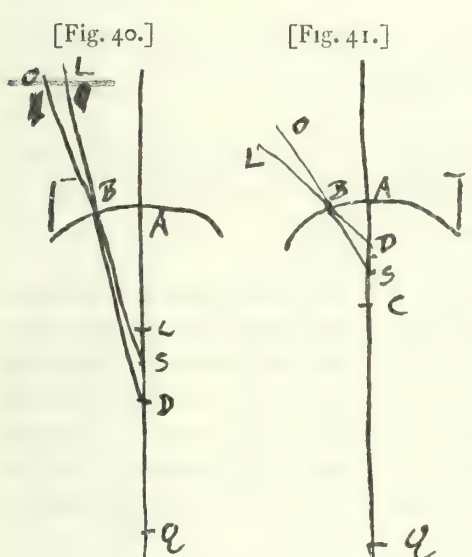
* D'après la ſeconde partie de la Prop. préſente.



[Fig. 38.]

Sit ſuperficies cava AB, cujus centrum C; et punctum S, unde digreſſi radij ut SB intrinſecus in ſuperficiem ferantur.

Ducatur recta per SC, ſecans ſuperficiem in A, et habeat AQ ad QC proportionem refractionis. Erit igitur punctum Q quo pertinerent radij paralleli à parte contraria advenientes. Quare ut SQ ad SA ita ſit SC ad SD. Dico D fore punctum diſperſus radiorum ab S manantium: hoc eſt, ſi jungatur DB et producatur verſus L, futuram BL refractionem radij SB. Si enim et SB producatur verſus N, conſtat radij NB refractionem eſſe BD, ſi ſuperficies AB convexa intelligatur *. * [Hujus Prop p. 4.]
Itaque hîc, cum diaphanum ad alteram partem ſuperficiei AB poſitum ſit, erit et BL refractio radij SB *. * [Prop. I.]
Ideoque D punctum diſperſus radiorum ab S venientium. Eſt autem ejuſmodi ut refractiones omnes citra ipſum cum axe conveniant, hoc eſt minus *procul* [1]) a ſuperficie AB.



[Fig. 40.] [Fig. 41.]

Pars 8.

Cum ſuperficies cava eſt, et radij ad punctum tendentes intrinſecus illi occurrunt.

Sit diaphani cava ſuperficies AB [Fig. 39, 40 et 41]; centrum ejus C; et punctum datum ſit S quo tendentes radij ut OB, intrinſecus dictæ ſuperficiei occurrant. Ducatur recta per C, ſecans ſuperficiem in A, habeatque AQ ad QC proportionem refractionis. Porro ut SQ ad SA ita ſit SC ad SD. Dico priore caſu [Fig. 39], cum punctum Q cadit inter A et S, futurum D punctum diſperſus radiorum ad S tendentium. Poſterioribus vero duobus [Fig. 40 et 41] quibus S cadit inter A, Q, dico D fore eorundem radiorum punctum concurſus. Jungatur DB et verſus L producatur. Itaque ſi ſuperficies AB convexa ponatur, ut diaphanum ſit verſus C, conſtat radij SB refractionem eſſe DB priori caſu, duobus verò reliquis in producta DB, hoc eſt BL *. Quare è diverſo hìc, * [Prop. h. p. 2.]

[1]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „longè”.

* Prop. I. les deux autres cas *. En effet, OBS et DBL sont des lignes droites. Par conséquent, D eſt dans le premier cas le point de diſperſion des rayons qui ſe dirigent vers le point S, et leur point de concours dans les deux autres cas. Du reſte, il peut arriver que D devienne exactement le point de concours; cela aura lieu lorſque le rapport AC:CS [Fig. 41] eſt préciſément égal à l'indice de réfraction, donc auſſi au rapport AQ : QC. Mais dans les cas où D eſt le point de diſpersion, les rayons réfractés prolongés en ſens inverſe couperont toujours l'axe en-deçà du point D.

Ayant appris à connaître par ce qui a été démontré juſqu'ici la façon dont chacune des ſurfaces conſidérées réfracte les rayons, nous pourrons maintenant trouver les points de concours ou de diſperſion pour des lentilles convexes ou concaves quelconques ou pour des lentilles compoſées de diverſes façons de ſurfaces convexes, concaves ou planes; et cela tout auſſi bien dans le cas où les rayons incidents ſont parallèles que lorſqu'ils partent d'un point donné ou ſe dirigent vers un point donné. Et dans la conſtruction de ces points de concours ou de diſperſion nous pourrons ſouvent auſſi faire uſage de méthodes plus rapides, comme cela deviendra manifeſte dans ce qui ſuit.

Proposition XIII.

Étant donnée une ſphère compoſée d'une ſubſtance tranſparente, trouver le point de concours d'un faiſceau de rayons parallèles tombant ſur cette ſphère.

Soit donné une ſphère dont C eſt le centre. Soit BA l'axe et la circonférence BPA une ſection centrale. Suppoſons que les rayons incidents, tels que OP, ſoient parallèles à l'axe BA. Diviſons le rayon CA en deux parties égales par le point E et prolongeons ce rayon de telle manière que le rapport CD : DE ſoit égal à l'indice de réfraction de la matière dont ſe compoſe la ſphère. Par exemple, ſi la ſphère conſidérée eſt de criſtal ou de verre, il faut que le rapport CD : DE ſoit environ égal à $\frac{3}{2}$, mais ſi elle eſt d'eau, à $\frac{4}{3}$. Je dis que D ſera le point de concours cherché [1]).

En effet, prenons ſur l'axe AB prolongé des deux côtés les points S et Q de telle manière que les rapports BS : SC et AQ : QC ſoient l'un et l'autre égal à l'indice de réfraction, c'eſt-à-dire au rapport CD : DE. On aura alors CS = CQ. Les rayons parallèles à l'axe BA, tels que OP, ſeront donc réfractés de telle manière

* Prop. VIII. [2]) en entrant dans la ſphère qu'ils ſe dirigeront vers le point S *. Enſuite, comme on a CD : DE = BS : SC, on aura auſſi par partage CE (ou EA) : ED = BC (ou CA) :CS. Donc auſſi EA : AD = CA : AS. Or, EA eſt la moitié de CA, par

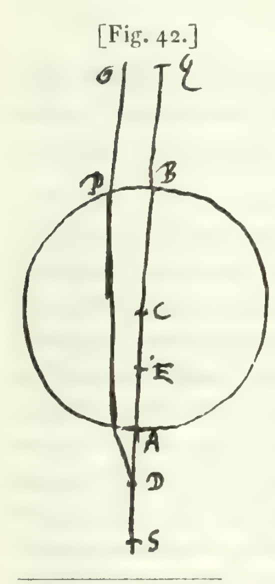
ubi diaphanum à parte altera ſuperficiei collocatum eſt, erit radij OB refractio BL in caſu primo, in reliquis vero BD *. Quia videlicet OBS, DBL ſunt rectæ lineæ. Eſt igitur priori caſu D punctum diſperſus radiorum ad S tendentium, reliquis duobus punctum concurſus. Poteſt autem fieri ut fiat D punctum concurſus accuratè; nempe ſi AC ad CS [Fig. 41] habeat rationem eam quæ eſt refractionis, hoc eſt eandem quam AQ ad QC. Quandocunque autem D ſit punctum diſperſus ſemper radij refracti retro producti convenient cum axe citra punctum D. * [Prop. I.]

Cognita ſingularum ſuperficierum refractione ex his quæ hactenus demonſtrata ſunt, poterimus jam lentium quarumlibet convexarum vel cavarum vel quæ ex convexis, cavis, planiſque ſuperficiebus diverſimode componuntur, puncta concurſus vel diſperſus invenire, æquè cum paralleli radij incidunt, atque cum ex dato vel ad datum punctum feruntur: Qua in re ſæpe etiam compendia quædam ſequi licebit, ut in ſequentibus manifeſtum fiet.

Propositio [XIII].

Sphæra data quæ ſit ex materia diaphana, invenire punctum concurſus radiorum parallelorum in illam incidentium.

[Fig. 42.]



Eſto ſphæra cujus centrum C axis BA, ſectio per centrum circulus BPA. Incidant autem radij paralleli axi BA, ut OP. Dividatur ſemidiameter CA bifariam in E, et producatur, et habeat CD ad DE proportionem refractionis, eam nempe quæ convenit materiæ ex qua ſphæra componitur. Veluti ſi cryſtallina aut vitrea ſphæra proponatur oportet rationem CD ad DE eſſe ſeſquialteram proximè, ſi vero ex aqua, ſeſquitertiam. Dico D fore punctum concurſus quæſitum [1]).

Signentur enim in axe AB utrinque producto puncta S et Q, ut tam BS ad SC quam AQ ad QC habeat proportionem refractionis, hoc eſt, eandem quam CD ad DE: fientque inter ſe æquales CS, CQ. Radij igitur axi BA paralleli, ut OP, in ingreſſu ita frangentur, ut tendant ad punctum S*. Porro autem quia CD ad DE ut BS ad SC, erit et dividendo CE ſive EA ad ED, ut BC ſive * [Prop. VIII.] [2])

[1]) En posant R pour le rayon de la sphère, n pour l'indice de réfraction, on trouve de cette manière $CD = \frac{n}{2(n-1)} R$; $AD = \frac{2-n}{2(n-1)} R$.

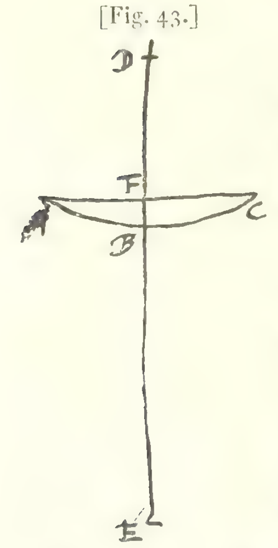
[2]) Voir la p. 33 du Tome présent.

conféquent AD eft auffi précifément la moitié de AS. Mais SC eft auffi la moitié de SQ. Donc SQ : SC = SA : SD, où il eft permis d'échanger le deuxième et le troifième terme. Mais Q eft le point de concours des rayons parallèles tombant de l'autre côté fur la furface A. Par conféquent D fera le point de concours des rayons qui fe dirigent vers le point S et qui font réfractés par la même furface A *. Nous avons déjà dit qu' après la première réfraction qui a lieu à la furface BP, les rayons fe dirigent vers le point S. Il eft donc évident qu' après avoir paffé par la fphère entière les rayons ont le point D pour point de concours. Ce qu'il fallait démontrer.

* D'après la quatrième partie de la Prop. XII. [1])

Il faut favoir que ceci ne doit être eftimé vrai que pour les rayons fitués à fort petite diftance de l'axe BA, comme dans la plupart des cas traités antérieurement. Ce font ces rayons, en effet, qui ont le pouvoir de brûler, lorfque la fphère eft expofée au foleil et qui peuvent produire une image des objets à la diftance AD. Cette diftance fera à peu près égale au quart du diamètre pour une fphère de verre, à la moitié du diamètre pour une fphère d'eau [2]). On comprendra maintenant la raifon de l'artifice fervant à mefurer l'indice de réfraction, que j'ai fait connaître au commencement [4]). En effet, la démonftration donnée ici s'applique également à un cylindre ou à un autre vafe rond quelconque coupé perpendiculairement à fon axe.

[Fig. 43.]

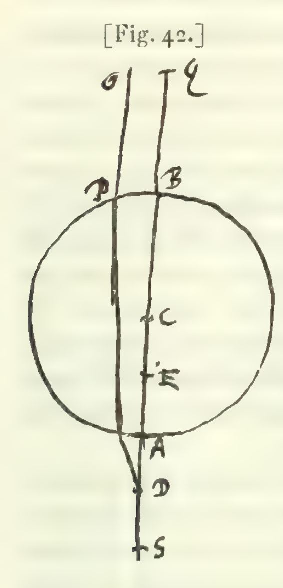


Proposition XIV.

Etant donnée une lentille qui poffède une furface plane et une furface convexe, trouver le point de concours des rayons parallèles à l'axe.

Soit donnée une lentille dont ABC [Fig. 43 et 44], partie d'une fphère à centre D, foit la furface convexe, et AFC la furface plane. Et fuppofons d'abord [Fig. 43] que cette dernière furface foit opposée aux rayons parallèles. Tirons la droite DBE qui repréfente l'axe de la lentille, c'eft-à-dire qui coupe le plan AFC à angles droits; prolongeons-la jufqu'en E de telle manière que le rapport DE : EB foit égal à l'indice de réfraction qui eft toujours fuppofé connu. Il eft clair que E fera alors le point de concours cherché [5]). En effet, les rayons parallèles à l'axe DF ne feront nullement réfractés en tombant à angles droits fur la furface plane AC. Ils feront donc encore parallèles en atteignant la furface ABC où ils feront réfractés de telle manière qu'ils fe dirigeront vers le point E d'après la propofition IX [6]).

[Fig. 42.]



CA ad CS. Unde et EA ad AD ut CA ad AS. Eſt autem EA dimidia ipſius CA, ergo et AD dimidia erit ipſius AS. Sed et SC eſt dimidia ipſius SQ. Ergo ut SQ ad SC ita SA ad SD, et permutando. Eſt autem Q punctum concurſus radiorum parallelorum à parte contraria in ſuperficiem A incidentium. Itaque erit D punctum concurſus radiorum ad S tendentium atque ad ſuperficiem eandem A refractorum*. Diximus autem radios parallelos poſt primam refractionem in ſuperficie BP tendere ad punctum S. Ergo totâ ſphærâ penetratâ liquet eos concurrere ad punctum D. quod erat demonſtrandum. * [Prop. XII. p. 4.] [1])

Sciendum autem eſt de radijs axi BA proximis hæc intelligenda, ut ſuperius quoque plerumque factum eſt. Qui quidem radij et comburendi facultatem habent, ſphærâ ſoli expoſitâ; Et rerum imagines pingendi ad diſtantiam AD. Hæc autem erit proximè quarta pars diametri in ſphæra vitrea, in ſphæra aquea vero ſemiſſis [2]). *Unde jam artificij* [3]) ejus ratio manifeſta eſt, quo proportionem refractionis initio inquirere docui [4]). Quoniam hæc demonſtratio ad cylindrum quoque pertinet, vel ad aliud omne vas rotundum cujus ſectio ad axem recta ſit.

Propositio [XIV].

Data lente quæ ſuperficiem unam planam habeat, alteram convexam, invenire punctum concurſus radiorum axi parallelorum.

Sit data lens cujus ſuperficies convexa ABC [Fig. 43 et 44], ex ſphæra quæ centrum habeat D. Plana autem ſuperficies ſit AFC. Atque hæc primò [Fig. 43] radijs parallelis oppoſita ſit. Ductâ igitur DBE recta, quæ axem lentis referat, hoc eſt, quæ ſuperficiem AFC ſecet ad angulos rectos, eâque producta ad E, ita ut DE ad EB habeat proportionem refractionis, quæ ſemper data intelligitur: manifeſtum eſt E fore punctum concurſus quæſitum [5]). Radij enim axi DF paralleli, cum in ſuperficiem planam AC incidant ad rectos angulos, nullam refractionem ibi patientur, ac proinde paralleli venient ad ſuperficiem ABC. cujus refractione ad E punctum flectentur per [prop. IX] [6]).

[1]) Voir la p. 71 du Tome présent.

[2]) En posant $n = 3:2$ pour le verre et $n = 4:3$ pour l'eau. Comparez les pp. 13 et 11 du Tome présent.

[3]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent: „Hinc autem et methodi".

[4]) Comparez les p. 9—11 du Tome présent.

[5]) Soit R le rayon de la surface convexe; on trouve alors pour la distance focale $BE = R:(n-1)$.

[6]) Voir la p. 35 du Tome présent.

Or, la distance BE sera égale au diamètre de la surface convexe ou au double de DB si la lentille est en verre, vu que le rapport DE : EB est alors égal à $\frac{3}{2}$.

Supposons en second lieu que la surface convexe ABC soit opposée aux rayons [Fig. 44]. Si nous prolongeons maintenant l'axe BD jusqu'en G de telle manière que le rapport BG : GD soit égal à l'indice de réfraction, G sera le point où se dirigent les rayons après la première réfraction qui a lieu à la surface ABC *. Divisons GF par le point H de telle manière que le rapport GF : FH soit égal lui aussi à l'indice de réfraction. Je dis que H sera le point de concours des rayons parallèles après que ceux-ci auront traversé les deux surfaces de la lentille [2]). En effet, puisque les rayons se dirigent vers le point G après la réfraction qui a lieu à la surface ABC et qu'ils tombent du dedans sur la surface plane AFC ayant cette direction, cette surface les dirigera ensuite vers le point H *, attendu que le rapport GF : FH est égal à l'indice de réfraction.

* Prop. VIII. [1])

* Prop. VII. [3])

Or, il est évident que la distance FH n'est inférieure que de peu à la distance BE trouvée plus haut, et qu'elle est à cette dernière comme GF est à GB. Partant, si nous négligeons l'épaisseur FB de la lentille, on aura FH = BE, en d'autres termes FH sera égale au diamètre de la sphère dont ABC est une partie, si la lentille est en verre.

On verra en considérant exactement la façon dont les rayons réfractés par cette lentille se réunissent sur l'axe et en faisant un calcul là dessus, qu'ils se réunissent un peu mieux, c'est-à-dire que les points où ils coupent l'axe sont situés un peu plus près d'un point unique, dans la deuxième position de la lentille, c'est-à-dire, lorsque la surface convexe est opposée aux rayons incidents, que lorsque la surface plane leur est opposée [4]).

[Fig. 45.]



Proposition XV.

Étant donnée une lentille qui possède une surface concave et une surface plane, trouver en avant de cette lentille le point de dispersion des rayons parallèles.

Soit donnée une lentille de la forme indiquée, dont B [Fig. 45 et 46] soit la surface concave, D étant le centre de la concavité, et F la surface plane.

Si donc la surface plane est opposée aux rayons incidents [Fig. 45], prolongeons DB jusqu' en E, de telle manière que le rapport DE : EB soit égal à l'indice de réfraction. E sera alors le point de

Erit autem BE diſtantia diametro convexi ſive duplæ DB æqualis ſi lens vitrea fuerit quia ratio DE ad EB eſt ſeſquialtera.

[Fig. 44.]

Sit nunc ſuperficies convexa ABC radijs oppoſita [Fig. 44]. Si igitur axis BD producatur ad G, ut BG ad GD habeat proportionem refractionis, erit punctum G quo tendent radij poſt primam refractionem in ſuperficie ABC *. Dividatur autem GF in H, ita ut GF ad FH habeat quoque refractionis proportionem. Dico H fore punctum concurſus radiorum parallelorum poſtquam utramque ſuperficiem lentis tranſierint [2]). Quia enim poſt refractionem in ſuperficie ABC tendunt ad punctum G, atque ita occurrunt intrinſecus ſuperficiei planæ AFC, hæc eos diriget porro ad punctum H *, quoniam GF ad FH proportio eſt refractionis.

* [Prop. VIII.] [1])

* [Prop. VII.] [3])

Manifeſtum autem eſt diſtantiam FH paulo tantum minorem eſſe quam BE ſupra inventam, rationemque ad eam habere quam GF ad GB. Unde, ſi craſſitudo lentis FB pro nulla habeatur, erit FH ipſi BE æqualis, hoc eſt, diametro ſphæræ cujus portio eſt ABC ſi lens vitrea fuerit.

Patebit autem, ſi concurſus radiorum ab hac lente refractorum exactè expendatur atque ad calculos revocetur, accuratius aliquanto eos propiuſque ad unum punctum convenire hoc poſteriore lentis ſitu, nempe cum ſuperficies convexa venientibus oppoſita eſt radijs, quam ſi plana ad illos convertatur [4]).

[Propositio XV.]

Data lente quæ cavam et planam ſuperficiem habeat, invenire ante ipſam punctum diſperſus radiorum parallelorum.

Eſto lens ejusmodi cujus cava ſuperficies ſit B [Fig. 45 et 46], centrum cavitatis habens D, plana autem F.

Quod ſi ergo ſuperficies plana radijs advenientibus obverſa eſt [Fig. 45], producatur tantum DB in E, ut DE ad EB ſit proportio ea quæ eſt refractionis;

---

[1]) Voir la p. 33 du Tome présent.

[2]) Si nous poſons e pour l'épaiſſeur de la lentille la conſtruction de Huygens amène facilement $\mathrm{FH} = \frac{\mathrm{R}}{n-1} - \frac{e}{n}$.

[3]) Voir la p. 27 du Tome présent.

[4]) On retrouvera cette queſtion, traitée en détail, dans une des premières Propoſitions de la Seconde Partie de la Dioptrique, écrite vers 1665, „De aberratione radiorum ex foco"; mais

[Fig. 46.]



difperfion cherché, comme cela résulte de la prop. XI [1]). En effet, aucune réfraction n'a lieu à la furface plane F parce que, par fuppofition, les rayons tombent perpendiculairement fur cette furface; ils feront donc encore parallèles en atteignant la furface B.

Mais fi la lentille eft retournée [Fig. 46], il faut prolonger BD jufqu' en G de telle manière que le rapport BG : GD foit égal à l'indice de réfraction. Enfuite il faut divifer GF par le point E de telle manière qu' auffi le rapport GF : FE foit égal à ce même indice de réfraction. Ainfi on aura de nouveau trouvé le point de difperfion E [2]). En effet, les rayons parallèles, après avoir été réfractés à la furface concave B, auront enfuite le point G pour point de difperfion, fuivant la prop. X [3]). Mais les rayons qui, venant du point G, atteignent la furface plane, y font réfractés une feconde fois, et continuent leur route comme s'ils étaient iffus du point E, fuivant la prop. VI [4]). Par conféquent, E eft le point de difperfion cherché.

Mais comme on a GF : FE = BG : GD, et que GF > BG, on aura auffi FE > GD, tandis que la ligne BE du premier cas eft égale à cette même GD. En retranchant des deux côtés l'épaiffeur BF de la lentille, on verra auffi que la diftance BE eft plus grande dans le fecond cas que FE dans le premier cas.

Proposition XVI.

Étant donnée une lentille convexe à furfaces égales ou inégales, les deux pouvant être convexes ou l'une convexe et l'autre concave, la concavité étant dans ce dernier cas moindre que la convexité, trouver le point de concours d'un faifceau de rayons parallèles.

il résulte de la lettre à van Gutschoven du 6 mars 1653 que Huygens s'en était déjà occupé avant cette dernière date. En effet, on y lit (p. 225 du T. I) „Porro quod sensibilem tibi latitudinem obtinere haec concursus puncta" [les foyers des lentilles] „videntur, nescio unde id conjicias, nisi forte spatium illud in quo lens soli opposita comburit pro latitudine puncti concursus habueris radiorum parallelorum. Ita vero nequaquam aestimari conve-

eritque E punctum disperfus quæsitum, uti manifestum est ex prop. [XI] [1]). Nulla siquidem contingit refractio in superficie plana F quum radij ad angulos rectos in hanc incidere ponantur, ideoque paralleli perveniant in superficiem B.

Si vero aliter conversa fuerit lens [Fig. 46], producenda est BD ad G, ita ut BG ad GD sit proportio refractionis; deinde dividenda GF in E ut et GF ad FE proportionem refractionis habeat eandem; atque ita rursus inventum erit dispersus punctum E [2]). Radij enim paralleli refracti in superficie cava B, habebunt inde punctum dispersus G, per [Prop. X] [3]). qui vero ex G venientes incidunt in superficiem planam, secundò ibi refractionem subeunt, perguntque deinceps quasi ex puncto E procederent, per [Prop. VI] [4]). Itaque E est punctum dispersus quæsitum.

Quia vero GF ad FE ut BG ad GD, estque GF major quam BG, erit et FE major quam GD, cui æqualem esse constat BE in casu priori. Unde ablata utrinque BF crassitudine lentis, etiam distantia BE in posteriori casu major erit quam FE in priori.

[Propositio XVI.]

Data lente convexa parium vel disparium superficierum, sive utraque convexa sit, sive altera cava; sed cavitas sit convexitate minor; invenire punctum concursus parallelorum.

---

nit, quum spatium istud latitudinem accipiat ex angulo sub quo sol nobis apparet"... „Contra verò quam planè insensibilem amplitudinem habeat punctum concursus radiorum parallelorum vel qui ex uno aliquo puncto prodierunt, demonstrat pictura per lentem convexam in cubiculo obscuro nitidissima, si modo lentis superficies non nimis magnum superficiei sphæricæ portionem complectantur"... „Sed et numeris hæc sæpe examinavi, quibus solis percipi potest quantum ab accurata ratione ista distent, oculis vero non facile". Malheureusement nous ne connaissons pas ces premières recherches sur l'aberration sphérique, lesquelles furent reprises avec tant de succès vers 1665. Consultez la p. VI de l'Avertissement.

[1]) Voir la p. 41 du Tome présent. Soit R le rayon de la surface concave, n l'indice de réfraction; on aura $EB = R : (n - 1)$.

[2]) Cette fois on aura $FE = \frac{R}{n-1} + \frac{e}{n}$, où e représente l'épaisseur de la lentille.

[3]) Voir la p. 39 du Tome présent.

[4]) Voir la p. 25 du Tome présent.

[Fig. 48.]

Soit CD [Fig. 47 et 48] l'une quelconque des lentilles décrites, et ſoit A le centre de la ſurface C, B celui de la ſurface D. Joignons A et B et prolongeons AB des deux côtés. Faiſons en ſorte que les rapports CE : EA et DL : LB ſoient l'un et l'autre égal à l'indice de réfraction. Prenons enſuite un point N tel qu'on ait EL : ED = EB : : EN, la longueur EN étant portée dans le ſens indiqué dans la prop. XII [1]). N ſera alors le point de concours de rayons parallèles à l'axe qui viennent du côté de C [2]). En effet, de tels rayons, réfractés premièrement par la ſurface C, ſe dirigent après cette réfraction vers le point E, comme cela a été démontré à la prop. VIII [3]). Mais les rayons qui ſe dirigent vers le point E ſont réunis au point N après avoir été réfractés à la ſurface D. Cela réſulte de la quatrième partie de la prop. XII [4]), et, ſi la ſection de la lentille a la forme d'une lunule [Fig. 48], de la huitième partie de la prop. XII [5]).

De la même manière, ſi nous faiſons LE : LC = LA : LO, O ſera le point de concours des rayons parallèles qui viennent du côté de D [6]). Et il faut obſerver que les diſtances DN et CO ſont à peu près égales entre elles et que l'unique cauſe de leur inégalité conſiſte dans le fait que la lentille a une certaine épaiſſeur. Et ſi la ſurface D fait partie d'une plus grande ſphère que la ſurface C, c'eſt-à-dire ſi BD eſt plus grande que AC, la diſtance CO ſera plus grande que DN [7]), ce qui ſe démontre comme ſuit. Attendu qu'on a DL : LB = CE : : EA, on aura auſſi par converſion de cette proportion et par inverſion DB : DL = CA : CE. Or, DB > CA, donc auſſi DL > CE. Si l'on retranche DC de chacune de ces lignes dans le cas de la lentille biconvexe, tandis que dans le cas de la lunule on ajoute la même longueur DC à DL et qu'on la retranche de CE; il ſera évident que dans les deux cas le rapport LC : DE devient plus grand que le rapport LD : CE ou LB : AE. C'eſt pourquoi le rectangle LC.AE ſera plus

---

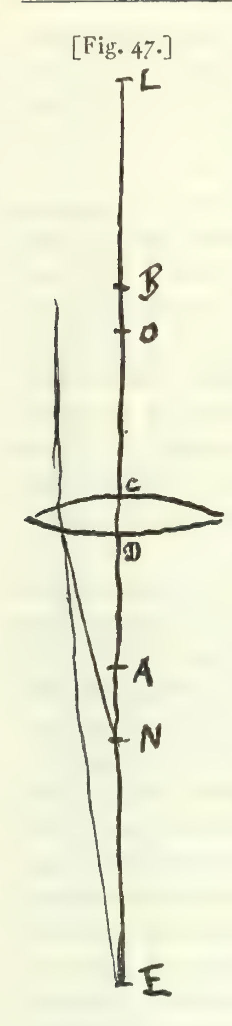
[1]) Voir la p. 41 du Tome présent.

[2]) Posant R_1 et R_2 pour les rayons de courbure de la surface antérieure et de la surface postérieure de la lentille, n pour l'indice de réfraction et e pour l'épaisseur de la lentille, on trouvera aisément, d'après la construction indiquée, dans le cas de la figure 47:

$$DN = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} - R_2 e}{n(R_1+R_2)-(n-1)e}$$

et dans celui de la figure 48:

[Fig. 47.]



Sit lens utravis harum CD [Fig. 47 et 48], et ſuperficiei C centrum A, B vero ſuperficiei D. Jungatur AB et producatur utrimque et fiat ut tam CE ad EA, quam DL ad LB rationem habeant quæ eſt refractionis. Deinde ſicut EL ad ED ita ſit EB ad EN, hæc autem EN in partem eam ſumenda eſt, quam præcipit prop. [XII] [1]). Eritque N centrum concurſus radiorum axi parallelorum qui veniunt a parte C [2]). Refracti enim primò in ſuperficie C pertinent inde ad punctum E, ut oſtenſum eſt Prop. [VIII] [3]). qui autem ad E pertinent refracti in ſuperficie D colliguntur in puncto N, [per part. 4. Prop. XII] [4]) et in meniſco [Fig. 48] per [part. 8. Prop. XII] [5]).

Eadem ratione ſi fiat ut LE ad LC ita LA ad LO, erit O punctum concurſus parallelorum qui adveniunt a parte D [6]). Et notandum quod diſtantiæ DN et CO proximè inter ſe ſunt æquales, cauſamque inæqualitatis oriri tantum a craſſitudine lentis. Et ſi quidem ſuperficies D ſit ex majori ſphæra quam ſuperficies C, hoc eſt, ſi BD ſit major quam AC, erit CO diſtantia major quam DN [7]); quod ſic oſtenditur. Quia ut DL ad LB ita CE ad EA, erit et per converſionem rationis et invertendo ut DB ad DL ita CA ad CE. Eſtque DB major quam CA, ergo et DL major quam CE. In caſu igitur lentis utrinque convexæ, ſi ab utraque harum auferatur DC; in meniſco autem ſi eadem DC addatur ad DL, auferatur vero à CE; patet utrobique majorem fieri rationem LC ad DE, quam ſit LD ad CE, hoc eſt, quam LB ad AE. quamobrem rectan-

---

$$DN = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} - R_2 e}{n(R_2 - R_1) + (n-1)e};$$

formule qu'on peut déduire de la précédente en changeant le signe de R_2.

Ajoutons que la construction du foyer N, pour le cas de la figure 47, fut communiquée par Huygens dans sa lettre à Van Gutschoven du 4 novembre 1652 (p. 192 du T. I), comme specimen des résultats qu'il avait obtenus dans ses recherches de dioptrique. Et de même à Tacquet le 10 décembre de la même année (p. 204 du T. I).

3) Voir la p. 33 du Tome présent.

4) Voir la p. 71 du Tome présent.

5) Voir la p. 77 du Tome présent.

6) On aura respectivement dans les cas des deux figures:

$$CO = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} - R_1 e}{n(R_1 + R_2) - (n-1)e}; \qquad CO = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} + R_1 e}{n(R_2 - R_1) + (n-1)e}.$$

7) Comparez les formules des notes 2 et 6.

[Fig. 50.] grand que le rectangle DE.LB. Or, le rect. LC.AE eſt égal au rect. LE.CO, vu qu'on a LE : EA = LC : CO. Et le rect. DE.LB eſt égal au rect. EL.DN, attendu qu'on a EL : LB = ED : DN. Le rect. LE.CO eſt donc plus grand que le rect. LE.DN, et par conſéquent CO > DN.

Mais ſi nous négligeons l'épaiſſeur CD de la lentille, comme nous le ferons preſque toujours dans ce qui ſuit, je dis que O et N, les points de concours des rayons parallèles, ſont ſitués à égale diſtance de la lentille. Remplaçons les points D et C par le point unique D [Fig. 49 et 50], ſitué au milieu de la lentille.

Vu qu'alors LE : LA = LD : LO, on aura auſſi LE : EA = LD : : DO, donc LE.DO = EA.LD. Or, le rectangle DE.LB eſt égal à ce dernier rectangle, attendu qu'on a DE : EA = DL : LB, et d'autre part DE.LB = EL.DN, parce que EL : LB = ED : DN. Par conſéquent, les rectangles LE.DO et EL.DN ſont égaux, partant DO = DN. Ce qu'il fallait démontrer.

Et nous pourrons maintenant trouver plus aiſément les points O et N. En effet, il ſuffit de trouver le ſeul point L, ce qui ſe fait de la même manière qu' auparavant, c'eſt-à-dire en rendant le quotient DL : LB égal à l'indice de réfraction, et de faire enſuite BA : AD = LB : DN (ou DO) [1]). En effet, comme DL : LB = DE : EA, on aura par converſion LD : DB = ED : DA et, par permutation, LD : DE = BD : : DA. Donc auſſi LE : ED = BA : AD. Mais nous avons pris le point N de telle manière que BA : AD = LB : DN. Par conſéquent, LE : : ED = LB : DN. Et, par permutation, EL : LB = ED : DN. Donc auſſi EL : EB = ED : EN, et N eſt par conſéquent le point de concours cherché; car cela a été démontré antérieurement. Pour une lentille en verre on aura donc le théorème ſuivant. La ſomme des rayons de courbure des deux ſurfaces convexes, ou bien pour la lunule la différence des deux rayons de courbure, eſt à l'un des deux rayons comme le double de l'autre eſt à la diſtance du foyer. En effet, LB devient alors le double du rayon BD, parce que DL : LB = 3 : 2, ce qui eſt l'indice de réfraction pour le verre. Dans le cas où les deux ſurfaces convexes ont le même rayon on trouve que la diſtance focale ſera égale à ce rayon.

Proposition XVII.

Étant donnée une lentille concave à deux ſurfaces ſphériques trouver le point de diſperſion des rayons parallèles.

---

[1]) La conſtruction conduit aux formules $f = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)}$ (pour le cas de la figure 49)

[Fig. 49.] gulum LC, AE majus erit rectangulo DE, LB. Rectangulum autem LC, AE æquale eſt rectangulo LE, CO, quia ut LE ad EA ita LC ad CO; et rectangulum DE, LB æquale eſt rectangulo EL, DN, quia ut EL ad LB ita ED ad DN. Ergo majus eſt rectang. LE, CO rectangulo LE, DN, ideoque CO major quam DN.

At ſi craſſitudinem lentis CD pro nulla habeamus, uti fere ſemper in ſequentibus fiet, dico puncta concurſus parallelorum O et N æqualiter a lente remota eſſe. Sit enim nunc punctum medium lentis D pro utriſque D et C [Fig. 49 et 50].

Quia ergo LE ad LA ut LD ad LO, erit et LE ad EA ut LD ad DO, unde rectang. LE, DO æquale rectangulo EA, LD. huic autem æquale eſt rectang. DE, LB, quia DE ad EA ut DL ad LB, et rurſus rectangulo DE, LB æquale rectang. EL, DN, quia ut EL ad LB ita ED ad DN. Ergo rectang. LE, DO æquabitur rectangulo EL, DN; ac proinde DO ipſi DN; quod erat probandum.

Puncta autem O vel N faciliori ratione nunc invenire licebit. Etenim ſolum inveniendum eſt punctum L ſicut antea, faciendo nimirum ut DL ad LB ſit proportio ea quæ eſt refractionis; ac deinde ut BA ad AD ita LB ad DN vel DO [1]). Quia enim DL ad LB ut DE ad EA, erit per converſionem rationis LD ad DB ut ED ad DA, et permutando LD ad DE ut BD ad DA. Unde et LE ad ED ut BA ad AD. Ut autem BA ad AD ita fecimus LB ad DN. Igitur LE ad ED ut LB ad DN. et permutando, EL ad LB ut ED ad DN. Unde et EL ad EB ut ED ad EN, ideoque N punctum concurſus quæſitum; nam hoc antea fuit oſtenſum. Itaque, in lente vitrea, ſicut duæ ſimul convexitatum ſemidiametri; in meniſco autem ut earum differentia, ad alterutram ipſarum, ita reliqua bis erit ad foci diſtantiam. ſit enim tunc LB dupla radij BD, quia DL ad LB ut 3 ad 2 quæ in vitro eſt proportio refractionis. Quod ſi autem ſuperficies utraque fuerit æqualiter convexa, apparet jam foci diſtantiam ſemidiametro convexitatis æqualem fore.

[Propositio XVII.]

Data lente cava duarum ſuperficierum ſphæricarum, punctum diſperſus radiorum parallelorum invenire.

---

et $f = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_2 - R_1)}$ (pour l'autre cas), où f repréſente la diſtance focale.

On en déduit facilement les relations bien connues:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \text{ et } \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Soit donnée la lentille CD poſſédant deux ſurfaces concaves [Fig. 51] ou bien une ſurface convexe et l'autre concave [Fig. 52], la première étant celle qui fait partie de la ſurface ſphérique la plus grande. Soient AC et

[Fig. 52.]

BD les rayons de courbure des deux ſurfaces; prolongeons-les juſqu' aux points L et E de telle manière que les rapports CE : EA et DL : : LB ſoient l'un et l'autre égal à l'indice de réfraction. Et prenons un point N tel qu'on ait EL : ED = EB : EN. Je dis que N ſera le point de diſperſion des rayons parallèles qui arrivent du côté C [1]).

En effet, les rayons qui tombent parallèlement ſur la ſurface C et y ſont réfractés, correſpondent enſuite au point E, ſuivant la prop. X [2]), vu que le rapport CE : EA eſt égal à l'indice de réfraction. Mais comme on a EL : ED = EB : EN, les rayons qui proviennent du point E auront après avoir été réfractés par la ſurface D, le point N pour point de diſperſion, d'après la prop. XII, part. 7 et part. 3 [4]). Le point N eſt donc le point de diſperſion des rayons parallèles après la double réfraction produite par la lentille CD. Cependant, dans le cas de la lentille cavoconvexe, il eſt néceſſaire que le rayon BD ſurpaſſe le rayon AC ſuffiſamment pour que l'on trouve le point L plus éloigné de la lentille que le point E. Car, s'il en eſt autrement, les rayons qui viennent du point E, ne pourront pas diverger après la réfraction due à la ſurface D, comme cela eſt manifeſte par la prop. XII part. 3.

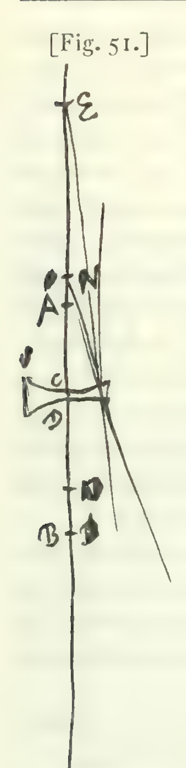
Enſuite, ſi l'on choiſit un point O tel que LE : LC = LA : : LO, ce point ſera le point de diſperſion des rayons parallèles qui viennent du côté D [7]). En effet, après la première réfraction, celle due à la ſurface D, ces rayons correſpondront au point L, d'après les prop. X et VIII [8]). Et, comme on a LE : LC = = LA : LO, après la deuxième réfraction qui eſt due à la ſurface C, les rayons ſeront diſperſés comme s'ils provenaient du point O, d'après la prop. XII part. 7 et part. 8 [9]). Or, DO ſera plus petite que CN ſi AC

[1]) Posant, dans les deux figures, $AC = R_1$, $BD = R_2$, la construction indiquée conduit pour la première figure à la formule:

$$DN = \frac{\frac{n R_1 R_2}{n-1} + R_2 e}{n(R_1 + R_2) + (n-1)e},$$

et pour la seconde, où l'on doit donc supposer que les rayons parallèles arrivent du côté où se trouve le point L, à celle-ci:

[Fig. 51.]



Sit data lens CD quæ ſuperficiem utramque cavam habeat [Fig. 51], vel alteram earum convexam [Fig. 52], ſed quæ majoris ſit ſphæræ quam cava. Sint autem ſemidiametri ſuperficierum AC, BD, quæ producantur ad L et E; ut tam CE ad EA quam DL ad LB habeat proportionem quæ refractionem metitur. Et ut EL ad ED ita ſit EB ad EN. Dico N fore punctum diſperſus radiorum qui paralleli incident a parte C [1]).

Qui enim paralleli advenientes refringuntur in ſuperficie C, exinde pertinent ad punctum E, per [prop. X] [2]); quia CE ad EA eſt proportio refractionis. Sed quia ut EL ad ED ita EB ad EN, ideo qui ad E, vel qui ex E veniunt [3]), refracti à ſuperficie D, habebunt punctum diſperſus N, ut conſtat ex prop. [XII. part. 7. et p. 3] [4]). Igitur punctum N eſt punctum diſperſus radiorum parallelorum poſt geminam in lente CD refractionem. Oportet autem in lente cavoconvexa, ut ſemidiameter AC [5]) tanto ſaltem major ſit ſemidiametro BD, ut punctum E ulterius quam L a lente remotum inveniatur. Nam alioqui radij qui ad E tendunt [6]), refracti in ſuperficie D non poterunt diſpergi, ut conſtat ex prop. [XII. part. 3].

Porro ſi fiat ut LE ad LC ita LA ad LO, erit O punctum diſperſus parallelorum qui adveniunt a parte D [7]). Primum ſiquidem per refractionem ſuperficiei D, pertinebunt radij ad punctum L, per [prop. X. et VIII] [8]). Et quia LE ad LC ut LA ad LO, ideo poſt alteram refractionem in ſuperficie C, diſpergentur quaſi procederent è puncto O, per [prop. XII. p. 7. et 8] [9]). Erit autem jam DO

$$DN = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} + R_2 e}{n(R_2 - R_1) - (n-1)e}.$$

[2]) Voir la p. 39 du Tome préſent.

[3]) Toutefois, dans les cas considérés ici, E sera toujours un point de dispersion et jamais un point de concours; lisez donc plutôt „ideo qui ex E veniunt", en omettant les mots „qui ad E, vel."

[4]) Voir les pp. 75 et 67 du Tome présent.

[5]) Lisez pour cette partie de la phrase: „ut semidiameter BD tanto saltem major sit semidiametro AC, ut punctum L ulterius quam E a lente remotum inveniatur".

[6]) Lisez plutôt „qui ex E veniunt".

[7]) On trouve respectivement dans les deux cas:

$$CO\ (\text{fig. }51) = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} + R_1 e}{n(R_1 + R_2) + (n-1)e} \text{ et } CO\ (\text{fig. }52) = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} - R_1 e}{n(R_2 - R_1) - (n-1)e}.$$

[8]) Voir les pp. 39 et 33 du Tome présent.

[9]) Voir les pp. 75 et 77 du Tome présent.

eſt plus petite que BD [1]), et réciproquement [2]). Car, puiſqu'on a BD : AC = DL : CE et que BD a été ſuppoſée plus grande que AC, on aura auſſi DL > CE. Par conſéquent ſi, dans le cas de la lentille biconcave, on ajoute à chacune des deux dernières lignes l'épaiſſeur DC de la lentille, et que, dans le cas de la lentille cavoconvexe, on retranche DC de DL et qu'on l'ajoute à CE, dans l'un et l'autre cas on aura LC : DE < LD : CE ou LB : AE. Par une argumentation ſemblable à celle dont nous nous ſommes ſervis plus haut dans le cas de la lentille convexe, on prouvera que le rectangle LE.CO eſt plus petit que le rectangle LE.DN, et par conſéquent CO < DN; la différence eſt toutefois petite: elle provient de l'épaiſſeur de la lentille. Car ſi nous négligeons cette épaiſſeur, de ſorte que les deux points D et C coïncident au point D, les diſtances DN et DO deviendront égales entre elles, ce qui ſe démontre de la même manière que dans le cas de la propoſition précédente ſe rapportant à la lentille convexe.

[Fig. 52.]

Or, ici auſſi les points de diſperſion O et N pourront maintenant être trouvés plus rapidement; il ſuffit de faire en ſorte que le rapport DL : LB ſoit égal à l'indice de réfraction, comme auparavant, et qu'on ait enſuite BA : AD = BL : DN ou DO [3]). La démonſtration eſt également la même que pour la lentille convexe.

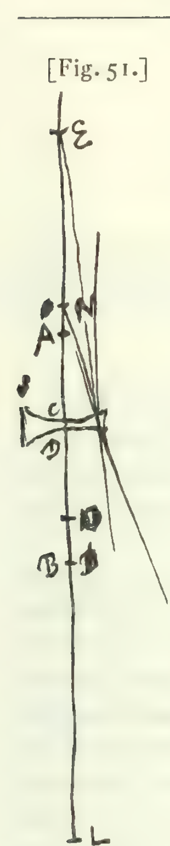
Il eſt évident que ſi les deux ſurfaces concaves [Fig. 51] ont la même courbure, donc ſi AD = DB, DN ou DO ſera égale à la moitié de LB et par conſéquent, ſi la lentille eſt en verre, préciſément égale au rayon AD ou BD. Et cela pour la même raiſon que celle qui a ſervi pour le point de concours de la lentille convexe.

[1]) Dans le cas de la figure 51 on a:

$$DO = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} + R_1 e}{n(R_1 + R_2) + (n-1)e} - e; \quad CN = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} + R_2 e}{n(R_1 + R_2) + (n-1)e} - e;$$

dans celui de la figure 52:

[Fig. 51.]



minor quam CN, ſi AC fuerit minor quam BD [1]), et contra [2]). Quia enim BD ad AC ut DL ad CE, ponitur que BD major quam AC, erit et DL major quam CE. Itaque in caſu lentis utrimque cavæ ſi addatur utriſque DC lentis craſſitudo, in caſu vero cavoconvexæ, ſi auferatur DC à DL, eadem vero addatur ad CE, fiet utrobique minor ratio LC ad DE quam LD ad CE, hoc eſt, quam LB ad AE. Unde ſimili argumentatione ac ſupra in lente convexa efficietur rectangulum LE, CO minus eſſe rectangulo LE, DN, ideoque CO minorem quam DN; differentia vero eſt exigua, quæ oritur ex craſſitudine lentis. Namque ſi pro nulla habeatur lentis craſſitudo, ita ut pro punctis D et C ſit unum D, jam diſtantiæ DN, DO inter ſe æquales fient, quod eodem modo demonſtratur atque ſuperiori propoſitione in lente convexa.

Poterunt autem hic rurſus puncta diſperſus O vel N brevius nunc inveniri, faciendo tantum ut DL ad LB habeat refractionis proportionem, ſicut prius; ac deinde ſicut BA ad AD ita BL ad DN vel DO [3]); cujus eadem quoque eſt demonſtratio quæ fuit in lente convexa.

Liquet autem, ſi utraque ſuperficies fuerit æqualiter concava [Fig. 51], hoc eſt, ſi AD æqualis DB, quod DN vel DO erit æqualis dimidiæ LB: ac proinde, ſi lens vitrea fuerit [4]), æqualis ipſi AD vel BD ſemidiametro. Eadem ſcilicet ratione qua id in lente convexa de concurſus puncto oſtenſum fuit.

$$DO = \frac{\frac{nR_1 R_2}{n-1} - R_1 e}{n(R_2 - R_1) - (n-1)e} - e; \quad CN = \frac{\frac{nR_1 R_2}{n-1} + R_2 e}{n(R_2 - R_1) - (n-1)e} - e.$$

[2]) C'est-à-dire dans le cas de la figure 51; dans celui de la figure 52 on a toujours, par supposition, $AC = R_1 < BD = R_2$.

[3]) Ce qui amène respectivement $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ et $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$, où f représente la distance focale.

[4]) C'est-à-dire dans le cas $n = \frac{3}{2}$.

Proposition XVIII.

Trouver une lentille poſſédant une ſurface convexe égale à une ſurface donnée, et ayant ſon point de concours des rayons parallèles à une distance donnée.

[Fig. 53.] [Fig. 54.] Soit donnée l'une des ſurfaces de la lentille C, c'eſt-à-dire ſon rayon de courbure AC. Soit CO la diſtance donnée. On demande de trouver une ſeconde ſurface qui, jointe à la première, puiſſe conſtituer une lentille capable de réunir les rayons incidents parallèles au point O.

Prolongeons AC juſqu'en P de telle manière que le rapport AP : PC ſoit égal à l'indice de réfraction. Alors ſi la diſtance OC eſt trouvée être préciſément égale à la diſtance CP, la deuxième ſurface de la lentille devra être plane, ainſi que cela eſt manifeſte par la prop. XIV [1]). Mais ſi OC et CP ſont inégales, on prendra un point B tel que leur différence PO ſera à OC comme AC eſt à CB [2]). Cette dernière longueur ſera portée du côté P, ſi PC > CO, et de l'autre côté ſi PC < CO. Et dans le premier cas [Fig. 53] la deuxième ſurface de la lentille ſera convexe et aura BC pour rayon; dans le deuxième cas [Fig. 54] cette ſurface ſera concave, de ſorte que la ſection de la lentille aura alors la forme d'une lunule. La preuve de ce que nous venons de dire eſt la ſuivante. Comme on a AC : CB = PO : : OC, on aura par compoſition, dans le premier cas, AB : BC = = PC : CO, et le même résultat ſera obtenu dans le ſecond cas en prenant la différence des termes dont nous prîmes tantôt la ſomme. Or, le rapport AP : PC eſt égal à l'indice de réfraction. Par conſéquent, O eſt le point de concours des rayons qui tombent parallèlement ſur la lentille C, d'après la prop. XVI [3]). On voit donc que la lentille qui ſatisfait au problème a été trouvée.

---

[1]) Voir la p. 81 du Tome préſent.

[Propositio XVIII.]

Lentem invenire cujus ſuperficies altera convexa ſit eadem datæ, quæque punctum concurſus parallelorum habeat ad datam diſtantiam.

Sit lentis C ſuperficies altera data, hoc eſt ſemidiameter ejus convexitatis AC. deturque diſtantia CO, oporteatque invenire ſuperficiem alteram quæ juncta priori, lentem efficiat quæ radios parallelos cogat ad punctum O.

Producatur AC uſque in P, ut ſit AP ad PC proportio refractionis. Tum ſi quidem diſtantia OC ipſi CP æqualis inveniatur, debebit altera lentis ſuperficies plana eſſe, ut ex [prop. XIV] [1]) manifeſtum eſt. Si vero OC, CP inæquales fuerint, fiat ſicut differentia earum PO ad OC, ita AC ad CB [2]); quæ accipiatur verſus P, ſi PC major fuerit quam CO; at verſus partem alteram ſi minor PC quam CO. Eritque priore caſu [Fig. 53] ſuperficies lentis altera convexa à ſemidiametro BC; poſteriore [Fig. 54] autem cava, adeo ut tunc meniſcus habeatur. Demonſtratio autem eſt hujuſmodi. Quoniam eſt AC ad CB ut PO ad OC, erit componendo in priorè caſu, in altero vero per converſionem rationis contrariam ut AB ad BC ita PC ad CO. Eſt autem AP ad PC proportio refractionis. Igitur erit O punctum concurſus radiorum qui paralleli incidunt in lentem C, ut conſtat ex prop. [XVI] [3]). Patetque lentem, qualis requirebatur, eſſe inventam.

---

[2]) Posant $AC = R_1$, $CO = f$, $CB = R_2$ cette proportion s'écrit dans le cas où $PC > CO$:

$$\left(\frac{R_1}{n-1} - f\right) : f = R_1 : R_2$$

et dans le cas où $PC < CO$:

$$\left(f - \frac{R_1}{n-1}\right) : f = R_1 : R_2 ,$$

ce qui amène respectivement les relations :

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{(n-1)f} - \frac{1}{R_1} \text{ et } \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{(n-1)f}.$$

[3]) Il s'agit du dernier alinéa de la Prop. XVI, p. 89 du Tome présent. Toutefois pour rendre directement applicables ici la construction et les raisonnements de cet alinéa, il faudrait les modifier légèrement.

Proposition XIX.

[Fig.56.] Étant donnée une lentille poſſédant deux ſurfaces convexes inégales ou à ſection en forme de lunule, trouver une autre lentille équivalente ayant une ſurface convexe et une ſurface plane ou bien deux ſurfaces convexes de même courbure [1]).

Soit donnée une lentille D biconvexe [Fig. 55] ou à ſection en forme de lunule [Fig. 56]. Et ſoient A et B les centres des ſurfaces. Prenons un point K tel qu'on ait BA : AD = BD : DK. Je dis que DK eſt le rayon de courbure de la ſurface convexe d'une lentille dont la ſeconde ſurface eſt plane et qui eſt équivalente à la lentille D [1]). En effet, prenons les points L et N de telle manière que le rapport DL : LB ſoit égal à l'indice de réfraction, et qu'on ait BA : : AD = LB : DN. N ſera donc le foyer de la lentille D, d'après ce qui a été démontré à la prop. XVI [2]). Mais on a auſſi BA : AD = BD : : DK; par conſéquent, BD : DK = LB : DN. Et, par permutation, BD : BL = DK : DN. Donc on aura, par compoſition, DL : LB = KN : : ND. C'eſt pourquoi auſſi le rapport KN : ND ſera égal à l'indice de réfraction. Par conſéquent, ſi une lentille eſt placée en D poſſédant une ſurface convexe à rayon de courbure KD, et une deuxième ſurface plane du côté K, ſon foyer ſera le point N, comme cela eſt manifeſte d'après la prop. XIV [3]).

Mais ſi KD eſt doublée, on aura par là le rayon de courbure de la lentille biconvexe ſymétrique, d'après la prop. XVI.

---

[1]) Posant AD = R_1, BD = R_2 et R pour le rayon cherché, la construction nous conduit à la for-

[Propositio XIX.]

[Fig. 55.] Datæ lenti inæqualiter convexæ vel menifco, lentem aliam aequivalentem invenire, quæ convexam et planam fuperficiem habeat vel utramque convexam æqualiter.

Sit data lens D qualem diximus [Fig. 55] vel menifcus [Fig. 56]. Et centra fuperficierum fint A et B. Fiat ut BA ad AD ita BD ad DK [1]). Dico DK effe femidiametrum convexi, lentis quæ alteram fuperficiem planam habeat, quæque paria faciat cum lente D. Habeat enim DL ad LB proportionem quæ eft refractionis, et ut BA ad AD ita fit LB ad DN. Erit ergo N focus lentis D, per ea quæ in prop. [XVI] [2]) demonftrata funt. Verum ut BA ad AD ita quoque eft BD ad DK; ergo BD ad DK ut LB ad DN. Et permutando BD ad BL ut DK ad DN. Et componendo igitur erit ut DL ad LB ita KN ad ND. quare et KN ad ND erit refractionis proportio. Itaque fi in D lens conftituatur quæ fuperficiem alteram convexam habeat femidiametro KD, alteram vero verfus K planam, ejus erit focus punctum N, ut ex prop. XIV] [3]) manifeftum eft.

Si vero KD duplicetur, habebitur femidiameter convexitatis ad lentem duarum æqualium fuperficierum, ut patet ex prop. [XVI].

---

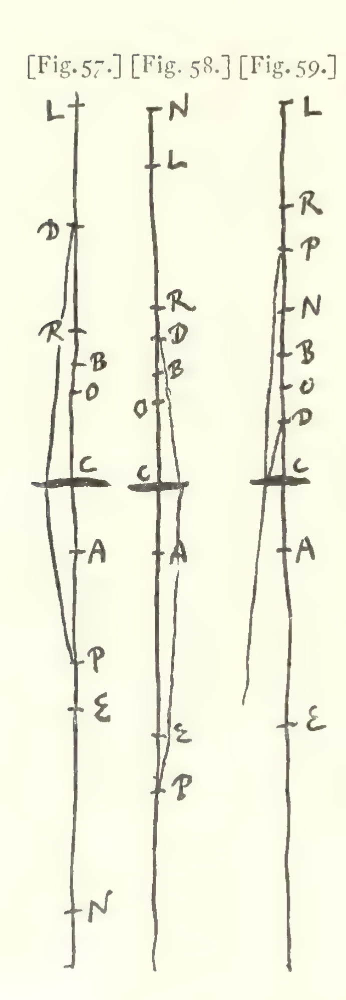
mule $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}\pm\frac{1}{R_2}$, où le signe + se rapporte au cas de la fig. 55 et le signe — à l'autre cas.

[2]) Voir, à la p. 89 du Tome présent, le dernier alinéa de la démonstration de la proposition citée.

[3]) Voir la p. 81 du Tome présent.

Proposition XX.

[Fig. 57.] [Fig. 58.] [Fig. 59.]



Étant donnée une lentille quelconque convexe ou concave, possédant soit deux surfaces sphériques soit une surface sphérique et une surface plane; étant donné de plus sur l'axe de cette lentille un point où se dirigent ou d'où proviennent des rayons lumineux qui tombent sur la lentille: si l'on construit une troisième proportionnelle à deux longueurs, dont la première est la distance du point donné au point auquel correspondent les rayons réfractés provenant de rayons incidents parallèles venant de l'autre côté, et la seconde la distance du point donné à la lentille elle-même, alors l'extrémité de la troisième, portée sur l'axe à partir du point donné dans le même sens que la première longueur, fera le point de concours ou de dispersion des rayons qui proviennent du point donné ou qui se dirigent vers lui [1]).

Soit C [2]) la lentille, dont nous négligerons ici l'épaisseur, et soit D le point donné sur l'axe AC de la lentille d'où proviennent ou vers lequel se dirigent les rayons qui tombent sur la lentille C. Et soit O le point auquel correspondent les rayons réfractés provenant de rayons incidents parallèles venant de

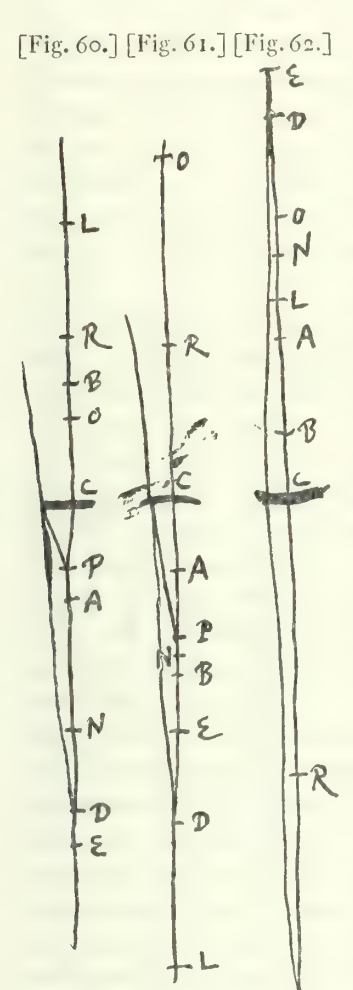
[1]) Afin d'obtenir pour les lentilles des formules valables quelles que soient la situation de l'objet et de son image on peut marquer sur l'axe optique ce qu'on considérera comme la direction positive et assigner à un segment donné AB une valeur positive ou négative selon que la direction de A à B coïncide, oui ou non, avec la direction positive.

Si alors on prend p. e. pour la direction positive celle du rayon qui parvient à la lentille suivant l'axe, la construction de Huygens est interprétée par la formule $DO \times DP = DC^2$; où D représente l'objet, C la lentille, P l'image et O le foyer des rayons parallèles à l'axe, qui viennent de la direction négative.

Cette formule nous semble bien remarquable à cause de sa simplicité et de sa généralité. En

[Propositio XX.]

[Fig. 60.] [Fig. 61.] [Fig. 62.]



Poſita quavis lente convexa vel cava, ſive utraque ſuperficie ſphærica conſtet, ſive altera plana; datoque in axe ejus puncto, à quo vel ad quod radij tendentes lenti occurrant: Si duabus ab eo puncto diſtantijs tertia proportionalis ſtatuatur, quarum distantiarum prima ſit ad punctum quo pertinent refractiones parallelorum a contraria parte incidentium, ſecunda ad lentem ipſam; erit terminus tertiæ diſtantiæ, ſumendæ à puncto dato in partem eandem cum prima, punctum concurſus vel diſperſus radiorum à dato puncto vel ad datum tendentium [1]).

Sit lens C [2]), cujus quidem craſſitudinem tanquam ſi nulla eſſet hic conſiderabimus, in axe autem lentis AC datum ſit punctum D, a quo vel ad quod tendentes radij lenti C occurrant. Sitque O punctum quo pertinent refractiones radiorum parallelo-

y substituant DC + CO pour DO et DC + CP pour DP, on trouve CO × DC + CO × CP + DC × CP = o, ou bien

$$\frac{1}{DC}+\frac{1}{CP}=\frac{1}{OC};$$

formule qui, dans le cas de la figure 57, amène la relation bien connue

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f};$$

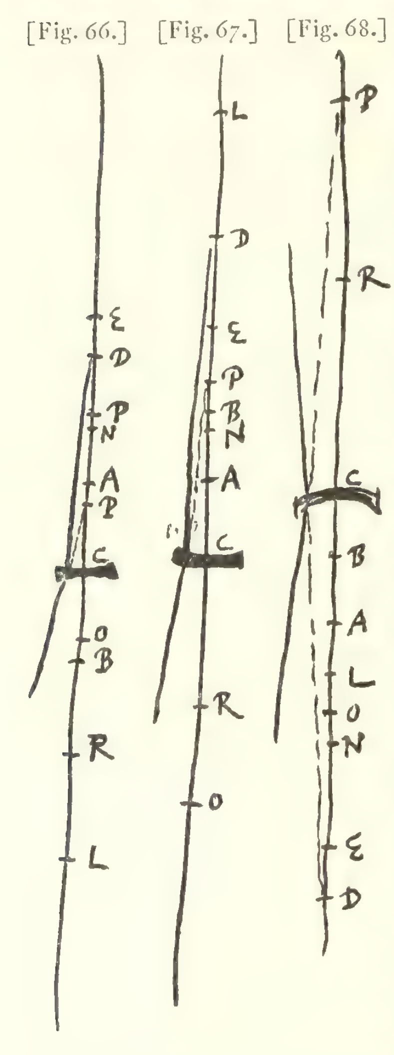
mais qui est également applicable aux autres cas, pourvu qu'on tienne compte du signe des segments DC, CP et OC.

Ajoutons qu'en introduisant l'autre foyer O' et en substituant dans la formule de Huygens DO + 2 OC + O'P pour DP et DO + OC pour DC, on arrive à la relation DO × O'P = = OC², dont on fait quelquefois usage dans la dioptrique.

[2]) Voir les figures 57—68. Ces nombreuses figures représentent, sans même les épuiser, les différentes situations relatives possibles des points A, B, C, D, E, L, O, P et R. Dans toutes la lumière est censée partir d'en haut de la page, de manière que les rayons frappent en premier lieu la surface dont le centre de courbure se trouve en A.



[Fig. 66.] [Fig. 67.] [Fig. 68.]



l'autre côté. Prenons DP égale à la troiſième proportionnelle à DO et DC; cette diſtance DP étant toujours priſe dans le même ſens que DO. Je dis que P ſera le point de çoncours ou de diſperſion des rayons qui proviennent du point D ou qui ſe dirigent vers lui. Le cas où D coïnciderait avec O eſt exclu, vu que dans ce cas les rayons qui proviennent du point D ne feront pas réunis en un point par la réfraction due à la lentille, mais qu'ils deviendront parallèles, d'après la prop. . . [1]).

La preuve du théorème, lorſque les deux ſurfaces de la lentille ſont ſphériques, ſera la ſuivante.

Soit A le centre de courbure de la ſurface ſphérique que les rayons incidents rencontrent la première, et B celui de la deuxième ſurface. Conſtruiſons les points E et L de telle manière que les rapports CE : EA et CL : LB ſoient l'un et l'autre égal à l'indice de réfraction. Prenons CR égale à AE, et portons-la ſur l'axe de l'autre côté de la lentille. Il en réſultera que AR : : RC = CE : EA. Cherchons enſuite une quatrième proportionnelle DN à ces trois grandeurs DR, DC et DA et portons-la dans un ſens tel que les quatre longueurs aient ou bien toutes le même ſens à partir du point D ou bien deux d'entre elles un ſens et deux l'autre [2]). Et dans le cas où D coïncide avec le point A, il faudra ſe repréſenter N comme coïncidant également avec les deux points nommés. Mais ſi R coïncide avec D, nous aurons un cas qui ſera traité à-part [3]). Jamais d'ailleurs N ne coïncidera avec L, ſi D diffère de O [4]), comme nous avons dit que cela doit être.

Comme donc les rapports CE : EA et CL : LB ſont égaux l'un et l'autre à l'indice de réfraction, et que le point O eſt celui qui correſpond aux rayons réfractés provenant de rayons parallèles, ces quatre longueurs LE, LA, LC et LO formeront une proportion géométrique *. Il en réſulte qu'on aura LE : EA = = LC : CO et, par permutation, LE : LC = EA (ou CR) : CO. Donc auſſi LE : EC = CR : RO. Vu que de plus, par conſtruction, DR : DA = DC : : DN, on aura auſſi DR : RA (ou EC) = DC : CN et, par inverſion, NC : CD = = EC : DR. Par conſéquent, NE : RC = EC : DR. Mais nous avons dit que RC : RO = LE : EC. On aura donc, par la règle de la proportion déran-

* D'après les Prop. XVI et XVII [5]).

[Fig. 63.] [Fig, 64.] [Fig. 65.]

rum a contraria parte incidentium. Et ponatur duabus DO, DC tertia proportionalis DP, ita ut DO, DP ſemper ſint verſus partem eandem. Dico P fore punctum concurſus vel diſperſus radiorum ex D vel ad D procedentium. Debet autem D non incidere in O, quia tunc radij ex D venientes refractione lentis non cogentur ad punctum, ſed paralleli evadent, ut conſtat ex prop. . . . [1]).

Demonſtratio autem, quando utraque lentis ſuperficies ſphærica eſt, erit hujusmodi.

Sit A centrum ſphæricæ ſuperficiei cui primum incidentes radij occurrunt; B vero centrum reliquæ. Et inveniantur puncta E et L, ut tam CE ad EA quam CL ad LB habeat proportionem refractionis. Et ponatur ipſi AE æqualis CR ad partem lentis alteram; unde AR erit ad RC ſicut CE ad EA. fiat quoque tribus hiſce DR, DC, DA quarta proportionalis DN, ſumenda in eam partem ut vel quatuor omnes à puncto D eodem verſus habeantur vel binæ utrimque [2]). Quod ſi D ſit idem quod A punctum, etiam N cum hiſce coincidere cogitandum eſt. Si vero R cadat in D, is caſus ſeorſim demonſtrabitur [3]). Nunquam vero N cadet in L, cum D diverſum ſit ab O [4]), uti diximus eſſe debere.

Quia igitur CE ad EA, item CL ad LB eſt proportio refractionis, punctumque O quo pertinent refractiones parallelorum; erunt proportionales hæ quatuor LE, LA; LC, LO*. quare et LE ad EA ut LC ad CO, et permutando LE ad LC ut EA ſive CR ad CO. Unde et LE erit ad EC ut CR ad RO. Quia porro ex conſtructione proportionales ſunt DR, DA; DC, DN, erit et DR ad RA ſeu EC ut DC ad CN; et invertendo

* Prop. [XVI et XVII.] [5])

[1]) La circonstance évidente qu'on peut intervertir le sens dans lequel un rayon et son réfracté sont parcourus par la lumière, n'a pas été formulée par Huygens dans une proposition.

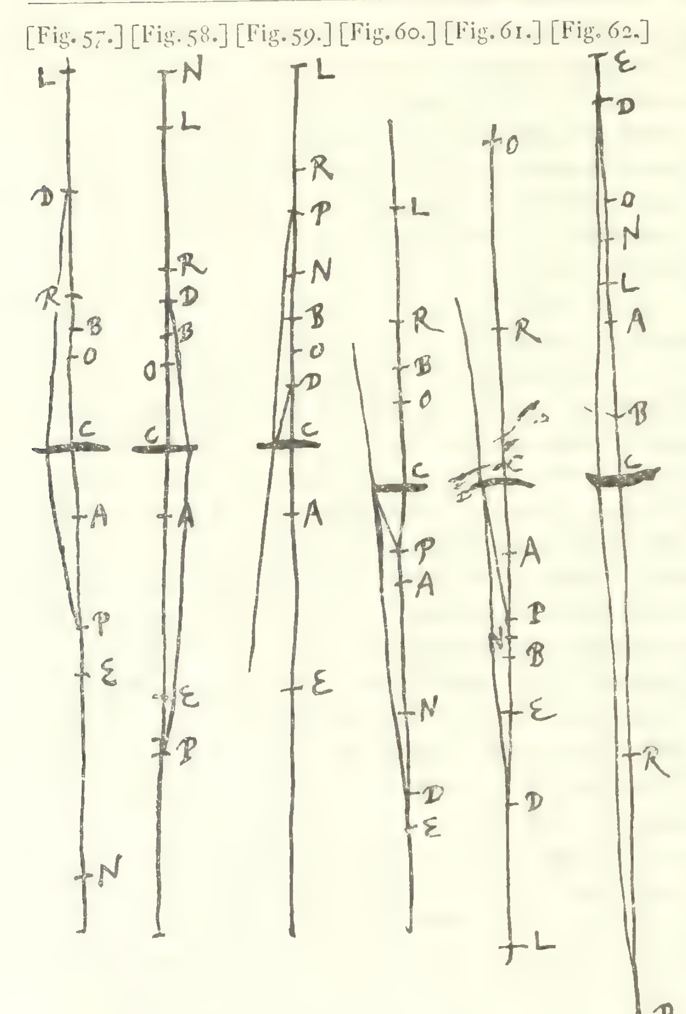
[2]) Le premier cas se présente dans les figures 57, 60, 61, 62, 63, 66, 67 et 68; le second dans les figures 58, 59, 64 et 65.

[3]) Voir la p. 105 et la note 1 de la p. 104.

[4]) Puisqu' on a (voir quelques lignes plus loin à la page qui suit) LE.DO = LN.DR, la supposition LN = o, DO ≠ o, entraîne LE = o; mais alors évidemment AB = o et la lentille, dont la surface convexe et la surface concave ont le même rayon et dont l'épaisseur est négligée, n'aura aucun effet optique.

[5]) Voir les pp. 87 et 91 du Tome présent.

[Fig. 57.] [Fig. 58.] [Fig. 59.] [Fig. 60.] [Fig. 61.] [Fig. 62.]



gée [1]), EN : RO = LE : : DR. Et, par permutation et inversion, LE : EN = = DR : RO. D'où encore LE : LN = DR : DO, et par suite rect. LE.DO = = rect. LN.DR. Or on a DO : OC = rect. DO.LE : : rect. OC.LE. On aura donc DO : OC = rect. LN.DR : rect. OC.LE ou rect. LC.RC. En effet, nous avons dit auparavant que LE : LC = CR : CO. Mais DO : OC = DC : : CP, vu que, par construction, DO, DC et DP forment une proportion géométrique. Par conséquent DC : CP = LN.DR : : LC.CR. Or, LC.CR = = LB.AR, vu que, par construction, CL : LB = = AR : RC. Par conséquent, DC : CP = DR. .LN : LB. AR, où le dernier rapport est composé des rapports DR : RA et LN : LB. Mais le rapport DC : CP est composé des rapports DC : CN et CN : CP; donc (DR : RA) × (LN : LB) = (DC : CN) × × (CN : CP). Or, DC : CN = DR : RA parce que par construction DR : DA = = DC : DN. On en conclut l'égalité des rapports qui restent, LN : LB = CN : : CP. Donc aussi NL : NB = NC : NP.

Par conséquent, comme DR : DA = DC : DN, on voit en premier lieu, d'après la prop. XII [2]), que les rayons qui proviennent du point D ou qui se dirigent vers lui, sont réfractés par la surface dont A est le centre, de telle manière qu'ils correspondent ensuite au point N. Mais comme on a aussi NL : NB = NC : NP, les rayons qui se dirigent vers N ou qui proviennent de ce point, correspondront en second lieu au point P, après avoir été réfractés par la deuxième surface dont B est le centre, comme cela est manifeste d'après la même proposition [3]). Il paraît

NÇ ad CD ut EC ad DR. Quare et NE ad RC ut EC ad DR. Sed ut RC ad RO ita diximus eſſe LE ad EC. Ergo ex æquali in ratione perturbata [1]), erit ut EN ad RO ita LE, DR. Et permutando et invertendo, ut LE ad EN ita DR ad RO. Hinc vero et LE ad LN ut DR ad DO, ac proinde rectang. LE, DO æquale LN, DR. Eſt autem ſicut DO ad OC ita rectang. DO, LE ad OC, LE. Ergo erit DO ad OC ut rectang. LN, DR ad OC, LE, hoc eſt ad rectang. LC, RC. Dictum enim fuit antea quod LE ad LC ſicut CR ad CO. Eſt autem ut DO ad OC ita DC ad CP, quia ex conſtr. proportionales ſunt DO, DC, DP. Ergo DC ad CP ſicut rectang. LN, DR ad LC, ÇR. Rectangulum autem LC, CR æquale eſt LB, AR, quia CL ad LB ex conſtr. ut AR ad RC. Ergo DC ad CP rationem habet quam rectang. DR, LN ad LB, AR, hoc eſt, compoſitam ex rationibus DR ad RA et LN ad LB. Ratio autem DC ad CP componitur quoque ex rationibus DC ad CN et CN ad CP. Ergo eadem eſt ratio compoſita ex rationibus DR ad RA et LN ad LB, compoſitæ ex rationibus DC ad CN et CN ad CP. Ratio autem DC ad CN eſt eadem quæ DR ad RA, quia ex conſtr. proportionales ſunt DR, DA; DC, DN. Ergo et reliqua ratio LN ad LB eadem eſt reliquæ CN ad CP. Unde proportionales quoque erunt NL, NB; NC, NP.

[Fig. 63.] [Fig. 64.]

Primum itaque quia proportionales ſunt DR, DA; DC, DN conſtat ex prop. [XII] [2]) radios qui ex puncto D vel ad D feruntur, refringi a ſuperficie cujus centrum A, ut exinde pertineant ad punctum N. At quia porro proportionales quoque ſunt NL, NB; NC, NP; ideo qui ad N vel ex N feruntur, refracti in ſuperficie altera cujus centrum B, pertinebunt ad punctum P, ut ex eadem prop. manifeſtum eſt [3]). Itaque patet P eſſe punctum concurſus vel diſperſus radiorum qui ex D puncto promanant, vel eo tendunt; quod erat demonſtrandum.

[1]) On peut consulter sur le théorème en question la note 22, p. 304 du T. XI.

[2]) Voir la p. 41 du Tome présent. En effet, il est facile de vérifier que le point R, dont la construction est indiquée à la p. 101, coïncide avec le foyer des rayons qui, avant leur réfraction à la surface dont A est le centre, se mouvaient, à l'intérieur de la lentille, dans la direction de l'axe, de bas en haut.

[3]) Puisque, de même, L est le foyer des rayons qui, avant leur réfraction par la surface dont B est le centre, se mouvaient, à l'extérieur de la lentille, parallèlement à l'axe, de bas en haut.

donc que P eſt le point de concours ou de diſperſion des rayons qui émanent du point D ou qui ſe dirigent vers ce point. Ce qu'il fallait démontrer.

[Fig. 69.] [Fig. 70.]

Mais lorſqu'il arrive que les points D et R coïncident [1]), la démonſtration, après que nous aurons conſtruit [Fig. 69 et 70] le reſte comme auparavant, excepté le point N, ſera la ſuivante. Nous avons dit qu'on a EL : LC = RC : CO. On aura donc RO (ou DO) : OC = EC : CL. Mais DO : OC = DC : CP, et EC : : CL = RC : LB, vu que, par conſtruction, CE : EA (ou CR) = CL : LB. Par conſéquent, DC : CP = RC (ou DC) : : LB. La diſtance CP eſt donc égale à LB. Et en ajoutant des deux côtés BC, on aura auſſi BP = LC. Le rapport BP : LB ou BP : PC eſt donc égal au rapport CL : LB. Mais c'eſt là, par conſtruction, l'indice de réfraction. D'après les prop. XI et IX [2]), on voit donc en premier lieu, attendu que le rapport AR : RC eſt ſuppoſé égal à l'indice de réfraction, que les rayons qui correſpondent à R ou à D et qui ſont réfractés par la ſurface dont A eſt le centre, auront tous la même direction à l'intérieur de la lentille. Mais ces rayons, tombant parallèlement ſur la ſurface dont B eſt le centre, correſpondront enſuite au point P, vu que le quotient BP : PC eſt égal à l'indice de réfraction. Par conſéquent, P eſt le point de concours ou de diſperſion des rayons qui émanent du point D ou qui ſe dirigent vers ce point. Ce qu'il fallait démontrer.

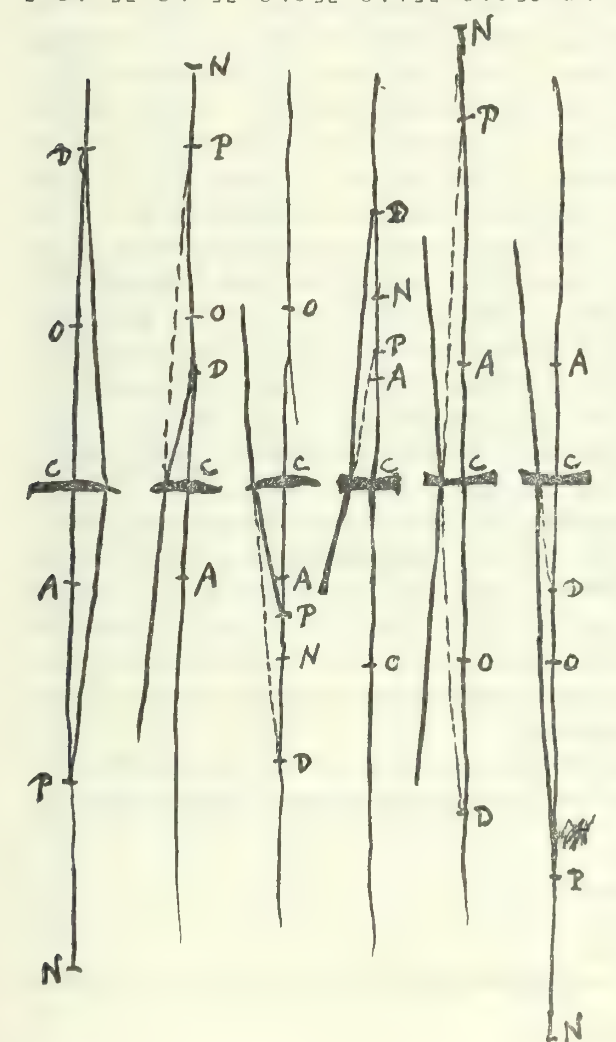
Mais ſi l'une des deux ſurfaces de la lentille eſt ſphérique et l'autre plane, l'une ou l'autre ſera expoſée aux rayons incidents. Et ſi c'eſt la ſurface ſphérique dont A eſt le centre qui leur eſt expoſée [Fig. 71—76], il faut conſtruire à DO, DA et DC une quatrième proportionnelle DN et la porter ſur l'axe de telle manière que ces quatre lignes aient ou bien toutes le même ſens ou bien deux d'entre elles un ſens et deux l'autre. On aura donc DO : OA = DC : CN et, par permutation, DO : DC = OA : CN. Mais on a auſſi DO : DC = OC : CP, vu que, par conſtruction, DO, DC et DP forment une proportion géométrique. Par

[1]) Vu la propriété du point R, laquelle nous avons indiquée dans la note 2 de la p. 103, il est clair que le cas dont il s'agit maintenant est celui où les rayons deviennent parallèles après la première réfraction. Il en résulte qu'alors Huygens ne peut pas se servir de leur nouveau point de concours N et qu' il se voit forcé d'apporter des changements dans sa démonstration.

[2]) Voir les pp. 41 et 35 du Tome présent. La Prop. XI se rapporte au cas de là figure 69, la Prop. IX à celui de la fig. 70.

Cum vero contingit puncta D et R in unum coire [1]), constructis [Fig. 69 et 70] cæteris ut prius, præter punctum N, demonstratio erit hujusmodi. Nimirum quia dictum fuit esse EL ad LC ut RC ad CO, erit RO seu DO ad OC ut EC ad CL. Sicut autem DO ad OC ita est DC ad CP, et ut EC ad CL ita RC ad LB, quia ex constr. est CE ad EA sive CR ut CL ad LB. Itaque DC ad CP ut RC seu DC ad LB. ac proinde CP ipsi LB æqualis. Et addita utrique BC, erit quoque BP æqualis LC. Ergo eadem ratio BP ad LB seu PC quæ CL ad LB. Hæc autem est ratio refractionis ex constructione. Quia itaque primum AR ad RC posita est refractionis proportio, constat ex prop. [XI et IX] [2]) quod radij ad R, hoc est, ad D pertinentes, atque in superficie cujus centrum A refracti, paralleli intra lentem incedent. Qui autem paralleli occurrunt superficiei cujus B centrum est, pertinebunt deinceps ad punctum P, quia BP ad PC est proportio refractionis. Itaque P est punctum concursus vel dispersus radiorum ex D vel ad D tendentium; quod erat dem.

[Fig. 71.] [Fig. 72.] [Fig. 73.] [Fig. 74.] [Fig. 75.] [Fig. 76.]



Quod si vero superficierum lentis altera sphærica fuerit altera plana, erit vel hæc vel illa radijs venientibus exposita, ac si quidem sphærica ijs exponatur, cujus centrum A [Fig. 71—76] fiat tribus DO, DA, DC quarta proportionalis DN, quæ accipiatur in eam partem ut vel omnes quatuor eodem versus habeantur vel binæ utrimque. Erit igitur et DO ad OA ut DC ad CN, et permutando DO ad DC ut OA ad CN. Sed et DO ad DC est sicut OC ad CP, quia ex constr. proportionales sunt DO, DC, DP. Itaque OA ad CN ut OC ad CP; et permutando AO ad OC ut NC ad CP. Ratio

[Fig. 75.] [Fig. 76.]

conséquent, OA : CN = OC : CP et, par permutation, AO : : OC = NC : CP. Or, le rapport AO : OC est égal à l'indice de réfraction, attendu que O est le point auquel correspondent les rayons réfractés provenant de rayons parallèles *. Le rapport NC : CP fera donc aussi égal à l'indice de réfraction. Et comme nous avons fait DO : DA = DC : DN, il paraît donc que tous les rayons qui se dirigent vers le point D ou qui proviennent de ce point, sont réfractés à la surface dont A est le centre de telle façon qu'ils correspondent ensuite au point N *. Mais comme le rapport NC : CP est égal à l'indice de réfraction, les rayons qui correspondent au point N, après avoir été réfractés à la surface plane de la lentille, correspondront ensuite au point P *. Dans ce cas le théorème est donc également vrai.

* Prop. XIV et XV [1]).

* Prop. XII [2]).

* Prop. VI et VII [3]).

Mais si les rayons tombent d'abord sur la surface plane de la lentille [Fig. 77—82], et que A est de nouveau le centre de la surface sphérique, il faut prendre le rapport CE : EA égal à l'indice de réfraction, et de même aussi le rapport MC : CD. Puisque donc O est le point auquel correspondent les rayons parallèles, CO sera égale à AE *, et on aura donc aussi CE : : CO = CE : EA, ou MC : CD. C'est pourquoi aussi ME : : OD = MC : CD. Mais OD : OC = DC : CP, vu que, par construction, DO, DC et DP forment une proportion géométrique. En combinant les deux proportions, on trouve donc ME : : OC (ou EA) = MC : CP, et par conséquent, ME : MA = = MC : MP. Comme nous avons pris le rapport MC : CD égal à l'indice de réfraction, les rayons qui proviennent du point D ou qui se dirigent vers lui, correspondront au point M après avoir été réfractés à la surface plane de la lentille *. Et comme on a ME : MA = MC : MP, il est prouvé * que les rayons qui correspondent au point M, après avoir été réfractés à la surface dont A est le centre correspondront ensuite au point P. C'est ce qui restait à démontrer.

* Prop. XIV et XV [4]).

* Prop. IV et V [5]).

* Prop. XII [2]).

Il résulte clairement de ce qui précède que, en ce qui regarde la distance des points de concours ou de dispersion des rayons qui émanent de points quelcon-

[1]) Voir les pp. 81 et 83 du Tome présent.

[2]) Voir la p. 41 du Tome présent.

[3]) Voir les pp. 25 et 27 du Tome présent.

[4]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „habeat CE ad EA proportionem refractionis."

[5]) Voir les pp. 19 et 23 du Tome présent,

autem AO ad OC eſt ea quæ refractionis, quia O eſt punctum quo pertinent refractiones radiorum parallelorum *. Igitur et NC ad CP erit refractionis proportio. Quia itaque fecimus proportionales DO, DA; DC, DN; apparet radios omnes qui ad D vel ex D feruntur, refringi in ſuperficie cujus centrum A, ut exinde pertineant ad punctum N *. Sed quia NÇ ad CP rationem habet quæ eſt refractionis, ideo qui ad punctum N pertinent, refracti in plana lentis ſuperficie, pertinebunt inde ad punctum P *. Ergo et hic conſtat propoſitum.

* Prop. [XIV et XV.] [1])

* Prop. [XII.] [2])

* Prop. [VI et VII.] [3])

[Fig. 77.] [Fig. 78.] [Fig. 79.] [Fig. 80.] [Fig. 81.] [Fig. 82.]

Si vero in planam lentis ſuperficiem primum radij incidant [Fig. 77—82], rurſusque centrum ſuperficiei ſphæricæ ſit A; *fiat ut* CE ad EA proportionem refractionis *habeat*[4]), atque item MC ad CD. Quia igitur O punctum eſt quo pertinent refractiones parallelorum, erit CO æqualis AE *; ideoque et CE ad CO ut CE ad EA, hoc eſt, ut MC ad CD. Quare et ME ad OD erit ut MC ad CD. Eſt autem ut OD ad OC ita DC ad CP, quia ex conſtr. proportionales ſunt DO, DC, DP. Igitur ex æquo, ut ME ad OC ſive EA ita MC ad CP; ac proinde ut ME ad MA ita MC ad MP. Quia igitur poſita eſt ratio MC ad CD eadem quæ refractionis, ideo radij ex D vel ad D tendentes, poſt refractionem in ſuperficie lentis plana, pertinebunt ad punctum M *. Et quia proportionales ſunt ME, MA; MC, MP, conſtat * radios qui ad M punctum pertinent, refractos in ſuper-

* Prop. [XIV et XV.] [1])

* Prop. [IV et V.] [5])

* Prop. [XII.] [2])

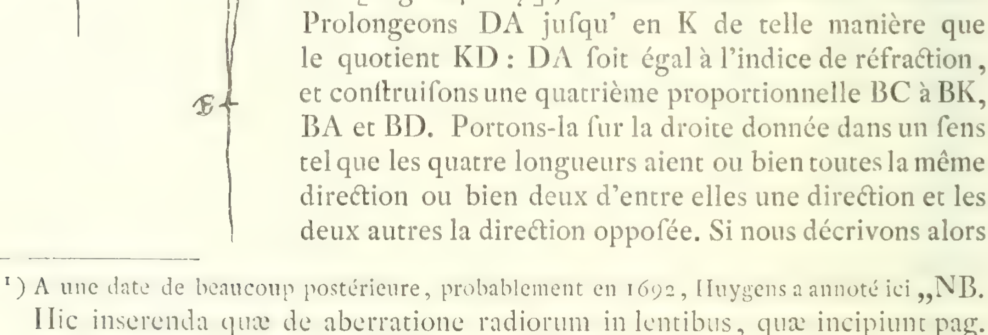
ques ou qui ſe dirigent vers des points quelconques, il ne fait aucune différence de tourner l'une ou l'autre des ſurfaces de la lentille vers le côté des rayons incidents.

On voit auſſi que des lentilles à ſurfaces différentes, mais poſſédant des points de concours ou de diſperſion des rayons parallèles ſitués à égale diſtance, ſont équivalentes ſous les autres rapports. Cela réſulte de ce fait que dans la conſtruction on n'a pas égard aux centres de courbure des deux ſurfaces de la lentille, mais ſeulement aux points de concours ou de diſperſion des rayons incidents parallèles [1]).

Proposition XXI.

Placer en un lieu donné une ſurface ſphérique capable de réunir en un point donné les rayons provenant d'un autre point donné ou ſe dirigeant vers un tel point [2]).

[Fig. 83.] [Fig. 84.]



Soient A, B et D [Fig. 83—87] [3]) les points donnés, ſitués ſur une ligne droite, et ſoit demandé de placer au point D une ſurface ſphérique capable de réunir au point B les rayons qui proviennent du point A ou qui ſe dirigent vers ce point.

Il faut ſavoir qu'en un ſeul cas on ne trouve pas une ſurface ſphérique mais, au lieu d'elle, une ſurface plane. Cela aura lieu lorſque le point A eſt ſitué entre B et D, et que le rapport BD : DA eſt égal à l'indice de réfraction, comme dans le premier des cas conſidérés [Fig. 83]. Car ſi l'on fait paſſer par le point D une ſurface plane limitant un corps tranſparent qui ſe trouve du côté de A, cette ſurface forcera les rayons qui ſe dirigeaient vers le point A de ſe réunir au point B, comme cela a été démontré plus haut [4]). Dans les autres cas [Fig. 84—87], la conſtruction ſera la ſuivante. Prolongeons DA juſqu' en K de telle manière que le quotient KD : DA ſoit égal à l'indice de réfraction, et conſtruiſons une quatrième proportionnelle BC à BK, BA et BD. Portons-la ſur la droite donnée dans un ſens tel que les quatre longueurs aient ou bien toutes la même direction ou bien deux d'entre elles une direction et les deux autres la direction oppoſée. Si nous décrivons alors

[1]) A une date de beaucoup poſtérieure, probablement en 1692, Huygens a annoté ici „NB. Hic inserenda quæ de aberratione radiorum in lentibus, quæ incipiunt pag.

ficie, cujus centrum A, pertinere porro ad punctum P. Quod demonstrandum supererat.

Manifestum autem ex his est, quantum ad distantiam punctorum concursus vel dispersus radiorum, à quibusvis vel ad quælibet puncta tendentium, nihil interesse utra lentis alicujus superficies radijs incidentibus obvertatur.

Item diversarum superficierum lentes, quæ puncta concursus vel dispersus parallelorum æque remota habent, etiam ad cætera æquivalentes esse. Nempe quia in constructione non attenduntur centra singularum lentis superficierum, sed tantummodo punctum concursus vel dispersus radiorum parallelorum [1]).

[Propositio XXI.]

In dato loco superficiem sphæricam constituere, quæ radios ex dato vel ad datum punctum pergentes, ad punctum aliud datum concurrere faciat [2]).

Sint data puncta A, B et D [Fig. 83—87] [3]) in linea recta et oporteat ad D superficiem sphæricam constituere quæ radios ex A vel ad A tendentes colligat in puncto B.

Sciendum quod uno casu superficies sphærica non invenitur, sed plana ejus loco. Nempe cum punctum A inter B et D situm est, habetque BD ad DA rationem quæ est refractionis, ut in casu horum primo [Fig. 83]. Nam si per punctum D plana superficies ducatur diaphanum terminans quod sit a parte A, ea radios versus A punctum tendentes coget ad punctum B, ut supra demonstratum fuit [4]). In cæteris autem casibus [Fig. 84—87] hæc erit constructio. Producatur DA ad K, ut KD ad DA sit eadem quæ refractionis ratio; et tribus hisce BK, BA, BD, inveniatur quarta proportionalis BC, ponaturque in eam partem ut vel omnes in eandem tendant, vel binæ in utramque. Jam si centro C circumferentia describatur DE, ea sectionem quæsitæ superficiei exhibebit, diaphanum habentis a

---

45 rubric.". Voir, sur cette pagination en rouge et sur les raisons qui nous ont conduit à ne pas suivre cette indication, les dernières pages de l'„Aperçu général", qui constitue le début de l'„Avertissement".

[2]) Beaucoup plus tard Huygens écrivit en marge „hæc omittatur" et un peu plus haut: „Prop. pag. 65." [Voir la Prop. I du Livre III] „tum de radijs obliquis" [Prop. XXII, p. 111] „tum de oculo." [Prop. XXVI, p. 129] „de emendando visu". [Prop. XXVII, p 135] „aquae refr." [Prop. XXVIII, p. 139]; mais, puisque nous voulons faire connaître la „Dioptrique" telle qu'elle était conçue par Huygens dans les années 1652 et 1653, nous avons cru ne pas devoir omettre la proposition présente.

[3]) Dans toutes ces figures les rayons sont censés arriver d'en haut de la page.

[4]) Voir la Prop. IV, p. 19 du Tome présent.

une circonférence DE avec C pour centre, cette circonférence repréſentera la ſection de la ſurface cherchée, le corps tranſparent étant placé du côté de B. Cette ſurface ſera convexe dans tous les cas, excepté un ſeul [Fig. 87] où elle ſera concave, ſavoir le cas où le point A eſt placé entre D et B de telle manière que le rapport BD : DA eſt plus grand que l'indice de réfraction.

[Fig. 85.] [Fig. 86.]

Quant à la démonſtration, elle eſt la ſuivante. Poſons DF = AK, d'où réſulte que l'on aura en même temps FA = = DK, et faiſons en ſorte que le rapport CR : RD ſoit égal à l'indice de réfraction, c'eſt-à-dire au rapport KD : DA.

Comme BK : BA = BD : BC on aura donc BK : KA = = BD : DC et, par permutation, BK : BD = KA (ou DF) : : DC. Donc auſſi KD (ou AF) : DB = FC : CD; et, par permutation et inverſion, FC : FA = DC : DB. Enſuite, comme FA = KD par conſtruction, on aura FA : AD = = KD : DA ou CR : RD. Donc auſſi, par converſion, AF : : FD = RC : CD. Mais nous avions FC : FA = DC : DB. On aura donc, par la règle de la proportion dérangée [1]), FC : FD = RC : DB. De plus, comme FA : AD = CR : : RD, on aura, par partage, FD : DA = CD : DR et, par permutation, FD : CD = DA : DR. Donc auſſi FD : : FC = DA : AR. Et, par inverſion, FC : FD = AR : AD. Mais nous avions démontré FC : FD = RC : BD. Donc auſſi AR : AD = RC : BD. Et, par permutation, AR : RC = AD : BD. Par conſéquent, AR, AC, AD et AB forment également une proportion géométrique. Il en réſulte que les rayons qui correſpondent au point A ſont réfractés de telle manière par la ſurface DE qu'ils ſe réuniſſent au point B [2]). Ce qu'il fallait démontrer.

Or, ſi l'on ajoute à la ſurface trouvée une deuxième ſurface à centre B et de rayon inférieur à BD, les deux ſurfaces formeront enſemble une lentille capable de produire l'effet déſiré; car aucune réfraction n'aura lieu à la deuxième ſurface, vu que les rayons ſe dirigent vers ſon centre [3]).

Proposition XXII.

Chercher les points de concours ou de diſperſion des rayons qui correſpondent à un axe de la lentille faiblement incliné par rapport à l'axe principal, et démontrer que la diſtance

[1]) Voir la note 1, p. 103.

[2]) D'après la Prop. XII, p. 41; puiſque R eſt le point de concours des rayons arrivant d'en bas de la page.

[3]) On peut remarque encore que la lentille ainſi conſtruite pourrait être remplacée, en appliquant les prop. XVIII ou XIX (p. 95 et 97), par d'autres lentilles équivalentes.

parte B. Quæ quidem cæteris caſibus convexa, uno vero cava erit [Fig. 87], nempe ſi punctum A poſitum fuerit inter D et B, et major ratio BD ad DA ratione refractionis.

[Fig. 87.] Ad demonſtrationem autem, ponatur DF æqualis AK, ut ſimul fiat FA æqualis DK. et habeat CR ad RD rationem quæ eſt refractionis, hoc eſt, quam habet KD ad DA.

Quia igitur BK ad BA ut BD ad BC, erit et BK ad KA ut BD ad DC, et permutando, BK ad BD ut KA ſeu DF ad DC. Quare et KD ſeu AF ad DB, ut FC ad CD; et permutando et invertendo FC ad FA ut DC ad DB. Porro quia FA æqualis KD ex conſtructione, erit FA ad AD ut KD ad DA, hoc eſt, ut CR ad RD. Igitur et per converſionem rationis, AF ad FD ut RC ad CD. Sed ut FC ad FA ita erat DC ad DB. Igitur ex æquali in proportione perturbata [1]), erit FC ad FD ut RC ad DB. Inſuper quia ut FA ad AD ita CR ad RD, erit et dividendo, FD ad DA ut CD ad DR; et permutando, FD ad CD ut DA ad DR. Ergo et FD ad FC ut DA ad AR. et invertendo FC ad FD ut AR ad AD. Sed ut FC ad FD ita oſtenſa fuit RC ad BD. Igitur et AR ad AD ut RC ad BD: Et permutando AR ad RC ut AD ad BD. Ideoque et proportionales AR, AC; AD, AB. Unde liquet radios ad punctum A pertinentes, ita refringi in ſuperficie DE ut congregentur in puncto B [2]). Quod erat demonſtrandum.

Si vero inventæ ſuperficiei altera jungatur centro B, ſemidiametro minore quam BD; conſtituent ſimul lentem, quæ propoſitum efficiet; nam in poſteriori ſuperficie nulla amplius continget refractio, quum radij ad ipſius centrum ferantur [3]).

[Propositio XXII.]

Radiorum [4]), *qui ad axes lentium pertinent ab axe primario paulum declinantes, puncta concurſus vel diſperſus inveſtigare. Et oſtendere eandem fere horum eſſe a lente di-*

---

[4]) La partie cursivée au côté latin, qui va suivre, est d'une date inconnue; mais après 1666. Elle remplace la rédaction suivante qu'on retrouve dans la copie de Niquet:

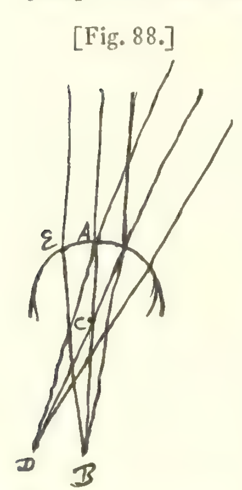
Radiorum qui a punctis extra axem lentis positis emanant concursus vel dispersus puncta investigare.

Proprium eſt sphæricis diaphanorum ſuperficiebus ut non tantum aptæ sint ad cogendos dispergendosve radios qui uni cuidam lineæ paralleli feruntur, vel a puncto in ea linea posito proficuntur, sed et ad innumera alia, a quibus

de ces points à la lentille eſt à-peu-près la même que celle des points qui appartiennent à des rayons correſpondant à l'axe principal, ſi ces rayons étaient parallèles ou émanaient de points ſitués à la même diſtance de la lentille.

Juſqu' ici nous avons examiné des ſyſtèmes de rayons parallèles aux axes des lentilles ou correſpondant à des points ſitués ſur ces axes. Mais il eſt néceſſaire d'avoir égard auſſi aux rayons qui correſpondent à des points ſitués en-dehors de l'axe, attendu que les merveilleux phénomènes qui ſe préſentent dans l'oeil et dans les inſtruments optiques de toute eſpèce dépendent également de ces rayons-là. Il faut examiner d'abord ce qui a lieu à une ſeule ſurface, parce que, ceci étant connu, la choſe ſera auſſi plus facile pour les lentilles.

[Fig. 88.]



Soit EA [Fig. 88] une ſurface ſphérique convexe, C ſon centre, AC ſon rayon de courbure. Prolongeons ce rayon juſqu' au point B, de telle manière que le rapport AB : BC ſoit égal à l'indice de réfraction. Imaginons-nous de plus une ſurface ſphérique concave BD, avec le même centre C, qui recevra les rayons. Alors non ſeulement les rayons parallèles à la droite CB et tombant ſur la ſurface AE ſe réuniront en B, comme cela a été démontré à la Prop. VIII [1]), mais ceux qui ſe mouvront parallèlement à la droite CD, formant un angle quelconque avec CB, ſe réuniront de la même manière au point D.

En ſecond lieu, ſi les rayons qui proviennent d'un point quelconque G [Fig. 89] ou qui ſe dirigent vers un tel point [Fig. 90], et qui ſont réfractés à la ſurface ſphérique AE, ont un point de concours H, lequel eſt trouvé à l'aide de la Prop. XII, p. 1 et 4 [3]), et que nous nous figurons les ſurfaces ſphériques GK, HL à centre C, alors les rayons qui proviennent de K, point de la ſurface GK, ou qui ſe dirigent vers K, ſe réuniront de la même manière en un point de la ſurface HL, tel que L. Cela eſt évident par ſoi-même dans tous les cas.

---

radios recipere possint, comparatæ sint. Maximeque omnium superficies singulæ, uti ex adjuncta descriptione perspicuum fit. Sit enim superficies," etc.

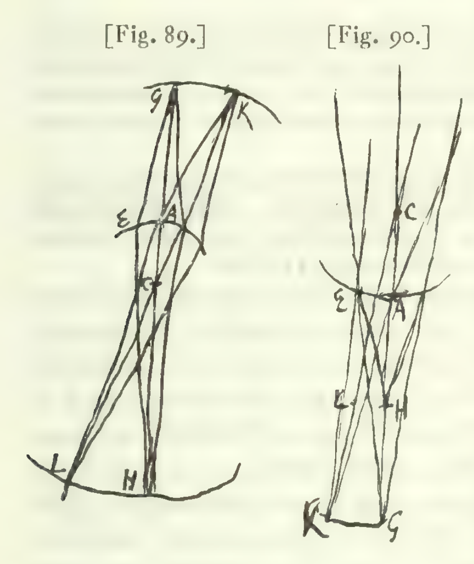
[1]) Voir la p. 33 du Tome présent.

ſtantiam ac eorum quæ ad puncta radiorum in axe poſitorum pertinent, ſi vel paralleli vel æque procul diſtantibus punctis radij fuerint egreſſi.

Hactenus complexus radiorum examinavimus qui ad axes lentium referuntur. Sed neceſſe eſt eos quoque inſpicere qui ad puncta extra axem poſita pertinent, quoniam ab his radijs æque ac ab illis pendent tum oculi tum omnis generis perſpicillorum miri effectus. ac videndum primò, quid fiat in ſuperficiebus ſingulis, quia hoc cognito, etiam de lentibus res erit facilior.

Sit ſuperficies ſphærica convexa EA [Fig. 88], cujus centrum C, ſemidiameter convexitatis AC, quæ producatur ad B, ut ſit ratio AB ad BC eadem quæ eſt refractionis. Intelligatur porro ſuperficies ſphærica cava, radios exceptura, BD; centrum idem habens C. Jam non tantum radij paralleli rectæ CB, in ſuperficiem AE incidentes, convenient in B, ut in [Prop. VIII] [1]) demonſtratum eſt, ſed et ij qui rectæ CD, angulum qualemcumque cum CB conſtituenti, paralleli ferentur, eodem modo ad D concurrent.

[Fig. 89.] [Fig. 90.]



Rurſus ſi à puncto [Fig. 89] *vel ad punctum aliquod* G [Fig. 90] *tendentes radij fractique in ſuperficie ſphærica AE* [2]), habuerint punctum concurſus H; hoc autem invenitur per [Prop. XII, part. 1 et 4] [3]) et centro C intelligantur ſuperficies ſphæricæ GK, HL, tunc radij ex K puncto ſuperficiei GK venientes, *vel ad K tendentes* [4]), concurrent ſimiliter ad punctum in ſuperficie HL, ut L. atque hæc per ſe manifeſta ſunt *in quibuſcunque caſibus* [4]).

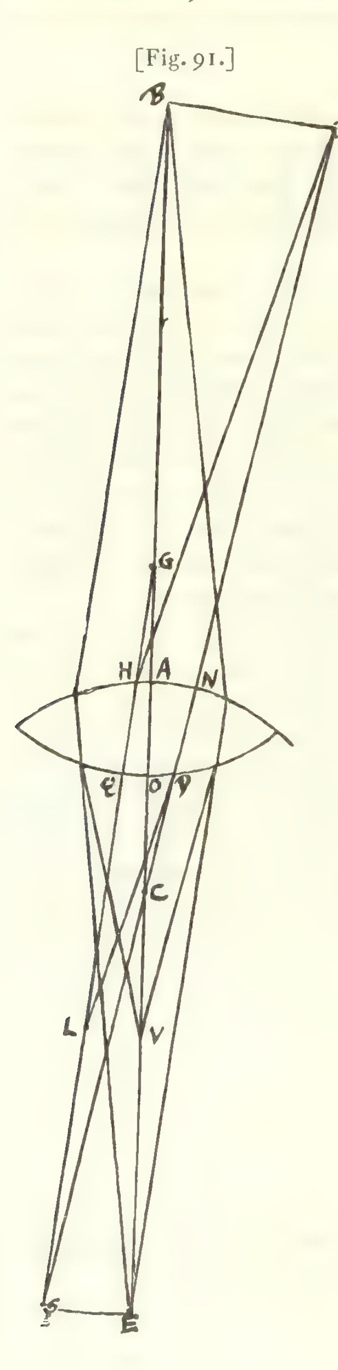
[2]) Au lieu des mots en italique qui précèdent, on lit dans le manuscrit de Niquet: „aliquo G venientes radij, refractique in superficie eadem AE."

[3]) Voir les pp. 43 et 71 du Tome présent.

[4]) Ces mots manquent dans la copie de Niquet.

Conſidérons [1]) maintenant une lentille convexe AO [Fig. 91], avec BAE comme axe, ſur lequel ſe trouvent donc les centres des ſurfaces AN et OP, c'eſt-à-dire, les points C et G. Les rayons qui proviennent du point B et qui rencontrent la ſurface AN, y ſont réfractés de manière à ſe diriger vers le point E; enſuite, après avoir été réfractés de nouveau à la ſurface OP, ils ſe dirigent vers le point V. Suppoſons [2]) de même que des rayons iſſus d'un point D ſitué en-dehors de l'axe et ſe trouvant à égale diſtance que le point B

[Fig. 91.]



[1]) Dans la copie de Niquet on trouve au lieu de la partie qui débute ici, et que nous donnons en italique au côté latin, la leçon suivante, plus primitive, où nous avons changé quelques notations afin de les conformer à celles de la figure 91.

On remarquera que la démonstration y est moins complète que celle qui l'a remplacée, puisqu' elle ne traite que le cas des rayons parallèles, c'est-à-dire, celui où les points B et D se trouvent à l'infini.

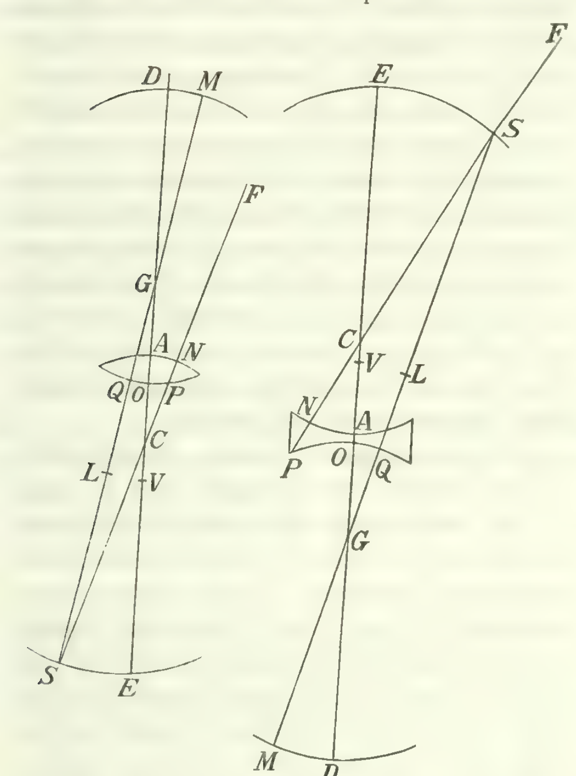
„Proponatur vero nunc lens ANP [voir les figures de la p. 115] cava vel convexa cujus superficies OP, AN fuit a centris G, C. Axis ergo lentis est GC. Producatur is utrinque ad E et D ut tam AE ad EC quam OD ad DG rationem habeat quae est refractionis; et centris C et G intelligantur superficies sphæricæ ES, DM.

Si igitur propositum sit parallelorum radiorum, non axi GC sed alij rectæ ut FC punctum concursus invenire, post lentem convexam, vel punctum dispersus ante lentem cavam, primum notetur intersectio lineæ FC et circumferentiæ ES, quæ fit in puncto S; namque erit hoc punctum quo pertinebunt radij rectæ FC paralleli post primam refractionem in superficie AN, ut ex prop. [VIII, pag. 33 et X, pag. 39] est manifestum. Jungatur SG, et producta occurrat superficiei DM in M. Itaque quoniam radij ad punctum S pertinentes, incidunt in superficiem sphæricam POQ, per cujus centrum ducta est SGM, erit in hac linea punc-

Ponatur [1]) *nunc lens convexa AO* [Fig. 91] *cujus axis BAE, in quo nempe centra superficierum AN, OP sint C et G. Radij autem a puncto B manantes in superficiem AN, franguntur ut inde tendant ad punctum E; atque iterum fracti in superficie OP pergant ad punctum V. Item* [2]) *a puncto D extra axem, quodque tantundem ac B distet à superficie AN, vel à centro ejus C, egressi radij in super-*

---

tum L concursus vel dispersus refractorum; quod quidem invenitur si fiat ut SM ad SG, ita SQ ad SL; ut constat ex prop. [XII part. 4, pag. 71 et part. 7, pag. 77] ex eadem vero si fiat ut ED ad EG ita EO ad EV, patet in puncto V fore concursum vel dispersum radiorum axi GC parallelorum. Et quoniam eadem proxime est ratio linearum ED ad EG et SM ad SG; et EO proxime quoque æqualis SQ; etiam OV, QL, fere æquales erunt. Quare æquali fere intervallo a lente distabunt puncta V et L, alterum concursus vel dispersus radiorum axi lentis parallelorum, alterum eorum qui tantum inter se, non autem axi paralleli incidunt."

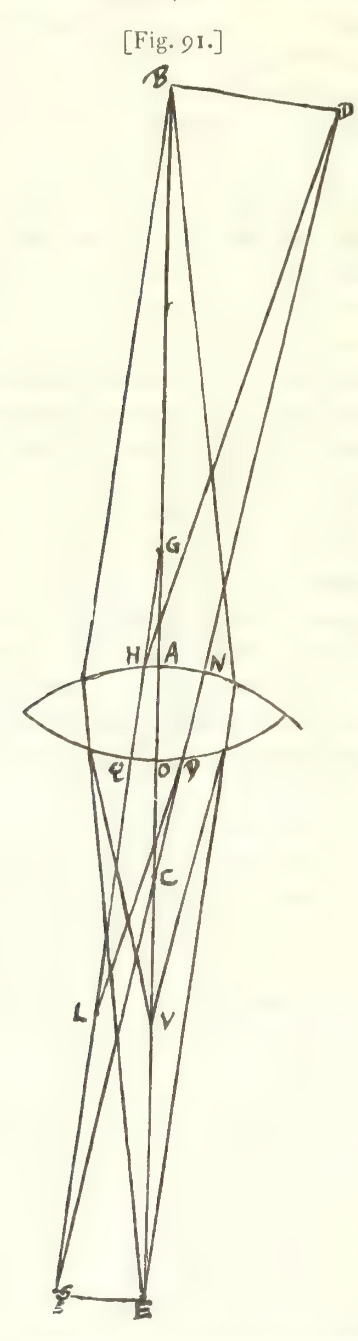


„Quæ autem de parallelis radijs dicuntur, intelligenda sunt etiam de illis qui a singulis punctis visibilis longinqui exeunt, quoniam hi pro parallelis habentur. Simili vero ratione, et, a propinquis punctis extra axem positis, venientium radiorum puncta concursus vel dispersus investigari possunt."

[2]) A partir de cette phrase, nous possédons encore une autre leçon de toute la partie en italique qui suit. Elle doit avoir précédé celle que nous donnons et n'en diffère que dans le mode de rédaction de plusieurs phrases. En voici, par exemple, le début: „Porro etiam à puncto D æque ac B distante à superficie AN, atque extra lentis axem CAB posito, incidant radij in superficiem hanc quorum punctum concursus L post binas in lente refractiones ita inveniemus. Ducta recta DC ea secabit superficiem AN ad rectos ang. in N, invenieturque in eadem linea producta punctum S quo concurrunt radij ex D venientes ex refractione superficiei AN per prop. . . . Et apparet", etc.

de la surface AN, c'est-à-dire de son centre C, tombent sur elle. Nous trouvons de la manière suivante le point de concours L de ces rayons après les deux réfractions dues à la lentille.

[Fig. 91.]



Tirons la droite DC, qui coupera la surface AN perpendiculairement en N et cherchons sur le prolongement de cette même ligne le point S où se réunissent les rayons qui proviennent de D après avoir été réfractés à la surface AN, d'après ce qui a été exposé plus haut. Or, il appert que les distances CS et CE seront égales. Joignons maintenant les points S et G par une droite qui coupera la surface OQ normalement en Q. Par conséquent, le point de concours L des rayons qui après la première réfraction se dirigent vers S et qui sont réfractés de nouveau à la surface OQ, se trouve sur cette même droite SG. Ce point de concours peut donc être trouvé d'après ce qui a été dit plus haut.

Et que le point L est à peu près à la même distance de la lentille que le point V, on le démontre de la manière suivante. Si les points E et S, sommets des cônes lumineux [1]), étaient à égale distance de la surface OQ, qui par sa réfraction change ces cônes en d'autres dont les sommets sont L et V, ces deux derniers sommets seraient eux aussi à égale distance de cette surface. Or, les distances QS et OE sont à-peu-près égales: elles ne diffèrent l'une de l'autre que d'une fort petite quantité, savoir de l'excès de GE ou de la somme de GC et CS sur GS. Par conséquent, les distances LQ et VO elles aussi seront à-peu-près égales. Mais comme nous supposons que les droites qui joignent les points B et D d'une part et les points V et L d'autre part, sont fort petites et que ces points eux-mêmes sont à égale distance de la lentille, elles peuvent être considérées comme perpendiculaires à l'axe BE de la lentille.

ficiem hanc incidant. Horum punctum concursus L post binas in lente refractiones ita invenimus.

Ducatur recta DC, quæ secabit superficiem AN in N, ad rectos angulos: invenieturque in eadem linea producta punctum S quo concurrunt radij ex D venientes post refractionem in superficie AN, per superius exposita. Et apparet distantias CS, CE fore æquales. Jungatur jam SG, quæ superficiem OQ normaliter secabit in Q; eritque propterea in ipsa SG punctum concursus L, radiorum ex prima refractione tendentium ad S, ac rursus refractorum in superficie OQ, atque invenietur inde istud concursus punctum ex superioribus.

Quod autem punctum L proxime eandem distantiam habebit à lente ac punctum V, hinc constabit. Si enim puncta E, S, vertices nempe conorum radiosorum [1]) *æqualiter distarent a superficie OQ, cujus refractione mutantur hi coni in conos quorum vertices L et V; etiam hi vertices æqualiter distarent ab hac superficie. Sunt autem distantiæ QS, OE proximè æquales, quippe minimo quopiam differentes, quanto nimirum GE sive duæ simul GC, CS superant GS. Ergo et distantiæ LQ, VO proximè æquales erunt. Rectæ autem quæ puncta B, D, itemque V, L, conjungunt, quia minimæ esse censentur, et puncta ipsa æqualiter a lente distant, possunt tanquam ad axem lentis BE perpendiculares haberi.*

Hæc autem non difficulter ad cavas quoque lentes, et ad eas quæ alteram superficierum planam habent, omnemque casuum diversitatem, facile transferri possunt radios parallelos tanquam ad punctum infinite distans considerando.

---

[1]) A propos de ces cônes Huygens ajouta en marge, probablement à une époque encore bien postérieure, l'annotation suivante: „Conos radiosos utrimque lentem pro basi habentes nullo modo se mutuo impediri, cujus ratio vix aliter comprehendere potest quam eo modo quem in libro de lumine explicuimus." Voir les dernières pages du Chapitre I du „Traité de la lumière," publié en 1690.

Or, ceci peut être étendu ſans difficulté aux lentilles concaves et à celles qui ont une ſurface plane et à tous les autres différents cas; les rayons parallèles étant conſidérés comme correſpondant à un point infiniment diſtant. La ſeconde figure [Fig. 92] explique cette affirmation par un ſeul exemple, celui de la lentille planconcave.

En effet, la ſurface plane AN de cette lentille reçoit les rayons qui ſe dirigent vers le point B de l'axe, et de même d'autres rayons qui ſe dirigent vers le point D ſitué à petite diſtance de l'axe et à la même diſtance de la ſurface AN que le point B. Or, ſi nous ſuppoſons que les rayons qui ſe dirigeaient vers le point B, deviennent parallèles à l'axe AE après la deuxième réfraction à la ſurface OQ, autrement dit, qu'ils tendent à ſe réunir au point V ſitué ſur l'axe à une diſtance infinie, alors les rayons qui ſe dirigent vers le point D deviendront eux auſſi parallèles par la deuxième réfraction due à cette même ſurface OQ; autrement dit, ils correſpondront à un point L ſitué ſur la ligne QGS à une diſtance infinie. Cette ligne eſt trouvée de la même manière que dans le cas précédent; et l'on démontre auſſi de la même manière qu' après la deuxième réfraction les rayons deviennent parallèles tant pour le deuxième faisceau incident que pour le premier, avec cette différence que dans ce cas-ci, des deux grandeurs GE et GS qui ſont conſidérées comme égales, la première eſt un peu plus petite que GS; en effet, AE et NS ſont égales.

De plus il reſſort clairement de ce qui précède que les cônes lumineux, obliques ou droites, tranſmis par deux ou pluſieurs lentilles, ont leurs derniers ſommets à égale diſtance de la dernière lentille, ſi les rayons ſe rapportent primitivement à des ſommets de cônes également diſtants de la première.

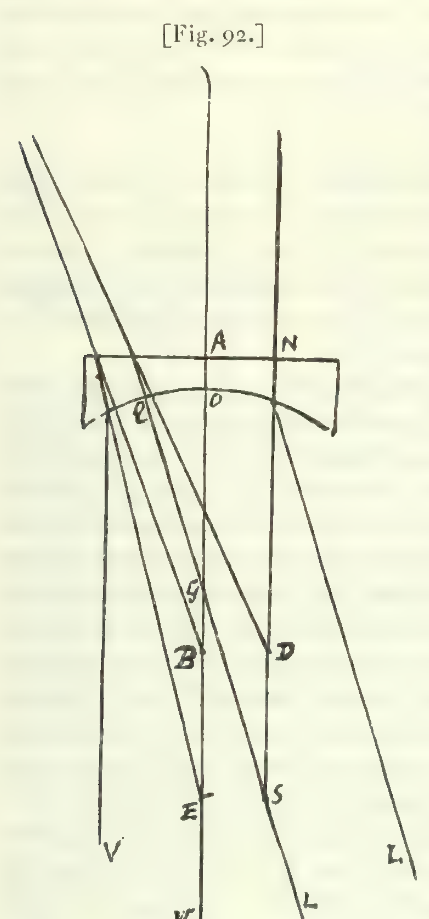
La vérité de ce qui a été démontré ici eſt confirmée par l'expérience de l'image formée par une lentille placée devant une ouverture en un lieu obſcur. En effet, cette image eſt vue avec une netteté admirable non ſeulement ſur l'axe de la lentille, mais auſſi autour de l'axe ſur une étendue aſſez conſidérable de manière que les plus petits détails ſont clairement aperçus dans l'image. Et les effets remarquables obtenus avec des téleſcopes compoſés de deux, de trois ou de quatre lentilles montrent auſſi la vérité de notre théorème.

Proposition XXIII.

A l'intérieur de toute lentille poſſédant deux ſurfaces convexes, ou deux ſurfaces concaves, il exiſte un point déterminé tel qu'un rayon quelconque paſſant par ce point a

Quod uno etiam exemplo in lente planoconcava ſchema alterum [Fig. 92] *explicat.*

[Fig. 92.]



Hujus enim lentis plana ſuperficies AN radios ad punctum axis B tendentes excipit, itemque alios tendentes ad punctum D, ab axe exiguo diſtans, et æque ac B à ſuperficie AN. Quod ſi jam ponamus eos qui ad B tendebant, poſt alteram refractionem in ſuperficie OQ fieri parallelos axi AE; ſive ad punctum V in axe infinite diſtans concurrere, fient etiam qui ad D tendunt, ejuſdem ſuperficiei OQ altera refractione, inter ſe paralleli, ſive ad punctum L in linea QGS infinitè diſtans pertinebunt. Quæ linea invenitur eodem modo ac in caſu præcedenti; eademque eſt demonſtratio, qua oſtendatur ex poſtrema refractione radios utrobique fieri parallelos, niſi quod hoc caſu è duabus GE, GS, quæ ut æquales cenſentur, GE nunc pauxillo minor eſt quam GS, quippe cum æquales ſint AE, NS.

Porrò ex his manifeſtum eſt, etiam per binas pluresve lentes tranſmiſſos conos radioſos tam obliquos quam rectos, æquali diſtantia à lente poſtrema vertices ſuos ultimos habere, ſi ad æque remotos conorum vertices radij primitus ſpectent.

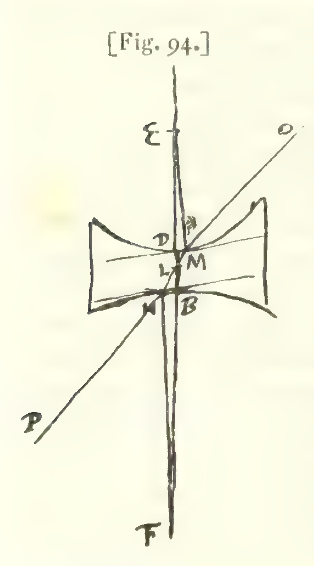
Comprobat autem quæ hic oſtenſa ſunt experimentum picturæ, quam lens foramini oppoſita in loco tenebroſo exhibet, cum non tantum in axe lentis, ſed et circùm amplo ſatis ſpatio hæc pictura mirabili nitore conſpiciatur, ut minima quaque diſtinctè exprimat. Eadem vero et teleſcopiorum ex binis, ternis, quaterniſve lentibus compoſitorum egregij effectus vera eſſe oſtendunt.

Propositio [XXIII].

In omni lente, duarum convexarum aut concavarum ſuperficierum, punctum quoddam eſt intus, per quod radius quilibet tranſiens ante et poſt lentem ſibi ipſe parallelus in-

la même direction avant d'entrer dans la lentille et après l'avoir traverſée. Mais un point de ce genre est trouvé à l'extérieur de la lentille, du côté de la plus petite ſphère, lorſque la ſection de la lentille a la forme d'une lunule, ou que ſa ſurface concave a un rayon de courbure plus petit que ſa ſurface convexe [2]).

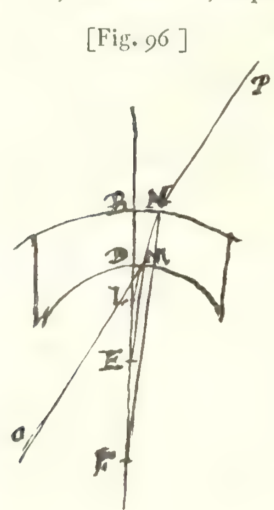
[Fig. 94.]



Suppoſons que la lentille ſoit une de celles [Fig. 93—96] dont l'une des deux ſurfaces eſt décrite du centre E avec le rayon ED, l'autre du centre F avec le rayon FB, et que de ces deux rayons FB ſoit le plus grand; tirons la droite FE qui coupe la lentille en D et en B.

Or, ſi nous poſons: BL eſt à LD comme le rayon FB eſt au rayon ED, de telle manière que le point L [4]) (ſi la lentille eſt biconvexe [Fig. 93] ou biconcave [Fig. 94]) tombe ſur la droite BD même qui fait connaître l'épaiſſeur de la lentille, mais que ce point tombe en-dehors de la lentille du côté de la plus petite ſphère, dans le cas où la ſection de la lentille a la forme d'une lunule et dans les autres cas; je dis que tout rayon, comme PNMO, qui pénètre dans la lentille de telle manière que la partie NM de ce rayon contenue dans la lentille paſſe par le point L ou correſpond à ce point, ſuivra après avoir traverſé la lentille une direction parallèle à la direction que ce rayon avait avant d'atteindre la lentille, c'eſt-à-dire, la partie PN ſera parallèle à la partie MO.

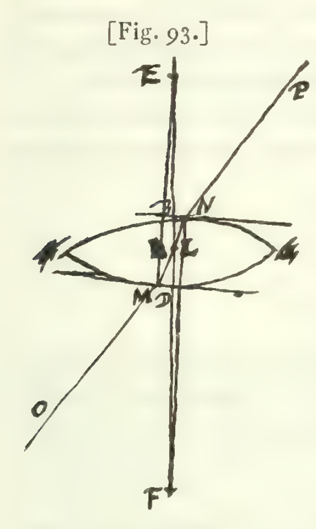
[Fig. 96]



En effet, tirons FN et EM et figurons-nous les plans qui touchent les deux ſurfaces ſphériques de la lentille aux points N et M. On aura FB : ED = BL : LD et, par permutation, FB : BL = ED : DL. Donc auſſi BF (ou NF) : FL = DE (ou ME) : EL. Comme les triangles NFL et MEL ont, par conſéquent, la même proportion des côtés qui avoiſinent les angles E et F reſpectivement, qu'ils ont des angles égaux au point L et que ces angles L [Fig. 93 et 96] ou bien les angles M et N [Fig. 94 et 95] ſont obtus (car on voit facilement qu'il en eſt néceſſairement ainſi), ces triangles ſont forcément ſemblables. C'eſt pourquoi les angles compris entre les côtés proportionnels ſeront auſſi égaux, je veux dire que l'angle NFL ſera égal à l'angle MEL. Par conſéquent, les droites FN et EM ſeront auſſi parallèles. Mais ces droites

cedit. In meniſco autem, et in illa quæ minori cavo quam convexo conſtat, *punctum ejuſmodi* [1]) extra lentem, a parte ſphæræ minoris reperitur [2]).

[Fig. 93.]



Sit lens quælibet iſtarum [Fig. 93—96], cujus ſuperficies altera deſcripta ſit centro E, radio ED, altera centro F, radio FB, quorum FB ſit major altero: et jungatur FE, quæ ſecet lentem in D et B.

Quod ſi jam ſicut radius FB ad radium ED ita ponatur BL ad LD; *ut cadat* [3]) punctum L [4]), (ſi quidem duarum convexarum [Fig. 93] vel concavarum [Fig. 94] ſuperficierum fuerit lens) in ipſa linea BD, quæ lentis craſſitudinem definit; extra lentem vero, verſus ſphæram minorem, in meniſco et caſibus reliquis; dico radium omnem qui lentem penetrat, ut PNMO, ita ut pars ejus NM intra lentem contenta tranſeat per punctum L, vel ad ipſum pertineat, ſibi ipſi, ante ingreſſum et poſt egreſſum ex lente, parallelum ferri, hoc eſt partem PN parti MO.

[Fig. 95.]

Jungantur enim FN, EM, et intelligantur planæ ſuperficies in punctis N et M utraſque lentis ſuperficies ſphæricas tangentes. Quia igitur ut FB ad ED ita BL ad LD; erit et, permutando, FB ad BL ut ED ad DL. Unde et BF ſive NF ad FL ut DE ſive ME ad EL. Cum itaque triangula NFL, MEL, latera circa angulos E et F proportionalia habeant, anguloſque æquales ad L, qui vel ipſi obtuſi ſunt [Fig. 93 et 96] vel reliqui ad M et N [Fig. 94 et 95], (hoc enim neceſſario ita eſſe facile perſpicitur) ſimilia proinde triangula hæc eſſe neceſſe eſt. Quare et anguli lateribus proportionalibus comprehenſi æquales erunt, angulus nempe NFL angulo MEL; ideoque parallelæ inter ſe rectæ FN, EM. Hæ autem ad angulos rectos ſunt planis quæ ſuperficies lentis

[1]) On trouve dans la rédaction primitive et dans la copie de Niquet: „simile punctum".

[2]) Plus tard, à une époque inconnue, Huygens a annoté en marge par rapport à cette proposition: „Omittatur de menisco et cæteris, quia non facit ad sequentia. Dicatur parvum in fine." Et ensuite „maneat unus meniscus".

[3]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent: „sumendo".

[4]) Inutile de dire que le point L n'est autre que l'un des deux centres de similitude des deux surfaces de la lentille.

ſont perpendiculaires aux plans que nous ſuppoſons tangents aux ſurfaces de la lentille aux points N et M. Ces plans ſont donc auſſi parallèles entre eux. C'eſt pourquoi il eſt néceſſaire que le rayon NM qui fait des angles égaux avec ces deux plans, ſoit dévié par le même angle en ſortant de la lentille que lorſqu' il y entrait. L'angle PNM eſt donc égal à l'angle NMO. Or ce ſont des angles alternes: il eſt donc certain que PN et MO ſont parallèles, ce qu'il fallait démontrer.

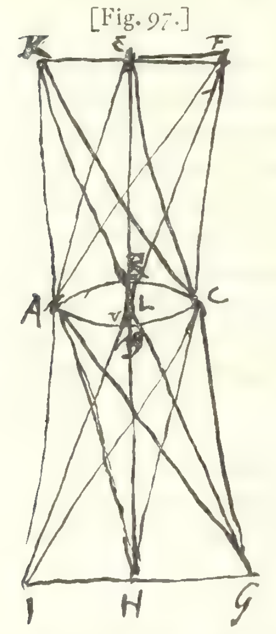
Nous n'avons pas mentionné les lentilles planconvexes et les lentilles planconcaves. Il reſſort de ce qui a été démontré que pour ces lentilles le point L tombe au milieu de la ſurface ſphérique de la lentille.

Proposition XXIV.

Le diamètre de l'image d'un objet quelconque qui eſt formée dans un plan ſitué derrière une lentille convexe, eſt à celui de l'objet comme la diſtance de l'image à la lentille eſt à celle de l'objet à la lentille[1]).

Soit ADCB [Fig. 97] la lentille convexe. Soit la droite KF l'objet. Suppoſons que l'axe de la lentille eſt perpendiculaire à cette droite et paſſe par ſon milieu E. Partant des points K, E et F et de tous les autres points qu'on peut ſe figurer ſur cette droite, des rayons tomberont donc ſur toute la lentille ABC et après une double réfraction, je veux dire la réfraction aux deux ſurfaces de la lentille, ils ſe réuniront en un même nombre de points du plan IHG. Ceux qui proviennent de K, de E et de F ſe réuniront en G, en H et en I reſpectivement; pour autant que nous ſuppoſons que l'image eſt diſtincte. Or, comme la lumière qui émane du point K paſſe par tous les points qui ſe trouvent à l'intérieur de la lentille ABC, il adviendra néceſſairement qu'un rayon déterminé parmi ceux qui partent de K pour ſe réunir en G paſſe par le point L de la lentille, c'eſt-à-dire par le point dont nous avons parlé dans la propoſition précédente, et ce rayon ſuivra avant d'atteindre la lentille et après l'avoir traverſée une même direction. Et comme un autre rayon ſe meut de la même manière de F vers I, il apparaît que l'un et l'autre de ces rayons peuvent être conſidérés comme des lignes droites qui ſe coupent au centre de la lentille, l'épaiſſeur de la lentille étant négligée. Ils forment donc de cette façon deux triangles iſocèles ſemblables, dont KF et IG ſont les baſes; c'eſt pour-

[Fig. 97.]



in punctis N et M contingere intelliguntur. Ergo et plana ista inter se parallela erunt. Quamobrem cum radius NM æqualibus angulis ad illa inclinetur, necesse est eum æquali angulo flecti, ubi lentem egreditur atque ubi intrabat, hoc est, angulum PNM esse æqualem angulo NMO. Sunt autem alterni: itaque constat PN, MO esse parallelas, quod erat dem.

Lentes planoconvexas et planoconcavas hic non recensuimus, in quibus tamen per hæc ipsa constat punctum L cadere in mediam lentis superficiem sphæricam.

Propositio [XXIV].

Pictura cujusque visibilis quæ fit in plano post lentem convexam, ad visibile ipsum eam habet rationem, secundum diametrum, quam picturæ distantia a lente ad visibilis ab ea distantiam [1]).

Sit lens convexa ADCB [Fig. 97]. Visibile vero linea recta KF, quam axis lentis mediam secet, atque ad angulos rectos, in E. A punctis igitur K, E, F æquè ac ab alijs omnibus, quæ in proposita linea imaginari licet, radij ferantur in totam lentem ABC, qui post geminam refractionem, in utraque nimirum lentis superficie, colliguntur in totidem punctis tabulæ IHG; nempe qui ex K in G, qui ex E in H, et qui ex F in I; quatenus quidem distinctam ponimus existere hanc picturam. Quum igitur *lux à puncto K manans, omnia puncta quæ sunt intra lentem ABC pervadat fiet necessariò ut* [2]) aliquis radiorum ex K manantium, atque in G collectorum, transeat per punctum lentis L, illud nimirum quo de egimus propos. superiori; atque is radius ante et post lentem sibi ipsi parallelus feretur; quumque *similiter aliquis* [3]) transeat ab F ad I, apparet *utrosque* [4]) pro lineis rectis haberi posse, in centro lentis sese intersecantibus; non considerata videlicet lentis crassitudine. Cumque hoc modo duos triangulos isosceles similes efficiant, quorum bases KF et IG; hæ utique *eandem inter se rationem servabunt quam triangulorum*

---

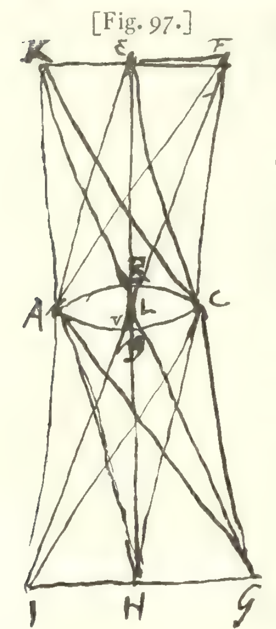
[1]) Plus tard, après 1666, Huygens annota en marge „omittatur" et biffa toute la proposition y compris la démonstration et la remarque du dernier alinéa.

[2]) Ces mots, en italique au côté latin, furent intercalés après 1666.

[3]) La rédaction primitive et la copie de Niquet donnent: „similis radius".

[4]) La rédaction primitive et la copie de Niquet donnent: „hos".

[Fig. 97.]



quoi ces bafes auront entre elles la même proportion que les hauteurs des triangles; c'eft-à-dire que les diftances des bafes à la lentille ABCD. Ce qu'il fallait démontrer.

Mais fi nous ne négligeons pas l'épaiffeur de la lentille et qu'on demande d'indiquer plus exactement le fommet du triangle formé derrière la lentille, il faut divifer l'intervalle LD qui fépare le point L de la furface poftérieure de la lentille, par le point V, de telle manière que le quotient LD : DV foit égal à l'indice de réfraction : V fera alors le fommet cherché. Cela réfulte de la prop. VI [3]), vu que la petite partie de la furface ADC qui eft interceptée entre les rayons qui fe croifent en L, peut ici être confidérée comme une furface plane [4]).

Proposition XXV [5]).

Deux corps tranfparents qui poffèdent des pouvoirs réfringents différents fe touchent fuivant une furface commune; un rayon qui vient du corps le moins réfringent et qui pénètre dans celui qui réfracte plus fortement, eft incliné du côté de la perpendiculaire, l'indice qui correfpond à cette réfraction étant le quotient des indices de ces deux corps par rapport à l'air.

Il eft établi par voie expérimentale que lorfque la furface de l'eau ou d'un autre liquide tranfparent eft recouverte par une mince lame de verre, tout rayon qui tombe du dehors fur cette lame fubit, en paffant à l'intérieur du liquide qui fe trouve au-deffous d'elle, le même changement de direction que lorfqu' aucune fubftance n'eft interpofée, et que le rayon eft, par conféquent, réfracté uniquement à la furface du liquide. C'eft à caufe de cette même propriété que dans une fphère de verre mince remplie d'eau, on obferve les mêmes réfractions que dans les gouttes d'eau qui poffèdent une forme fphérique [7]). Il faut pourtant obferver que, quelque mince que foit la lame de verre, elle a néanmoins deux furfaces et que, par conféquent, les réfractions font auffi au nombre de deux; on peut donc confidérer une lame de ce genre comme fort épaiffe, les angles de réfraction n'en feront pas moins les mêmes.

[1]) Au lieu des mots en italique au côté latin, la rédaction primitive et la copie de Niquet donnent „eadem inter se ratione erunt atque".

[2]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „distantiae ipsarum".

[3]) Voir la p. 25 du Tome présent.

[4]) Pour trouver plus précisément la situation du point V il faudrait se rapporter au dernier alinéa

ipſorum [1]) altitudines; hoc eſt, *quam diſtantiæ baſium* [2]) à lente ABCD. quod erat dem.

Quod ſi vero lentis craſſitudo etiam conſideretur, apexque trianguli poſt lentem effecti accuratius deſignandus ſit, oportet dividere intervallum LD inter punctum L et ſuperficiem lentis poſteriorem, in V, ut ſit LD ad DV ratio eadem quæ eſt refractionis, eritque punctum V apex quæſitus; quod quidem manifeſtum eſt ex prop [VI] [3]) quoniam ſuperficiei ADC particula inter radios decuſſatos intercepta tanquam plana hic cenſuri poteſt [4]).

Propositio [XXV] [5]).

Diaphanis duobus diverſæ refractionis communi ſuperficie inter ſe conjunctis, radius e minus refringente in id quod magis refringit penetrans, verſus perpendicularem inclinatur eamque ſervat refractionis proportionem, qua differunt inter ſe proportiones utriuſque diaphani in aere [6]).

Experimento conſtat cum aquæ aut alterius liquidi diaphani ſuperficies lamina tenui vitrea terminatur, quemvis radium extrinſecus incidentem eodem modo intra ſubjacens liquidum deflecti, ac ſi nulla re interpoſita, tantum ad liquidi ſuperficiem refractus fuiſſet. Hinc quoque fit ut in ſphæra ex tenui vitro aqua plena, eædem refractiones animadvertantur, quæ in aquæ guttis, ſphæræ formam habentibus [7]). Sciendum vero quod quantumvis tenui exiſtente lamina vitrea duæ tamen ejus ſunt ſuperficies, totidemque propterea fiunt refractiones ac proinde laminam ejuſmodi ut valde craſſam conſiderari poſſe, nec tamen ob hoc alios fieri refractionum angulos.

(p. 71 du Tome présent) de la troisième partie de la Prop. XII. En effet, le rapport LD : DV correspond au rapport SA : AD de la figure 32. Or, d'après l'alinéa que nous venons de citer, on a SA : SD = SQ : SC, donc SA : AD = SQ : QC; mais puisque le point S, correspondant au point L de la figure 97, se trouve, dans le cas présent, très près du point A, le rapport SQ : QC peut être remplacé par le rapport AQ : QC qui est égal à l'indice de réfraction.

5) Cette proposition et sa démonstration ont disparu du manuscrit de la Dioptrique. Nous les avons empruntées à la copie de Niquet. Elles ont fait partie, sans aucun doute, du manuscrit original de 1653. En effet, Huygens y renvoie dans un passage qu'on trouvera reproduit plus loin dans la note 4, p. 139 du Tome présent. Elles manquent toutefois dans l'édition de 1703 des „Opuscula postuma" par De Volder et Fullenius et de même dans celle des „Opera reliqua" par 's Gravesande.

6) La rédaction de cette proposition pourrait donner lieu à des malentendus; mais d'après la démonstration qui va suivre il est clair que Huygens veut indiquer de cette manière la loi bien connue de la réfraction relative.

7) Comparez les pp. 9 et 11 du Tome présent.

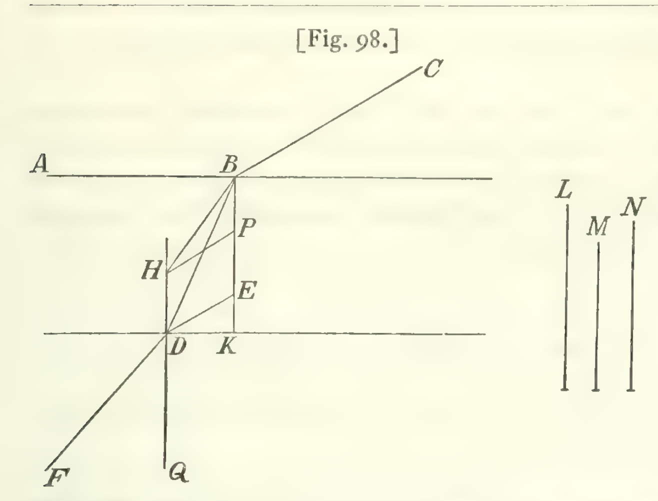
Soit donc donnée une lame de ce genre, dont les deux ſurfaces, vues de côté, ſoient repréſentées par les lignes parallèles AB et DK [Fig. 98]; ſuppoſons que la même ſurface DK limite auſſi un autre corps tranſparent placé au-deſſous d'elle et doué d'un pouvoir réfringent moindre. Soit CB un rayon qui ſe meut dans l'air et qui, après avoir été réfracté, ſuivra à l'intérieur du premier corps tranſparent la direction BD. Ce rayon paſſe enſuite dans le corps tranſparent inférieur et prend la direction DF; et, après avoir tiré BE et HDQ perpendiculaires aux ſurfaces DK et AB, on peut mener au rayon BC les parallèles DE et HP, BH étant parallèle à DF.

Or, comme l'expérience enſeigne que la droite DF, ou la droite BH qui lui eſt parallèle, forme avec CB un angle égal à celui qui ſerait formé par le rayon incident et le rayon réfracté ſi CB était réfracté directement par un corps tranſparent ſemblable à celui qui ſe trouve au deſſous de DK, il eſt évident que BH eſt plus éloignée que BD de la perpendiculaire BE. L'angle HBE eſt donc plus grand que l'angle DBE, mais l'angle FDQ eſt égal à l'angle HBE, et l'angle BDH à l'angle DBE. Par conſéquent, l'angle FDQ eſt auſſi plus grand que l'angle BDH. Donc, le rayon BD qui vient du corps tranſparent le plus réfringent et qui pénètre dans celui qui réfracte moins fortement, s'écarte de la perpendiculaire DQ. Réciproquement, DB eſt le rayon réfracté qui provient du rayon FD venant du corps tranſparent le moins réfringent. Il paraît donc que ce rayon réfracté ſe rapproche de la perpendiculaire DH, vu qu'on a démontré que l'angle HDB eſt plus petit que l'angle QDF.

Soit maintenant L : M l'indice de réfraction du corps tranſparent ABKD par rapport à l'air, et N : M celui du corps tranſparent qui ſe trouve au deſſous de DK. Le rapport L : M diffère donc du rapport N : M par le rapport L : N, vu que $(N : M) \times (L : N) = L : M$. Il faut donc démontrer: ſin FDQ: ſin BDH = L : N.

Donc, comme BD, à l'intérieur du corps tranſparent ABDK, eſt le rayon réfracté provenant du rayon CB, et que DE eſt tracée parallèlement à cette même CB et rencontre la perpendiculaire BE en E, le rapport BD : DE ſera d'après la prop. II [1]) égal à l'indice de réfraction du corps tranſparent ABDK par rapport à l'air, c'eſt-à-dire égal à L : M. Pareillement, comme la droite BH, parallèle à DF, forme avec le rayon BC le même angle que ſi elle repréſentait le rayon réfracté, provenant de BC, lorſque ce rayon tombe ſur un corps tranſparent ſemblable à celui qui ſe trouve au deſſous de DK, et comme HP eſt parallèle à BC, le rapport BH : HP ſera, d'après la même prop. II, égal à l'indice de réfraction du corps tranſparent au deſſous de DK par rapport à l'air, c'eſt-à-dire à N : M. D'où l'on tire, par converſion, PH : HB = M : N. Comme on a donc BD : DE = L : : M, et DE (ou HP) : HB = M : N, on obtient, en combinant ces deux équations, BD : BH = L : N. Mais comme DB eſt à BH, ainſi eſt le ſinus de l'angle

[1]) Voir la p. 15 du Tome préſent.



Sit igitur lamina hujusmodi, cujus duæ superficies a latere inspectæ, referantur lineis parallelis AB, DK [Fig. 98] ac superficies quidem DK eadem quoque terminet diversi generis subjectum diaphanum, quod minoris sit refractionis. Feratur autem in aere radius CB, cujus intra superius diaphanum refractio sit BD; inde vero inferiori se immittat secundum rectam DF; ductisque BE, HDQ, perpendicularibus ad superficies DK, AB, sint DE, HP parallelæ radio BC ;BH vero parallela DF.

Quum igitur experimentum doceat rectam DF, sive ei parallelam BH, ita inclinari ad CB, uti inclinaretur ipsius CB refractio intra diaphanum simile ei quod sub DK; manifestum est BH minus ad perpendicularem BE accedere quam BD; hoc est, angulum HBE majorem esse angulo DBE, angulo autem HBE æqualis est FDQ, et angulo DBE æqualis BDH. Ergo et angulus FDQ major quam BDH. Radius igitur BD ex diaphano magis refringente in id quod minus refringit penetrans a perpendiculari DQ recedit. Est autem vicissim radij FD, ex diaphano minoris refractionis veniente, refractio DB. Ergo hanc ad perpendicularem DH accedere apparet, cum angulus HDB minor ostensus sit quam QDF.

Sit jam proportio refractionis in aere diaphani ABKD, ea quæ L ad M, diaphani vero sub DK ea quæ N ad M. Excedit itaque ratio L ad M rationem N ad M, ratione L ad N; quandoquidem ratio L ad N addita rationi N ad M componit rationem L ad M. Quare ostendendum est sinum anguli FDQ esse ad sinum anguli BDH sicut L ad N.

Quia ergo radij CB, intra diaphanum ABDK, refractio est BD, ipsi verò CB parallela ducta est DE, occurrens perpendiculari BE in E; erit ex prop. [II] [1]) ratio BD ad DE eadem quæ refractiones metitur diaphani ABDK in aere constituti; hoc est, ea quæ L ad M. Eadem ratione, cum BH parallela DF, ita inclinetur ad radium BC ac si esset ejus refractio in diaphanum simile ei, quod sub DK, incidentis; sitque HP ipsi BC parallela; erit ex eadem prop. [II] ratio BH ad HP similis ei quæ refractiones metitur diaphani sub DK in aere existentis, hoc est ea quæ N ad M. Unde et convertendo PH ad HB sicut M ad N. Cum sit igitur BD ad DE ut L ad M; DE vero sive illi æqualis HP ad HB ut M ad N; erit ex æquo BD ad BH ut L ad N. Sicut autem DB ad BH, ita sinus anguli DHB, ad sinum anguli HDB, sicut L ad N, quod erat ostendendum.

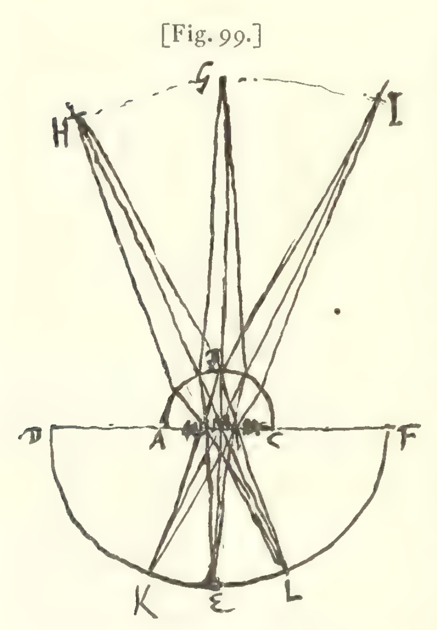
DHB à celui de l'angle HDB. Ces deux ſinus ſont donc dans le rapport L : N; ce qu'il fallait démontrer.

Il réſulte de ces conſidérations que ſous l'eau l'indice de réfraction du verre eſt égal à 9 : 8. En effet, ſi le corps tranſparent ABKD eſt en verre, on aura L : : M = 3 : 2 ou = 9 : 6, parce que nous avons trouvé que telle eſt la grandeur de l'indice du verre par rapport à l'air [1]). Mais l'indice de réfraction N : M du corps tranſparent ſous DK ſera, au cas que ce corps ſoit de l'eau, égal à 4 : 3 [2]) ou à 8 : 6. D'oú l'on tire L : N = 9 : 8.

Proposition XXVI.

Expliquer la conſtruction de l'oeil et la manière dont ſe fait la viſion[3]).

[Fig. 99.]



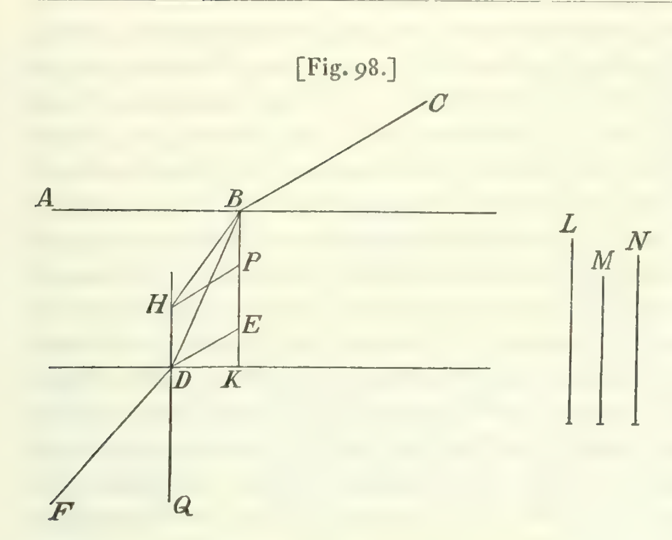
Après avoir bien réfléchi à ce que nous avons démontré à la propoſition XXII, il ne ferait pas abſurde de ſuppoſer que l'oeil aurait pu être conſtruit de la façon ſuivante. La figure d'un hémiſphère aurait pu être donnée à ſa partie extérieure ABC, laquelle doit être tranſparente partout, et le fond de l'oeil aurait pu avoir également la forme d'un hémiſphère DEF, oppoſé au premier, mais concentrique avec lui, le rayon ME étant pris égal à trois fois le rayon MB du plus petit hémiſphère; enſuite toute la cavité DABCFED aurait pu être remplie d'une humeur aqueuſe. Car de cette façon les rayons émanant de points H, G, I quelconques faiſant partie d'objets fort éloignés pourraient ſe réunir, après avoir été réfractés à la ſurface ABC, en autant de points de l'hémiſphère concave DEF; ceux qui proviennent de G en E, ceux qui partent de H et de I en L et en K reſpecti-

* Prop. XXII [5]). vement *. Mais comme la façon dont une ſurface ſphérique raſſemble les rayons n'eſt pas ſuffiſamment parfaite, excepté ſeulement pour les rayons qui ſe meuvent dans le voiſinage immédiat de l'axe il fallait remédier à cet inconvénient, ce qui pouvait fort bien ſe faire en couvrant toute la baſe AC du plus petit hémiſphère à l'exception de la partie près du centre M, où il fallait laiſſer une ouverture de gran-

[1]) Conſultez la p. 13 du Tome préſent.

[2]) Voir la p. 11 du Tome préſent.

[Fig. 98.]



Ex his manifeftum fit proportionem refractionis vitri fub aqua effe eam quæ novem ad octo. Si enim diaphanum ABKD fit vitrum, erit L ad M ut 3 ad 2, five 9 ad 6, quia hanc invenimus effe proportionem refractionis vitri in aere [1]). Diaphani autem fub DK, fiquidem aqua fuerit, refractionis proportio, hoc eft N ad M, erit ea quæ 4 ad 3 [2]), five 8 ad 6. Unde fit L ad N ut 9 ad 8.

[Propositio XXVI.]

Oculi conftructionem et quæ fit videndi ratio explicare [3]).

Perpenfis [4]) quæ fuperius Prop. [XXII] expofuimus, videatur hoc modo non abfurde oculum fabricari potuiffe; nempe hemifphærij figuram tribuendo parti ejus exteriori ABC [Fig. 99], quæ tota fit pellucida. fundum vero oculi alterum hemifphærium faciendo DEF, priori oppofitum, fed idem centrum habens, femidiametrum vero ME triplam ponendo femidiametri MB minoris hemifphærij; ac totam deinde cavitatem DABCFED aqueo humore replendo. Hoc pacto enim radij, à quibuslibet rerum procul pofitarum punctis manantes ut H, G, I, fractique in fuperficie ABC, ad totidem puncta cavi hemifphærij DEF collecti fuiffent; nempe qui ex G in E, qui ex H in L, qui ex I in K *. Quoniam autem non fatis perfecta eft, quæ fit a fphærica fuperficie, radiorum collectio, nifi eorum tantum qui axi proximi incedunt; oportune remedium ei rei adhiberi poterat, obvelando totam hemifphærij minoris bafin AC, præterquam circa centrum M, * [Prop. XXII.] [5])

[3]) Plus tard Huygens est revenu plus d'une fois sur la construction de l'oeil et la théorie de la vision; consulter là-dessus la „Table des matières" du Tome présent, sous les articles: „Conformation de l'oeil" et „Théorie de la vision".

[4]) La copie de Niquet et la leçon primitive donnent: „In mentem revocando".

[5]) Voir le premier et le second alinéa non en italique de la démonstration de cette Proposition, p. 113 du Tome présent. D'après la construction indiquée dans ces alinéa's le rapport des rayons ME : MB doit égaler $1 : (n - 1)$, c'est-à-dire, dans le cas de l'eau, $1 : \frac{1}{3}$.

deur convenable. Car ceci vaut beaucoup mieux que de couvrir la furface extérieure ABC en laiffant une ouverture autour du point B, vu qu' alors la furface ABC n'aurait pas été auffi propre à recevoir les rayons venant des points H et I qu' à recevoir ceux qui viennent de G, tandis que, l'ouverture étant auprès de M, elle eft également propre à recevoir tous les rayons nommés. De prime abord cette conftruction de l'oeil pourrait donc fembler convenable. Nous verrons cependant plus loin que la providence de l'auteur fuprême y a fagement apporté quelques changements et y a auffi ajouté certaines chofes néceffaires, quoique, en faifant cela, elle fe foit fervie de procédés fi fubtils qu'il ne nous eft pas donné de comprendre fon œuvre dans tous fes détails. Le premier changement eft le fuivant. L'auteur fuprême n'a pas voulu faire ufage de tout l'hémifphère ABC; il en a confervé la partie fupérieure, mais en a beaucoup ôté aux côtés, fans toutefois diminuer par là l'étendue du champ que l'oeil embraffe d'un seul regard. La raifon qu'il avait pour ôter cette partie de l'hémifphère ABC était celle-ci: il voulait également enlever une partie de l'hémifphère DEF, en ramenant vers l'intérieur les points D et F et leur entourage, et il défirait de cette façon donner à l'oeil une forme qui fe rapprochât le plus poffible de la forme fphérique. Car il voulait que l'oeil fût mobile et pût tourner de tous les côtés dans la cavité qui le contient. Il lui donna donc une forme extérieure telle qu'elle a été indiquée dans la deuxième figure ci-jointe [Fig. 100], laquelle repréfente l'oeil humain coupé par un plan paffant par l'axe. Les dimenfions de toutes les parties y ont été doublées pour les rendre mieux vifibles.

Dans cette figure la partie tranfparente de la cornée eft ABC; le refte AXYC, qui compofe la tunique extérieure de l'oeil, eft de plus faible courbure et opaque. Au dedans de cette tunique les anatomes en diftinguent deux autres, dont l'intérieure eft appelée rétine; elle eft formée d'un tiffu de fibres extrêmement fines du nerf optique VT, et préfente une couleur blanchâtre auprès du fond KEL de l'oeil. Il faut favoir de plus que l'auteur a rempli la cavité de l'oeil non pas d'un feul fluide, mais de trois fluides différents; dont celui qui eft contenu dans l'efpace ABCFNORDA eft tout-à-fait fluide, tandis que celui qui fe trouve dans l'efpace DRPNFLKD eft un peu plus épais comme l'albumine d'un oeuf. Quant au troifième qui forme une petite lentille RONP adhérente au deuxième fluide et attachée par des filaments DR, NF, étendus tout autour d'elle, il eft en quelque forte dur, comme du blanc d'oeuf bouilli, mais en même temps parfaitement tranfparent comme les deux autres. Il diffère auffi de ces deux autres par fon indice de

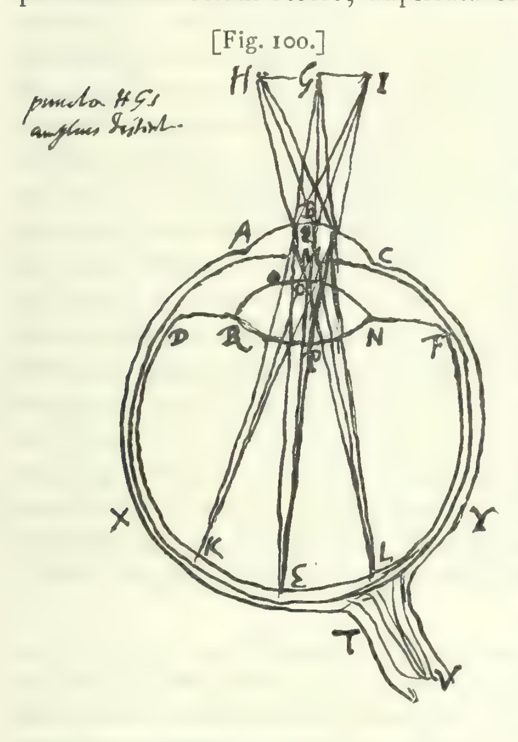
[1]) La copie de Niquet et la leçon primitive donnent: „divinam".

[2]) „per omnia", l. c.

[3]) Au lieu de la partie en italique qui suit, la copie de Niquet et la leçon primitive donnent: „cum non opus esset uno obtutu tantum spacij oculo comprehendi. Praesertim vero eo fine, ut et ab hemisphæris DEF, partes circa D et F auferret, atque ita

ubi foramen modicum relinquendum erat. Hoc enim multo melius quam ſi exterior ſuperficies ABC contegatur, relicto circa B foramine; quia tunc ſuperficies ABC non æquè benè comparata fuiſſet ad excipiendos radios a punctis H et I venientes atque ad illos ex G, ad quos omnes nunc eodem modo ſeſe habet, facto foramine ad M. Hæc igitur oculi conſtructio non aliena primà fronte cenſeri poſſet: in qua tamen aliqua prudenter mutaſſe *ſummi opificis* [1]) providentiam, aliqua etiam neceſſario addidiſſe, deinceps videbimus, etſi adeo ſubtili ratione in his verſata ſit, ut non *in omnibus* [2]) artificium ejus aſſequi liceat. Ac primum quidem non totum hemiſphærium ABC adhibere voluit, ſed, retenta parte ſuperiori, circa latera multum abſtulit, *neque* [3]) *eo tamen ſpatium quod uno obtutu viſus comprehendit anguſtius effecit. Cauſa autem auferendi erat ut et hemiſphærij DEF partes circa D et F introrſum reduceret, atque ita oculum ad ſphæræ rotunditatem, quatenus id fieri poſſet, formaret.* Volebat enim mobilem eſſe *ut in* [4]) cavo quo continetur quaquaverſum convolvi *poſſet* [4]). Figuram igitur exteriorem dedit hujuſmodi qualem ſchema hoc alterum exhibet [Fig. 100], quod oculum hominis per axem diſſectum refert, duplicata omnium magnitudine quo clarius pateant.

[Fig. 100.]



Hîc corneæ pars pellucida eſt ABC reliqua *majoris ſphæræ* [5]) et opaca AXYC, quæ exteriorem oculi tunicam componit. Intra hanc duas alias anatomici diſtinguunt, quarum intima ex tenuiſſimis nervi optici VT fibris contexta, ac circa fundum oculi KEL albeſcens, retina dicitur. Cæterum cavitatem oculi non uno liquore, ſed tribus inter ſe diverſis complevit; quorum qui ſpatio ABCFNORDA continetur plane fluidus eſt, qui vero ſpatio DRPNFLKD paulo craſſior inſtar ovi albuminis. tertius autem qui lenticulam conſtituit RONP, ſecundo liquori adhærentem, et filamentis, DR, NF circum undique extentis affixam, durus quodammodo, ſicut albumen igni coctum; verum pellucidus plane, uti reliqui duo. Differt autem ab illis etiam refractione, quam aliquanto majorem habet, unde

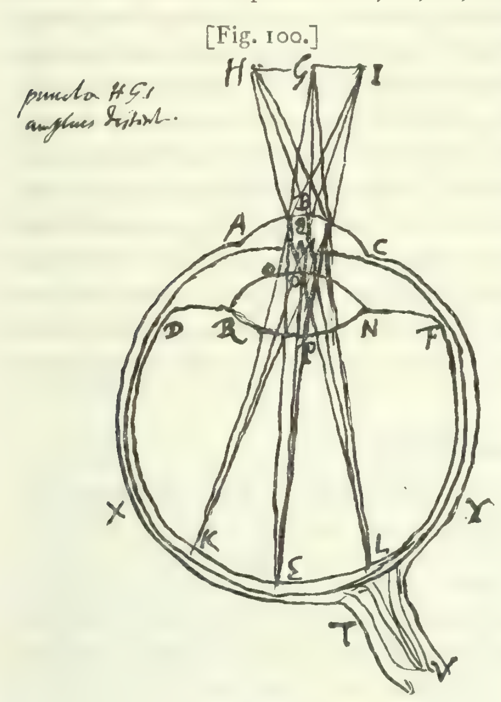
totius oculi formam ad ſphæricam rotunditatem quatenus fieri poſſet reduceret."
4) „inque" et „poſſe", l. c.
5) „magis convexa", l. c.

réfraction, qui est un peu plus grand; d'où il résulte que les rayons venus du dehors des points H, G, I et qui convergeaient déjà après avoir été réfractés à la surface ABC de la cornée, souffrent de nouveau une faible réfraction aux deux surfaces de la lentille OP. Cette réfraction les fait converger encore un peu davantage, de telle manière qu'ils forment l'image des points H, G, I d'où ils sont venus en autant de points L, E, K situés au fond de l'oeil. Et il est possible que cette seconde réfraction produite par la lentille RN suffise pour donner aux rayons une direction telle que la surface concave KEL puisse servir à recevoir l'image des objets. Si cette réfraction n'existait pas, la surface KEL devrait faire partie d'une sphère plus grande telle qu'elle a été représentée dans la figure précédente. Mais il existait une autre raison plus forte pour faire usage de cette lentille: il fallait rendre l'oeil capable de distinguer les objets lointains aussi bien que les objets situés à faible distance; laquelle propriété faisait défaut à cet oeil imaginé par nous, dont nous avons parlé plus haut. Or cela peut être obtenu de deux manières; d'abord en diminuant la distance entre la surface de la cornée et la dite lentille lorsque nous voulons regarder des objets situés à faible distance; et en second lieu en donnant à la lentille une forme un peu plus convexe; ou aussi en combinant les deux moyens. S'il est vrai que la lentille se rapproche de la cornée, ce mouvement doit être le résultat d'une pression exercée par les muscles sur les surfaces latérales de l'oeil et en même temps sur le liquide vitreux auquel la lentille RN adhère, comme nous l'avons dit. Mais [1]) si nous admettons que la lentille change de forme et devient plus convexe lorsque nous regardons des objets rapprochés, il semble qu'il faut en chercher la cause dans une détente des filaments DR, NF due à la pression exercée sur l'oeil par les muscles: la tension de ces filaments, agissant partout sur la lentille, lui donnait auparavant une forme plus plate. Mais, comme je l'ai déjà dit, il est possible aussi que les deux causes agissent simultanément. De plus, la providence a placé la pupille M non pas, comme nous l'avons fait plus haut, au centre de la surface convexe ABC, mais un peu plus près d'elle. La raison de ce déplacement nous semble incertaine. Il est possible toutefois que ce changement ait pu contribuer aussi quelque peu à rendre la surface KEL de la rétine, possédant sa courbure actuelle, apte à recevoir les images, tandis que autrement elle aurait dû faire partie d'une plus grande sphère. Je trouve que le diamètre AL de la sphère entière est environ la douzième partie d'un pied de Leyde [2])

[1]) Voici la rédaction primitive de la partie du texte qui va suivre. Elle fut biffée depuis et remplacée par celle du texte avant que la copie de Niquet fut faite, où déjà on ne la retrouve plus: „etsi non satis apparet quo recessurus sit interea aqueus humor qui spatium inter corneam lentemque hanc interjectum omne complet, nisi aliquatenus inter tunicas oculi sese insinuare putetur. Rursus si figuram mutare lens dicatur necesse est igitur presso à musculis oculo remitti filamenta DR, NF, quæ prius undique eam tendentia planiorem efficiebant. Attamen contentionem

fit ut radij, qui extrinſecus a punctis H, G, I, venientes, atque in corneæ ſuperficie ABC fracti, jam convergebant, exiguam iterum refractionem patiantur in utraque lentis OP ſuperficie; qua quidem paulo magis adhuc convergunt, atque ita ut in totidem punctis L, E, K, in fundo oculi referant illa, unde venerunt, puncta H, G, I. Ac fortaſſe quidem, ſecunda illa refractione in lente RN, ita radij diriguntur ut recipiendæ rerum picturæ apta jam ſit cavitas ſuperficiei KEL, quæ alioqui e majori ſphæra eſſe deberet, ſicut in priori figura effiĉta fuit. Verum et alia major fuit neceſſitas adhibendæ lentis hujus, nempe ut ejus auxilio æque ad res longinquas, ac in proximo ſitas, oculus adaptaretur; quod in noſtro illo ſuperius expoſito oculo deerat. Hoc autem fieri poteſt duobus modis, ut vel accedat propius ad corneæ ſuperficiem dicta lens cum res prope poſitæ contuendæ ſunt, vel ut in formam paulo convexiorem colligatur; vel etiam ut utrumque accidat. Quod ſi accedit ad corneam, id fieri oportet prementibus oculi latera muſculis, atque una humorem vitreum cui lens RN inhærere dicta eſt. At ſi [1]) figuram mutare lens eadem dicatur, rotundiorque fieri cum ad res prope admotas reſpicimus, videtur preſſo à muſculis oculo remitti filamenta DR, NF, quæ prius undique eam tendentia planiorem efficiebant. Poteſt autem, *ut jam dixi*, et utrumque horum ſimul fieri. Porro pupillæ M locum, non ita ut nos ſupra, in centro convexitatis ABC ſtatuit, ſed propius paulo illi admovit, incertum qua de cauſa, niſi quod et hoc aliquid facere poteſt, quo ſuperficies retinæ KEL, ea qua nunc eſt cavitate, apta ſit recipiendis imaginibus, cum alioqui amplioris ſphæræ eſſe debuiſſet. Diametrum ſphæræ totius AL invenio unciam circiter eſſe pedis noſtri Lugdunenſis [2]),

[Fig. 100.]



oculi nullam sentimus cum ad res longinquas respicimus, maximè vero cum ad valde propinquas. In his igitur quid secuta sit natura haud facile est dicere, quæ tamen alterutro ex his modis utitur, vel utrumque adhibet. Porro", etc.

[2]) Le pied en usage à Leyde était le „pied de Rhijnland" ou „pied du Rhin," divisé en 12 pouces. D'après van Swinden (voir la p. 23 de ses „Tables de Comparaison entre les Mesures hollandaises de longueur et le Mètre, avec l'instruction nécessaire sur ces mesures, Amsterdam, 1812") l'étalon original en est perdu depuis longtemps. Par décret du 18 février 1808 le Roi de Hollande a établi exclusivement pour unité de la Mesure du Rhin la verge de fer qui se

qui eſt a peu près le même que l'ancien pied des Romains [1]); et que le diamètre de la ſphère dont la cornée ABC fait partie eſt égal à $\frac{3}{5}$ pouce. Quant à la pupille M, ſa largeur n'a pas de dimenſion fixe: en effet, comme tout-le-monde peut ſ'en aſſurer par l'expérience, cette largeur eſt d'autant plus grande que la lumière qui éclaire l'oeil a une moindre intenſité, et la vue d'un objet vivement éclairé ſuffit pour cauſer ſa contraction. Le même phénomène ſe paſſe lorſque nous tâchons de regarder des objets placés près de l'oeil. C'eſt avec un art merveilleux que la pupille a été conſtruite de manière à reſter toujours ronde lorſque ſa grandeur change. Mais l'examen de ces propriétés de l'oeil ne fait pas partie de notre plan. Nous tâcherons encore moins de répondre à la queſtion de ſavoir comment l'image des objets viſibles qui ſe forme au fond de l'oeil, parvient de là à notre cerveau et à notre eſprit, comment, étant renverſée, elle nous fait cependant voir les objets debout, et comment il ſe fait, qu'en regardant avec les deux yeux, nous ne voyons pas les objets doubles. D'ailleurs, toutes ces queſtions ſont à mon avis trop obscures pour que des mortels, quels qu'ils ſoient, puiſſent en trouver la ſolution.

Proposition XXVII.

Porter ſecours aux yeux des vieillards et des myopes à l'aide d'une lentille en verre.

D'après l'explication que nous avons donnée de la conſtruction de l'oeil et des conditions de la viſion, il eſt facile de conclure enſuite en quoi la condition des yeux de ceux qui, comme les vieillards, ne voient diſtinctement que les objets éloignés, s'écarte de la condition ordinaire; et de même pour ceux qui ne diſtinguent que les objets fort rapprochés, ſavoir les myopes. Car comme le point de concours des rayons qui viennent d'un objet peu éloigné eſt néceſſairement à plus grande diſtance de la ſurface extérieure de l'oeil que celui de ceux qui viennent d'un point fort diſtant, une image parfaite d'un objet fort diſtant et celle d'un objet peu éloigné ne pourront être formées dans le même oeil à moins que celui-ci ne ſoit doué de la faculté de pouvoir changer quelque peu la forme ou la poſition du liquide cryſtallin, et de s'ajuſter de cette manière tantôt aux objets rapprochés tantôt aux objets éloignés. C'eſt pourquoi il eſt certain que ceux dont les yeux ſont également bons pour toutes les diſtances, ont reçu des yeux qui poſſèdent cette propriété. Mais les yeux des vieillards, et auſſi ceux de bien des gens qui ne ſont pas encore âgés, ſont plus rigides et moins mobiles à l'intérieur; chez eux, ſeuls les rayons qui viennent de loin ou pour le moins d'une diſtance de deux ou trois pieds, ſe réuniſſent exactement ſur la ſurface intérieure au fond de l'oeil. Au contraire les myopes, autrement dit ceux qui ont la vue

trouvait alors à l'Académie de Leyde, de laquelle le profeſſeur Lulofs s'était servi dans le siècle précédent pour déterminer la longueur du pendule simple à Leyde et qu'il a décrite à la p. 438 du troisième volume des Mémoires de la Société Hollandaise des Sciences à Harlem; verge qui

qui pene idem eſt ac vetus Romanorum [1]); unciæ vero tres quintas habet diameter convexitatis corneæ ABC. Pupillæ M latitudo certam menſuram non habet; eſt enim, uti quivis experiendo explorare poteſt, major cum minor lux oculo affulget: *ſoloque* [2]) lucidæ rei aſpectu contrahitur, vel item cum ea quæ prope oculo admoventur intueri conamur. Inſigni autem artificio ita fabricata eſt ut, mutata magnitudine, ſemper ſibi conſtet rotunditas. Sed in hæc inquirere non eſt noſtri inſtituti, multoque minus quomodo quæ in fundo oculi pictura viſibilium formatur, inde ad cerebrum mentemque noſtram perferatur, cumque inverſa ſit rectas tamen res nobis videri faciat, utque oculis duobus, non tamen duplices. quæ et obſcuriora omnia arbitror, quam ut mortalium ulli perveſtigari queant.

[PROPOSITIO XXVII].

Senum et myopum oculis auxilium comparare lente vitrea.

Ex his [3]) quæ de conſtructione oculi ac videndi ratione explicuimus, facile *eſt porro colligere* [4]) quomodo affecti eſſe debeant oculi eorum qui tantum remota diſtincte cernunt, ut ſenes; vel qui tantum proxima, ut myopes. Cum enim radiorum e propinquo puncto venientium concurſus neceſſario longius abſit a ſumma oculi ſuperficie quam eorum qui a longe remoto adfluunt, non poterit et longinquæ rei et propinquæ in eodem oculo perfecta imago depingi, niſi ea facultate præditus ſit ut humoris cryſtallini vel figuram vel ſitum aliquatenus immutare poſſit, atque ita nunc ad has nunc ad illas res ſe accommodet. Quare quibus ad omnia æque oculi valent, ijs tales obtigiſſe certum eſt. Senibus vero *ac multis quoque citra ſenectutem* rigidiores ſunt, parumque intus mobiles, quibus proinde tantum qui à longinquo veniunt radij, aut certe à duorum vel trium pedum intervallo, accuratè in fundo oculi coguntur. At myopes ſeu luſcitioſi propinqua omnia,

---

fut trouvée égale à 3,767358 Mètres. Le pied en est la douzième partie, ou 0,3139465 M. L'auteur, van Swinden, adopte cette valeur „quoique" dit-il „ci-devant j'eusse déterminé, d'après les mesures de M. Lulofs lui-même, le Pied du Rhin de 0,3138216 M."

Nous ne savons pas de quelle manière les mesures mentionnées par Huygens ont été obtenues.

[1]) Les étalons qui se conservaient à Rome dans le temple de Juno Moneta n'ont pas été conservés. On en possède toutefois de nombreuses copies. Elles donnent pour le pied romain (pes monetalis) une valeur moyenne de 0,2957 M. (R. Lepsius, „Die Längenmaasse der Alten, Berlin 1884", p. 44).

[2]) La copie de Niquet et la leçon primitive donnent „solius".

[3]) „Intellectis", l. c.

[4]) „inde colligere eſt", l. c.

faible, voient clairement tous les objets rapprochés pourvu qu'ils ne ſoient pas à une diſtance ſupérieure aux deux tiers d'un pied et même moins, d'où il ſuit qu'ils peuvent peut-être accommoder un peu la forme de leurs yeux aux diſtances diverſes des objets viſibles, mais non pas juſqu'au point de réunir en un même point de la rétine des rayons incidents parallèles ou venant d'un objet ſitué à grande diſtance. Mais, à cauſe d'une trop grande convexité, ils réuniſſent ces rayons avant qu'ils n'aient atteint le fond de l'oeil. Et ce qui rend la vérité de ces propoſitions manifeſte, c'eſt préciſément le fait que le défaut, tant des uns que des autres, peut être corrigé en approchant de l'oeil des lentilles d'une certaine forme. Car une lentille concave diminue la trop grande convexité chez le myope, l'oeil du preſbyte au contraire eſt corrigé par une lentille convexe. Pour trouver la forme la plus efficace des lentilles pour les yeux de chaque homme, il faut d'abord examiner la conſtitution de ces yeux et la meſure de leur défaut. C'eſt ce qu'on peut faire de la façon ſuivante.

Si l'on veut porter ſecours à un vieillard, il faut éloigner lentement de ſes yeux un objet viſible quelconque, juſqu'au moment où il commence à l'apercevoir diſtinctement et ſans effort, et noter cette diſtance, parce qu'elle détermine avec certitude la conſtitution de ſa vue. Car ſi l'on a trouvé une longueur AB [Fig. 101] pour la dite diſtance et que celui auquel cette diſtance ſe rapporte et qui eſt placé en A, tâche de voir un point C plus rapproché; il arrivera bien que, lorſqu'il dirige le regard de ſes deux yeux vers C, un petit changement a lieu à l'intérieur d'eux par rapport à la diſpoſition qui leur ſervait à regarder au loin, mais néanmoins ils ne parviendront à voir diſtinctement que les objets ſitués à la diſtance AB. Il leur faut donc une lentille qui, placée devant l'oeil, change la direction des rayons qui viennent du point C de telle manière qu'ils ſemblent provenir du point B. Prenons donc un point O tel qu'on ait BC : CA = CA : CO. Alors la diſtance entière AO ſera le rayon de la ſurface d'une lentille en verre [5]) de forme ſymétrique qui ſatiſfait au problème. Et toute lentille de forme quelconque ayant AO pour diſtance focale y ſatisfera également.

En effet, comme on a, en vertu de la conſtruction, CO : CA = CA : CB, et que CO et CB ſont ſituées du même côté du point C, tandis que O eſt le foyer de la lentille ſituée en A, il s'enſuit de la propoſition XX [6]) que les rayons qui émanent du point C, ſont réfractés par la lentille en A de telle manière qu'ils ſemblent provenir du point B. C'eſt pourquoi, pour l'oeil dont nous parlons, chaque objet éloigné à une diſtance AC ſera clairement aperçu à l'aide de lentilles de ce genre.

D'autre part, s'il faut conſtruire pour un myope une lentille qui lui permette de bien discerner les objets éloignés, il ſuffit de chercher la plus grande diſtance à laquelle il voit diſtinctement un objet qu'on approche de lui; cette diſtance ſera préciſément la longueur du rayon de la ſurface ſphérique en forme de laquelle il

[1]) „unius", l. c.

dummodo non ultra certum terminum, puta pedis *duas tertias* [1]) aut etiam minus, receſſerint, diſtinctè conſpiciunt; unde *parumper forſan* [2]) formam oculorum *accommodare poſſunt diverſis viſibilium diſtantijs* [3]), ſed non eouſque ut radios parallelos, ſive a procul diſſita re venientes, in retina ad punctum colligant. Sed ob nimiam convexitatem ante eos colligant quam ad *oculi fundum* [4]) pervenerint. Et hæc quidem ita ſe habere *eo ipſo* manifeſtum eſt, quod vitium utrumque, admotis oculo certæ figuræ lentibus, emendari poteſt. Myopi enim nimiam convexitatem minuit lens cava, preſbytis vero convexa contraria ratione medetur. Quarum itaque lentium figura ut cujuſque oculis quam aptiſſima inveniatur, primùm conſtitutio eorum et defectus quantitas hoc modo exploranda eſt.

[Fig. 101.]

Si ſeni auxilium quæratur, viſibile aliquod paulatim ab oculis ejus removere oportet, quo ad primum diſtincte illud abſque incommodo ſuo cernat; atque eam diſtantiam ſignare, quia viſus conſtitutionem certo determinat. Si enim dicta diſtantia ſit inventa AB [Fig. 101], atque is ad quem pertinet poſitus in A, conetur videre punctum propinquum C; fiet, dirigendo oculum utrumque ad C, ut ſimul utrique intrinſecus quidem aliquantum mutentur ab ea diſpoſitione quam habebant ad longinqua conſpiciendum, ſed hoc tantummodo conſequentur ut diſtincte contueantur ea quæ ſunt ad diſtantiam AB. Itaque lente ejuſmodi opus eſt, quæ oculo admota radios ex C puncto venientes inflectat quaſi veniant ex B. Sit igitur ut BC ad CA ita CA ad CO. Eritque tota AO ſemidiameter ſuperficiei lentis vitreæ [5]) utrinque æqualiter convexæ, quæ propoſitum efficiet. Vel idem quoque efficiet lens quævis quæ focum ſeu punctum concurſus parallelorum habebit ad diſtantiam AO.

Quia enim, ex conſtructione, CO eſt ad CA ut CA ad CB; ſuntque CO et CB ad eandem partem puncti C; O vero punctum concurſus parallelorum lentis in A; ſequitur ex propoſ. [XX] [6]) radios a C puncto manantes, poſt refractionem in lente A, ita flecti ac ſi venirent ex B. Quare oculo illi quem diximus, cuncta intervallo AC remota, ejuſmodi lentium ope diſtincte percipientur.

Rurſus ſi myopi comparandum ſit conſpicillum quo longinqua perfecte diſcernat, quærenda eſt tantum diſtantia maxima, *ex qua* [7]) viſibile admotum videat

[2]) „non nihil quidem", l. c.

[3]) „immutare eos, ac diverſis diſtantijs aptare apparet", l. c.

[4]) „retinam", l. c.

[5]) C'est-à dire d'une lentille pour laquelle l'indice de réfraction est égale à $\frac{3}{2}$. Consultez à ce propos les dernières lignes de la prop. XVI, p. 89 du Tome présent.

[6]) Voir la p. 99 du Tome présent.

[7]) „ad quam", l. c.

faut conſtruire les deux ſurfaces concaves de la lentille en verre. Ou, ſi l'on déſire qu'elle ſoit concave d'un côté ſeulement et plane de l'autre, il faut que le rayon de la ſurface concave ſoit la moitié du rayon précédent. Car chacune de ces lentilles, placée devant ſon oeil, aura pour effet de réfracter les rayons incidents parallèles (car on eſtime parallèles les rayons qui viennent de points fort éloignés) de telle manière qu'ils ſemblent provenir du foyer de la lentille, dont la diſtance à l'oeil ſera préciſément celle à laquelle il voit diſtinctement, comme cela réſulte des propoſitions XV et XVII [1]).

Proposition XXVIII.

Trouver une lentille en verre qui permette de voir clairement aux perſonnes placées ſous l'eau.

Il eſt certain que ni les poiſſons tirés de l'eau ni les autres animaux ſubmergés dans l'eau ne peuvent voir diſtinctement quoi que ce ſoit [2]). Car quant aux yeux de ces derniers, vu que le liquide aqueux qui ſe trouve au-deſſous de la cornée poſſède environ le même indice de réfraction que l'eau, comme cela a été trouvé par expérience, il s'enſuit néceſſairement que, lorſqu'ils ſont ſubmergés, aucune réfraction des rayons incidents ne ſe produit à l'entrée de l'oeil. Le fait que le pouvoir réfringent de la cornée elle-même a une valeur différente, n'a aucune influence car puiſque ses deux ſurfaces ſont parallèles, et qu'elle ſe trouve entre deux milieux tranſparents de même pouvoir réfringent, elle tranſmettra tous les rayons ſans changement de direction appréciable. Par conſéquent, les rayons qui, lorſque l'oeil ſe trouvait hors de l'eau, étaient réfractés à la ſurface de la cornée et ſe dirigeaient de là en convergeant vers le liquide cryſtallin, atteindront maintenant ce dernier en ſuivant des routes parallèles; et le pouvoir réfringent du liquide cryſtallin ne ſera pas ſuffiſant pour les amener, comme d'habitude, à ſe réunir au fond de l'oeil, mais leur point de concours ſera ſitué plus loin: de là la viſion confuſe. D'autre part dans l'oeil des poiſſons il y aura hors de l'eau une forte réfraction à la ſurface extérieure ,réfraction qui ſous l'eau était nulle ou du moins beaucoup plus faible, et ainſi dans leurs yeux le concours des rayons aura lieu avant que ceux-ci n'aient atteint le fond. Il en réſulte qu'ils ne pourront rien voir ſi ce n'eſt confuſément. Mais pour corriger la viſion d'un homme ſous l'eau, il faut trouver une lentille qui, placée devant l'oeil, tranſmette les rayons au liquide cryſtallin en les faiſant converger autant que lorſqu'ils ont été réfractés à la ſurface extérieure de l'oeil chez ceux qui ſe trouvent en-dehors de l'eau. Ce problème eſt facile à réſoudre [4]), vu que nous ſavons que l'indice de réfraction du verre par rapport à l'eau a la valeur $\frac{9}{8}$ (en effet, cet indice eſt le pro-

[1]) Voir les pp. 83 et 89 et surtout le dernier alinéa de la p. 93 du Tome présent.

diſtinctè, atque ea ipſa erit longitudo ſemidiametri ſphæræ ſecundum quam ab utraque parte lentem vitream excavare oportet. Vel ſi ab altera tantum parte cava, ab altera plana deſideretur oportet ejus cavitatis ſemidiameter ſit prioris ſubdupla. Quævis enim harum lentium oculo admota efficiet ut radij incidentes paralleli (tales enim cenſentur a longinquis punctis venientes) inflectantur tanquam venirent a puncto diſperſus, cujus diſtantia ab oculo erit eadem, quæ illi diſtincte videndi menſura erat, ut apertum eſt ex propoſ. [XV et XVII] [1]).

Propositio [XXVIII].

Lentem vitream invenire qua ſub aquis poſiti diſtincte videant.

Certum eſt nec piſces ex aqua extractos, nec animalia cætera ſub aquam demerſa, diſtinctè quidquam cernere poſſe [2]). In horum namque oculis, quoniam humor aqueus, qui corneæ tunicæ ſubjacet, *fere* [3]) eandem aquæ refractionem habet, ſicut experientia compertum eſt, neceſſe eſt ſub aquam merſis nullam in primo oculi introitu fieri radiorum extrinſecus incidentium refractionem. nec refert quidem an corneæ ipſius refractio diverſa ſit, quia cum duabus ſuperficiebus conſtet parallelis, atque utrimque æqualis refractionis diaphano tangatur, radios omnes quaſi rectos tranſmittet. Radij itaque qui, oculo extra aquam poſito, ad corneæ ſuperficiem refracti, inde jam convergentes tendebant ad humorem cryſtallinum, ij nunc in eum paralleli deferentur; neque ſufficiet humoris crystallini refractio ad cogendos eos in fundo oculi, ſicut ſolet, ſed ulterius ſitum erit eorum concurſus punctum, unde videndi confuſio. Piſcibus autem, extra aquam, magna continget in exteriore oculo refractio, quæ ſub aquis vel nulla erat, vel certe multo minor. Atque ita in eorum oculis concurſus radiorum fiet antequam ad fundum pervenerint, unde nihil niſi confuſe conſpicere eos poſſe conſequitur. Cæterum hominis viſus ſub aqua ut emendetur, ejuſmodi lens invenienda eſt, quæ oculo admota radios æque convergentes ad humorem cryſtallinum tranſmittat, atque a ſuperficie oculi exteriore venire ſolent extra aquam agentibus. Quod quidem facile [4]) *eſt, cum refractionis vitri ſub aqua ſciamus eam eſſe proportionem*

---

[2]) Huygens, à une époque postérieure, a ajouté ici en marge: Videndum de amphibijs, crocodilo, Hippopotamo, ranis." De plus il a marqué sur une petite pièce séparée: „Urinatores sub aqua vident quidem, sed distincte videre nequeunt; at eo fere modo quo ſenex cum lentem valde cavam oculo apponit".

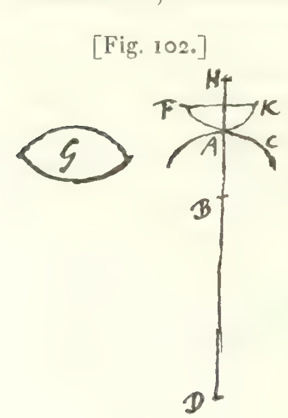
[3]) La copie de Niquet et la rédaction primitive donnent: „pene".

[4]) Au lieu du passage, en italique au côté latin, qui va suivre, la copie de Niquet et la rédaction primitive donnent: „erit cum refractionem vitri sub aqua jam cognoverimus, cujus proportio erat quæ 9 ad 8 [voir le dernier alinéa de la Prop. XXV, à la p. 129 du Tome

duit de l'indice du verre par rapport à l'air, qui a la valeur $\frac{3}{2}$, et de l'inverſe de l'indice de l'eau par rapport à l'air qui a la valeur $\frac{3}{4}$. Car cela s'accorde avec l'expérience [1]) et auſſi avec la théorie phyſique que nous avons expoſée dans le Traité de la Lumière [2]). Suivant cette théorie, le rapport de la viteſſe de la lumière dans l'eau à celle dans l'air étant pris égal à $\frac{3}{4}$, et celui de la viteſſe dans l'air à la viteſſe dans le verre à $\frac{3}{2}$, il faut conclure que la viteſſe dans l'eau eſt à celle dans le verre comme 9 eſt à 8), et que nous connaiſſons le rayon de courbure de la cornée à l'endroit où elle eſt tranſparente. En effet, c'eſt une partie d'une ſurface ſphérique dont le diamètre eſt égal à $\frac{3}{5}$ pouce de notre pied ou du vieux pied romain, comme nous l'avons indiqué dans la deſcription de l'oeil [3]).

Soit donc AC [Fig. 102] la ſurface convexe extérieure de l'oeil, et AB ſon rayon. Admettons que l'indice de réfraction du liquide aqueux eſt égal à celui de l'eau, c'eſt-à-dire $\frac{4}{3}$ [5]). Si nous prenons donc BD égale à trois fois le rayon AB, il eſt certain que les rayons parallèles, l'oeil étant hors de l'eau, ſont réfractés de telle manière à la ſurface AC qu'ils doivent ſe réunir après avoir parcouru la diſtance AD [7]). Mais lorſque l'oeil eſt ſubmergé, aucune réfraction ne ſe produit à la ſurface AC; il faut donc placer devant cette ſurface une lentille en verre qui par ſa réfraction ſous l'eau puiſſe réunir au point D les rayons parallèles à l'axe AB. Soit FAK cette lentille ayant une ſurface plane tandis que l'autre, qui doit être à fort petite diſtance de l'oeil, eſt convexe et a un rayon HA. Si donc par cette lentille les rayons incidents parallèles ſont réunis au point D, le rapport HD : DA ſera égal à l'indice de réfraction, comme cela réſulte de la prop. XIV [8]). Or cet indice, celui du verre placé dans l'eau, eſt égal à $\frac{9}{8}$. Par conſéquent HD : DA = 9 : 8, et, par partage, HA : AD = 1 : 8. Mais DA : AB = 4 : 1 ou = = 8 : 2. Donc, en combinant les deux proportions, HA : : AB = 1 : 2. Or, AB était de $\frac{3}{10}$ pouce. Par conſéquent HA eſt de $\frac{3}{20}$ pouce, et la forme de la lentille FAK eſt donc connue. Mais ſi, au lieu d'elle, nous en déſirons une autre G également convexe des deux côtés, il paraît que ſes deux ſurfaces auront la même convexité que la ſurface AC de la cornée; c'eſt-à-dire qu' elles feront partie d'une ſphère ayant un diamètre de $\frac{3}{5}$ pouce.

[Fig. 102.]



FIN DU PREMIER LIVRE.

présent], nec non corneæ tunicæ, qua diaphana est, convexitatem. Ejus enim convexitatis diameter ut prop. [XXVI, voir la p. 135] annotavimus erat $\frac{3}{5}$ unciæ pedis nostratis seu Romani veteris".

quæ 9 ad 8 (quæ nempe componitur ex proportione refractionis vitri in aere, quæ est 3 ad 2, et aquæ in aere inversa, quæ est 3 ad 4. Hoc enim cum experientiæ consentit [1]*, tum rationi physicæ, quam in libro de Luce* [2] *exposimus. Quandoquidem posita celeritate lucis in aqua ad celeritatem ejus in aere, sicut 3 ad 4; itemque celeritate in aere ad celeritatem in vitro, sicut 3 ad 2, sequitur celeritatem in aqua ad celeritatem in vitro esse ut 9 ad 8) cumque et corneæ tunicæ qua diaphana est, convexitatem cognitam habeamus. Est enim sphæricæ superficiei portio cujus diameter $\frac{3}{5}$ unciæ pedis nostratis seu Romani veteris, ut in oculi descriptione annotavimus* [3].

Sit *jam igitur* [4] AC [Fig. 102] exterius oculi convexum cujus semidiameter AB. et ponatur ratio refractionis humoris aquei eadem quæ est aquæ, id est, 4 ad 3 [5]. Igitur *sumpta* [6] BD triplâ semidiametri AB, certum est radios parallelos, oculo extra aquam posito, ita flecti ad superficiem AC ut cogantur ad distantiam AD [7]. Demerso autem oculo nulla ad AC fit refractio; quare opponenda ibi est lens vitrea quæ refractione sua sub aqua, radios parallelos axi AB colligat in puncto D. Sit ea lens FAK, superficie una plana, altera vero, quæ proxime oculo admoveatur, convexa semidiametro HA. Si igitur hac lente radij paralleli colliguntur ad punctum D, habebit HD ad DA proportionem refractionis, ut constat ex propos. [XIV] [8]. Est autem proportio hæc, refractionis nempe vitri sub aqua, quæ 9 ad 8. Itaque HD ad DA ut 9 ad 8. et dividendo HA ad AD ut 1 ad 8. Sed DA est ad AB ut 4 ad 1, sive ut 8 ad 2. Ergo, ex æquo HA ad AB ut 1 ad 2. Erat autem AB $\frac{3}{10}$ unciæ. Ergo HA $\frac{3}{20}$ unciæ, atque ita nota jam est forma lentis FAK. Quod si vero in locum ejus aliam desideremus uti G æqualiter utrinque convexam, apparet ejus superficies utrasque ejusdem fore convexitatis cujus est corneæ superficies AC. hoc est è sphæra cujus diameter habeat unciæ $\frac{3}{5}$.

[FINIS PRIMI LIBRI.]

---

[1]) Voir le début de la démonstration de la Prop. XXV, p. 125 du Tome présent.

[2]) Il s'agit du troisième Chapitre: „De la refraction", du „Traité de la lumiere," ouvrage qui ne parut qu'en 1690.

[3]) Voir la p. 135 du Tome présent.

[4]) „enim", l. c.

[5]) Consultez la p. 11 du Tome présent.

[6]) „posita", l. c.

[7]) Voir la Prop. VIII, p. 33 du Tome présent.

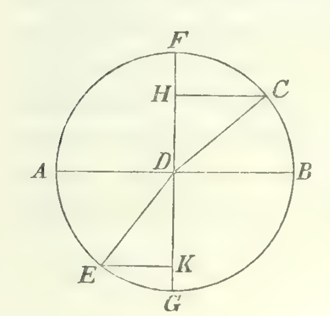
[8]) Voir la p. 81 du Tome présent.

APPENDICE I [1]

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

[1652.]

Quando ex aere in vitrum, aut lapides diaphanos radius lucis incidit, aut in aquam aliosve liquores transparentes, docuit experientia hoc modo refractionem fieri. Sit exempli gratia aquæ superficies plana AB, in quam cadat radius CD, in aere existens: Sit autem ducta per D punctum perpendicularis ad dictam superficiem, recta FDG, et centro D scribatur circulus CFE. Radius igitur CD, cum ad perpendicularem inclinetur angulo FDC, idem vitro feretur secundum rectam DE, ita ut minorem angulum cum eadem perpendiculari constituat EDG.



Sinus vero anguli FDC, qui est CH, ad sinum anguli EDG nempe EK, certam quandam proportionem servat: quæ in omni inclinatione eadem perpetuo invenitur [2]). Et in aqua quidem hæc proportio pro-

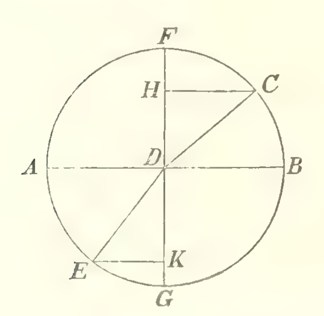
---

[1]) Cet Appendice contient le début du manuscrit de la Dioptrique, tel qu'il était vers 1666, lors que la copie de Niquet fut prise. Il constitue probablement la leçon primitive, précédée peut-être d'un mot au lecteur ou préface, comme nous l'avons remarqué dans la note 2, p. 2 du Tome présent.

Sur la copie de Niquet on peut consulter l'„Aperçu général" qui constitue le début de l'„Avertissement".

[2]) On peut conférer cette rédaction de la proposition fondamentale de la dioptrique avec la rédaction de la p. 5 du Tome présent.

xime eſt ſeſquitertia; ut nempe CH ſit partium quatuor qualium EK eſt trium. In vitro autem et cryſtallo circiter ſeſquialtera. Nec accurate ea definiri in univerſum poteſt, cum nec in vitro omni, nec in omni aqua, præciſe eadem ſit. Sed propoſita quævis materia pellucida quænam in eo ſit Refractionis proportio, ita enim deinceps eam vocabimus, inquirere licebit methodo aliqua earum quas paulo poſt adferemus [1]).



Rurſus vero cum ex vitro aut aqua, ſimilive corpore refractionem faciente, radius lucidus egreditur, contrario modo is inflectitur, ſed nihilo magis minuſve quam in ingreſſu; velut quia radij CD refractio intra aquam eſt ſecundum DE, hinc vice verſa ſi radius ED occurrat intrinſecus eidem aquæ ſuperficiei AB incedet refractus ſecundum DC.

Hæc autem ita ſe habere plurimorum experimentis et obſervationibus accuratiſſimis compertum eſt: Imo eorum quoque qui hanc refractionum legem necdum intelligebant. Ita enim a Keplero, cum angulus CDH eſt maximus omnium qui eſſe poſſunt, hoc eſt gr. 90° vel potius tantillo minor, invenitur angulus EDK, gr. 42, quod jam dictis planè conſonum eſt, quia nempe ut 3 ad 2, quam diximus eſſe proportionem refractionis vitri, ita eſt quam proxime ſinus gr. 90 hoc eſt 100000 ad ſinum gr. 42, hoc eſt, 66913. Quod vero angulo CDH, 30 gradibus minore exiſtente, definit angulum EDK duabus tertijs ipſius CDH aequalem, ne in hoc quidem male nobiſcum convenit, quando quidem in angulis qui 30 gradibus minores ſint, eadem proxime ſinuum inter ſe atque ipſorum angulorum ratio eſt [2]).

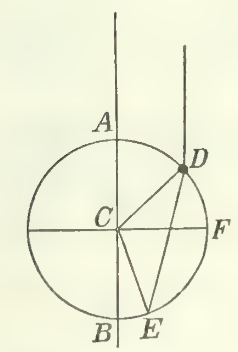
Porro ad rationem inquirendæ refractionum menſuræ seu proportionis, quod

---

[1]) Voir les p. 9—13 du Tome présent.

[2]) Il s'agit ici de la „Dioptrique" de Kepler, c'est-à-dire de l'ouvrage cité dans la note 5, p. 6 du Tome I. Dans cet ouvrage Kepler adopte, entre autres, les axiomes suivants: „VI. Axioma. Crystalli et vitri refractiones sunt proximè eædem"; „VII. Axioma. Crystalli refractiones usque ad tricesimum inclinationis, sunt ad sensum proportionales inclinationibus"; IIX. Axioma. Angulus refractionis in Crystallo est usque ad dictum terminum, quàm proximè tertia pars inclinationis in aëre; „IX. Axioma. Refractio Crystalli est circiter 48 gradus." Or, comme Alhazen (voir la note 2, p. 5 du Tome présent), Kepler entend par „angulus refractionis" l'angle entre le rayon réfracté et le prolongement du rayon incident. Le huitième axiome exprime donc, en effet, que l'angle EDK de la figure du texte est sensiblement égal au deux tiers de l'angle CDH, lorsque ce dernier angle ne surpasse pas 30°, et l'axiome suivant, que l'angle EDK est, au maximum, égal à 42°.

attinet, quoniam complures eam non una via tradiderunt ut Cartesius[3]), Keplerus[4]), alijque, sufficeret fortasse si ab ijs peti juberem; neque etiam difficile fuerit ijs qui præcedentia intellexerint, nova ad hoc artificia excogitare. Verum tamen quia minimo negotio, et satis accurate sequentibus modis investigari potest, operæ prætium erit hic eos adscribere. Ergo si liquida quavis materia data sit[5]).



[3]) Voir la note 5, p. 9 du Tome présent.

[4]) Kepler, dans sa Dioptrique, décrit deux méthodes pour déterminer les angles d'incidence et de réfraction. D'après la première (Problema IV, p. 1) il mesure la longueur de l'ombre d'une paroi verticale sur un plan horizontal avant et après qu'on a placé contre cette paroi, du côté de l'ombre, un parallélipipède de la matière transparente. Pour appliquer la seconde (Problema V, p. 2) un cylindre transparent est placé de manière que les rayons du soleil soient perpendiculaires à son axe. Alors, si AB représente la direction de ces rayons, D un petit objet intransparent, E son ombre, l'angle d'incidence est ACD et celui de réfraction est la différence entre les angles ACD et CDE. En rapprochant l'objet du point F on trouve de cette façon le plus grand angle de réfraction.

[5]) Voir la suite à la p. 9 et suivantes du Tome présent après la partie en italique.

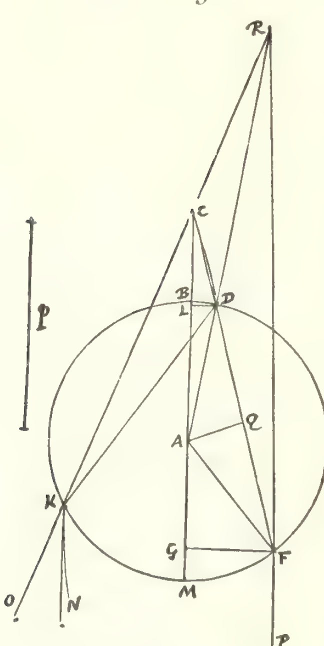
APPENDICE II[1]

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

[PROBLEMA UTILE AD INVESTIGANDAS REFRACTIONES.]

1652.

22 Dec. 1652.



Data proportione refractionis invenire angulum ſub quo Iris primaria ſpectari debeat, Et contra; Problema utile ad inveſtigandas refractiones[2]).

Sit ſphæra diaphana ſecta plano per centrum A, et maximus in ea circulus FBK, cujus diameter BM. Et ſit radius ſolis ipſi BM parallelus PF, qui primum refractus in F pergat ſecundum FD; deinde in D reflectatur verſus K, eruntque FD, DK propterea æquales; et rurſus in K refractus pergat ſecundum KO. Et ducatur KN parallela BM vel PF.

Conſtat igitur ex Carteſij de Iride tractatu [3]) radios eos qui primam iridem producunt eo modo ferri quo radius PF.

Conſtat etiam determinationem habere angulum NKO, ita ut certo angulo major fieri non poſſit ex quocunque radio ipſi PF parallelo originem ducat. atque is quidem angulus ſemidiametrum iridis maxi-

[1]) La pièce est empruntée aux p. 227—233 du manuscrit N°. 12, mentionné dans la note 1 à la page 7 du Tome XI.

[2]) Comparez les p. 11—13 du Tome présent.

[3]) Il s'agit du „Discours Huitiesme" des „Meteores", intitulé: „De l'arc-en-ciel" (T. VI, p. 325—344 de l'édition récente des Œuvres de Descartes par Adam et Tannery).

mam definit; Eſtque diverſus pro diverſa proportione refractionis quam habet materia ſphæræ diaphanæ. Si ex aqua conſtat angulus OKN cum maximus eſt æquat grad. 41. 30′ [4]) atque ea eſt ſemidiameter quoque iridis cæleſtis. At ſi vitrea eſt, idem angulus NKO eſt 21 gr. 52′ [5]) circiter.

Data igitur refractionis proportione inveſtigandum ſit quantus maximus eſſe poſſit angulus NKO.

Jungatur AD, et producatur donec occurret producto radio PF in R, et jungatur RK. Ea igitur erit in directum ipſi KO. Nam quia FD, DK æquales ſunt, eadem quantitate refringitur radius DK egrediendo denſum, atque PF ingrediendo. ideoque angulus DKO æqualis angulo DFP: ſed et angulus DKR angulo DFR aequalis eſt, quia triangula KDR, FDR habent angulos ad D et latera eos comprehendentia æqualia, ergo duobus ſimul angulis DFP et DFR hoc eſt duobus rectis æquales ſunt anguli DKO et DKR; ideoque RKO linea recta. Eſt autem angulus OKN æqualis angulo KRF quia KN parallela RF. eſtque angulus KRF duplus anguli ARF ſive DAB. Igitur et angulus OKN anguli DAB duplus. Ergo ut angulus OKN ſit maximus qui eſſe poſſit, oportet angulum BAD quoque maximum eſſe. Eſt autem data ratio lineæ FDC [6]) ad CA, nam hæc eadem eſt quæ ratio refractionis [7]), quia FD ponitur refractio radij PF ipſi AC paralleli, ſicut in dioptricis oſtendimus [8]). Igitur huc tota res redit ut quæratur punctum F in circumferentia MFB, ejuſmodi, ut ductâ FC quæ ad CA datam habeat rationem, abſcindatur arcus BD maximus qui hoc modo abſcindi poteſt. ducantur ad MB perpendiculares FG, DL. Ergo AL minimam oportet eſſe, quæ poſſit. Vocetur ſemidiam. AM, r; et proportio refractionis ſit quæ eſt lineæ p ad r, et AC ſit x.

Ergo quia ut r ad p ita eſt AC ad CF erit CF $\infty \frac{px}{r}$, et per 13 l. 1. Elem. [9]) erit

$$AG \infty \frac{\frac{ppxx}{rr} - xx - rr}{2x}.$$

---

[4]) Cette valeur correspond exactement avec celle donnée par Descartes; voir les pages 339 et 340 du T. VI de l'édition citée dans la note 3 de la page précédente. Elle y est empruntée à la table où Descartes fait connaître, en prenant 250 : 187 pour l'indice de réfraction de l'eau, dix-neuf valeurs de l'angle NKO, calculées pour autant de valeurs différentes du rapport de FG au rayon de la sphère, pour en choisir la plus grande comme valeur maximale de l'angle NKO.

[5]) Valeur déterminée par Huygens lui-même. Comparez la p. 11 du Tome présent vers la fin.

[6]) Le point C, dont il est question ici, est le point d'intersection des droites BM et FD. Ce n'est que par accident que dans la figure il se trouve si près de la droite KR.

[7]) On a en effet $\frac{FC}{CA} = \frac{\sin FAG}{\sin DFA} = \frac{\sin RFA}{\sin DFA}$.

[8]) Il s'agit de la „Prop. II", p 15 du Tome présent.

[9]) Lisez „12 l. 2. Elem." Il s'agit des „Elementa" d'Euclide; consultez pour le théorème en question la note 18, p. 29 du T. XII.

Fiat deinde ut

$$CF\left(\frac{px}{r}\right) \text{ ad } CM\ (x+r) \text{ ita } CB\ (x-r) \text{ ad } CD\left(\frac{rxx-rrr}{px}\right).$$

Ergo $FD \infty \frac{px}{r} - \frac{rxx - r^3}{px}$ [1]).

$$\text{Ad } AG \quad \frac{\frac{ppxx}{rr} - xx - rr}{2x}$$
$$\text{addatur } AC \quad x$$

$$CF\left(\frac{px}{r}\right) \text{ ad } CG\left(\frac{\frac{ppxx}{rr} + xx - rr}{2x}\right) \text{ ita } FD\left(\frac{px}{r} - \frac{rxx - r^3}{px}\right)$$

$$\text{ad } LG\ \frac{p^4x^4 - r^4x^4 + 2r^6xx - r^8}{2pprrx^3}$$

$$\text{fubt. fub eundem denom. reducta } AG\ \frac{p^4x^4 - pprrx^4 - p^2r^4x^2}{2pprrx^3}$$

$$AL\ \frac{pprrx^4 - r^4x^4 + ppr^4xx + 2r^6xx - r^8}{2pprrx^3}$$

$$\text{vel } AL\ ^{2)}\ \frac{(pp - rr)\,x^4 + (pprr + 2r^4)\,xx - r^6}{2ppx^3}$$

Ponatur jam $x + y \infty x$ et fubftituantur poteftates ejus in locum poteftatum x, ut rurfus habeatur AL, quæ cum præcedenti comparetur [3]).

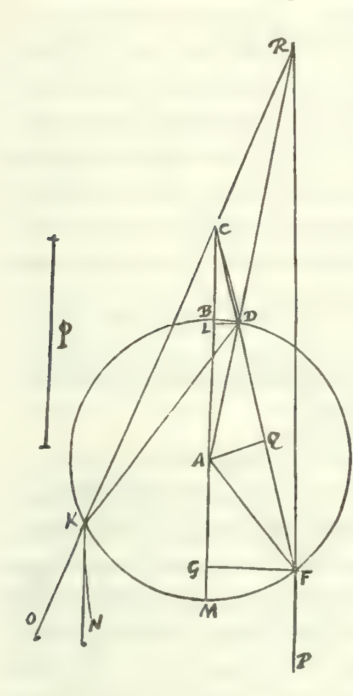
$$\text{fit } AL \ \frac{\left\{\begin{array}{l} ppx^4 + 4ppx^3y + 6ppxxyy + 4ppxy^3 + ppy^4 \\ - rrx^4 - 4rrx^3y - 6rrxxyy - 4rrxy^3 - rry^4 \\ + 2r^4xx + 4r^4xy + 2r^4yy \\ + pprrxx + 2pprrxy + pprryy \\ - r^6 \end{array}\right\}}{2ppx^3 + 6ppxxy + 6ppxyy + 2ppy^3} \infty \frac{\left\{\begin{array}{l} ppx^4 \\ - rrx^4 \\ + 2r^4xx \\ + pprrxx \\ - r^6 \end{array}\right\}}{2ppx^3}\ AL$$

1) Le manuscrit donne „$\frac{px}{r} - \frac{rxx + r^3}{px}$"; mais nous avons cru devoir remplacer ici et plus loin cette notation un peu embarassante par la notation moderne équivalente.

2) Huygens indique encore dans le texte une autre manière de calculer AL, comme il suit: „Oportebat dicere CF ad CG ut CD ad CL quam autem s[ubtracta] à CA ∞ x, fit LA."

3) Consultez sur la méthode dont Huygens se sert ici, pour calculer la valeur maximale de LD, le § 11, p. 19 du Tome XI.

Poſt alternas multiplicationes per denominatorem utrumque omnia dividenda per y; quo facto eæ quantitates quibus adhuc y aderit omnes delendæ ſunt, ſed quæ deleri debere conſtat non opus eſt ſcribere ut hic erunt omnia præterquam quibus ſimplex y inerit [4]).



Ergo $8p^4x^6y - 8pprrx^6y + 8ppr^4x^4y +$
$+ 4p^4rrx^4y \infty 6p^4x^6y - 6pprrx^6y +$
$+ 12ppr^4x^4y + 6p^4r^2x^4y - 6ppr^6xxy$

$ppx^4 - rrx^4 - 2r^4xx - pprrxx +$
$+ 3r^6 \infty 0$

dividitur per $xx - rr$ et fit $ppxx - rrxx - 3r^4 \infty$ ∞ o non tamen $xx \infty rr$ propoſito convenit ſed

$$xx \infty \frac{3r^4}{pp - rr}$$

Ergo $pp \infty \dfrac{3r^4 + rrxx}{xx}$; $p \infty \dfrac{r}{x}\sqrt{3rr + xx}$

Verùm ut q.AB (rr) ad pp hoc eſt $\dfrac{3r^4 + rrxx}{xx}$ ita eſt q.AC (xx) ad q.CF

Ergo q.CF ∞ $3rr + xx$.
Subtr. q.AC + q.AF $\Big\}$ $xx + rr$

reliq. $2rr \infty 2$ ▭ CAG [5]), div. per 2 CA ($2x$)

Ergo AG $\infty \dfrac{rr}{x}$. Ergo q.AG $\infty \dfrac{r^4}{xx}$. Sed $xx \infty \dfrac{3r^4}{pp - rr}$

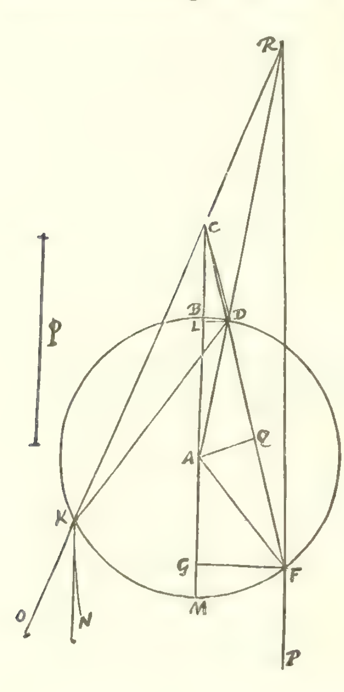
Ergo q.AG $\infty \dfrac{pp - rr}{3}$. Itaque cognitis p et r facile cognoſcitur AG, et hinc angulus NKO. Nam ex ſinu AG datur angulus AFG, cujus complementum angulus GAF. ergo datur et ſinus GF [6]). Habet autem GF ad AQ perpend. in FD proport. refractionis eandem ſcilicet quam FC ad CA quæ data eſt. Ergo hinc datur AQ ſinus anguli AFQ; cujus complementum angulus QAF. Hic autem bis ſump-

[4]) Comparez la note 11, p. 48 du Tome XI.

[5]) Huygens ajoute en marge „13. 1. Elem."; mais consultez la note 9 de la page 147.

[6]) Huygens ajoute encore en marge: „Vel ſubtrahendo q.AG à q.AF invenitur q.GF $\infty \dfrac{+rr - pp}{3}$".

tus, addito angulo FAG, conſtituit angulum GAD quo ablato ex duobis rectis reſtat angulus DAB, cujus duplus eſt NKO, ſub quo ſemidiameter iridis conſpicietur ut ſuperius dictum fuit [1]).



dato autem angulo NKO refractionis proportionem invenire solidum [2]) eſt. Dato enim angulo NKO datur quoque dimidium ejus nempe angulus DAB. Ergo data eſt AL, quæ vocetur a: et ſit AC ſicut prius $\infty\ x$. Inventum autem fuit quod cum angulus NKO maximus eſt, AG eſt $\frac{rr}{x}$, Et tota CG ∞ $\infty\ x + \frac{rr}{x}$. Sed hæc aliter quoque nunc exprimetur atque inde habebitur aequatio.

Sciendum itaque quod CD eſt ad CF ut ▭ FCD ad qu. FC. Eſt autem ▭ FCD ∞ ▭ MCB hoc eſt differentiæ quadratorum AC, AB ſive $xx - rr$; et antea inventum fuit qu. FC $\infty\ 3rr + xx$. Ergo CD ad CF ut $xx - rr$ ad $3rr + xx$ ſed ut CD ad CF ita CL ad CG; eſtque CL $\infty\ x - a$. Ergo erit CG $\infty\ \frac{x^3 + 3rrx - axx - 3rra}{xx - rr}$ æqualis $x + \frac{rr}{x}$ prius inventæ.

$$x^4 + 3rrxx - ax^3 - 3arrx \infty x^4 - r^4 \text{ æquatio dividi nequit.}$$

$$x^3 - \frac{3rrxx}{a} + 3rrx - \frac{r^4}{a} \infty 0$$

ad auferendum ſecundum terminum ponatur $z + \frac{rr}{a} \infty x$ [3])

Et invenitur

$$z^3 - \frac{3r^4}{aa}z - \frac{2r^6}{a^3} + \frac{2r^4}{a} \infty 0$$
$$+ 3rrz$$

vel $z^3 - \frac{3r^4}{aa}z \infty \frac{2r^6}{a^3} - \frac{2r^4}{a}$ unde per methodum Vietæ, Probl. 11
$+ 3rrz$

[1]) Le premier problème: celui de trouver le diamètre de l'arc-en-ciel étant connu l'indice de réfraction, est donc résolu, et Huygens va s'occuper du problème inverse.

[2]) C'est-à-dire, il s'agit d'un problème solide menant à une équation cubique ou biquadratique.

[3]) On peut comparer dans le Livre III de la Géométrie de Descartes le paragraphe „Comment on peut oster le second terme d'une Equation" (p. 449—450 du T. VI de l'édition d'Adam et Tannery).

de Numerosa Potest. Res. radix extrahetur [4]), redactis prius omnibus ad numeros. Sic igitur inventa quantitate z, addendum est $\frac{rr}{a}$ (quæ est secans anguli DAB) et habebitur x, unde porro p innotescet, nam inventum est superius $pp \infty \frac{3r^4 + rrxx}{xx}$. Ergo inventa erit proportio refractionis nam ea est ut p ad r.

Si $\frac{rr}{a}$ secans anguli DAB quae data est vocetur s. Erit

$$\text{Æquatio haec } z^3 \left.\begin{matrix} -3ss \\ +3rr \end{matrix}\right\} z \infty 2s^3 - 2rrs$$

Et rursus si $ss - rr$ vocetur tt, (est enim $ss - rr \infty$ qu°. tangentis anguli DAB)

$$\text{Erit Æquatio haec } z^3 - 3ttz \infty 2tts.$$

Itaque dato angulo sub quo semidiameter Iridis maxima spectatur, proportio refractionis invenietur per regulam sequentem:

Regula: *Inveniatur numerus qui ductus in quadratum suum multatum triplo quadrato tangentis dimidij anguli dati, fiat æqualis quadrato ejusdem tangentis, ducto in duplam secantem suam* (quod fiet per methodum à Vieta traditam Probl. XI de numerosa potestatum affect. Resolutione;) *atque is numerus dictæ secanti addatur. Habebit radix quadr. ducta ex quadrato ejus summæ et triplo quadrato radij ad ipsam summam proportionem eam quæ est Refractionis* [5]).

Exempli gratia proponatur invenienda proportio refractionis aquæ ex eo quod semidiameter Iridis cælestis maxima conspicitur sub angulo 41 gr. 30′.

Dimidium ejus anguli est 20. 45′ hujus tangens 37886. hujus quadratum 1435348996. triplum ejus 4306046988. secans autem 20. 45′ est 106936 cujus duplum 213872 ductum in quadratum tangentis 1435348996 facit 306980960472512.

Si igitur numerus inveniendus vocetur x erit aequatio ista;

$$x^3 - 4306046988\, x \infty 306980960472512.$$

unde invenitur per Vietæ regulam $x \infty 88269$ circiter.
add. secans 20. 45. 106936

sum. 195205

[4]) Voir à la page 198 de l'ouvrage cité dans la note 31, p. 10 du T. I le „Problema XI. E dato in numeris cubo adfecto multa solidi sub latere & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere". Viète y applique sa méthode successivement aux équations: 1 C[ubus] — 10 N[umerus] ∞ 13584 et 1 C — 116620 N ∞ 352947, trouvant pour les racines 24 et 343.

[5]) C'est-à-dire, $\sqrt{x^2 + 3r^2} : x = p : r$; proportion qu'on déduit facilement de la formule pour p qu'on trouve plus haut. La règle fut communiquée à van Gutschoven dans une lettre du 6 mars 1653 (p. 226 du T. I).

Summae hujus quadratum eſt 38104992025 } ad.
triplum qu. radij 30000000000 }

ſum. 68104992025 cujus radix 260969
195205 —— 100000 — 260969 [1])

1* [2])
183*
17598*
1346157*
720232̣65*
6576455005*
26096900000 } 133689 [3])
19520555555
195200000
1952222
19555
199
1

Ergo 133689 ad 100000 eſt proportio refractionis aquæ quæ proxime eſt

---

[1]) La proportion indiquée dans la note précédente est appliquée ici sous la forme $x(AC) : r = \sqrt{x^2 + 3r^2} : p$.

[2]) Dans le manuscrit tous les chiffres, qui participent à l'opération qui suit, sont biffés à l'exception de ceux que nous avons marqués d'un astérisque, et de ceux du quotient 133689.

[3]) Pour expliquer l'algorithme suivi par Huygens dans cette division du nombre 26096900000 par 195205, il sera utile de représenter ici quelques uns des états successifs du calcul en question, où partout les chiffres qui se trouvent à l'intérieur de la ligne brisée doivent être supposés avoir été biffés à mesure qu'ils furent employés,

		202	7202	7202
	65764	65764 5	65764 5	65764 5
26096900000 { 1	260969 00000 { 13	2609690 0000 { 13	2609690 0000 { 13	2609690 0000 { 133
195205	195205 5	1952055	1952055	1952055 5
	19520	19520	19520	19520 0
				1952

La première figure nous fait connaître le commencement du calcul. Dans la seconde le deuxième chiffre du quotient vient d'être obtenu par la division approximative du reste 6576400000 par le diviseur 195205. Dans la troisième l'opération avec ce deuxième chiffre est en marche. Le calculateur n'a plus qu'à multiplier le 9 du diviseur par 3, à y ajouter le 1 de 15 qu'il a retenu et à soustraire 8 de 65, ce qui lui donne le 7 qui manque encore au nouveau reste; ensuite il multipliera 1 par 3, y ajoutera le 2 de 28, qu'il a retenu, ce qui fera disparaître le 5 de 57 = 65—8 et amènera la quatrième figure.

Enfin la dernière figure nous représente le moment où le troisième chiffre a été obtenu par la division du nouveau reste 720250000 par le diviseur 195205.

eadem quam 250 ad 187 et paulo major quam 4 ad 3 ficut et Cartefius ipfam ex Iride invenit, fed ope tabulæ ad hoc conftructæ [4]).

Contra autem cum proportio refractionis data eft invenietur angulus fub quo femidiameter Iridis maxima spectari debeat per Regulam hujufmodi.

Regula. *Ut minor proportionis terminus ad majorem ita fit radius circuli qui eft in Canone ad alium numerum. Ejus numeri quadratum auferatur à quadruplo quadrato radij. Et e triente refidui eliciatur radix quadratica* [5]). *Porro ut major proportionis terminus ad minorem ita fit radix inventa ad alium numerum* [6]) *et quæratur cujus anguli fit finus hic numerus in canone. Nam fi ab anguli hujus duplo auferatur angulus cujus finus eft radix prædicta, reliquum bis fumptum dabit angulum femidiametri Iridis quæfitum* [7]).

Exempli gratia fit data proportio refractionis aquæ quæ eft 250 ad 187.

minor terminus — major terminus — radius
187 ——— 250 ——— 100000/133690 hujus numeri quadratum eft

178730161oo quod ablatum à quadruplo quadr. radij nempe 40000000000, relinquit 22126983900 cujus tertia pars eft 7375661300.

Hujus radix quadr.[a] eft 85881

250 ——— 187 ——— 85881/64238, qui numerus eft finus anguli 39.58′

	39.58′	
	2	
duplum	79.56′	auf.
angulus cujus fin. 85881.	59.11′	
resid.	20.45	
	2	
dupl.	41.30′	angulus

fub quo femidiam. Iridis maxima fpectatur [8]).

---

[4]) En réalité Descartes dans ses „Meteores", au lieu cité dans la note 4, p. 147 du Tome présent, ne prétend pas avoir mesuré exactement le diamètre de l'arc-en-ciel. Tout au contraire, au moyen de la table en question, il calcule ce diamètre en partant du rapport 187 à 250 de la réfraction „le plus iustement" comme il dit (voir la p. 337 du T. VI de l'édition d'Adam et Tannery) „que j'aye pû la mesurer."

[5]) Huygens ajoute ici en marge „Hinc apparet proportionem refractionis non majorem dupla esse debere, ut Iris conspici possit." Consultez la note 6, p. 149 du Tome présent. Le nombre calculé jusqu' ici représente la ligne FG de la figure.

[6]) Ce nombre représentera la ligne AQ.

[7]) En effet, 2 ∠QFA — ∠FAG = ∠DAC = ∠FRA = $\frac{1}{2}$ ∠NKO. Cette règle, de même que la précédente, fut communiquée à van Gutschoven dans la lettre mentionnée dans la note 5, p. 151.

[8]) On rencontrera plus loin dans l'Appendice VIII, p. 163, des calculs qui se rapportent à l'arc-en-ciel secondaire.

APPENDICE III[1]

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

1658.

3 Maj. 1658. 5 pomerid.

Angulus exploratus ſemidiametri primæ iridis in ſphæra cryſtallina, fuit in primà obſervatione 18.55′
in 2da. 18.20′
in 3a. 18.10′
in 4a. 18.32′

unde vero proximum puto 18.22 [2]) circiter.

paulo adhuc minores anguli. quia aliquid perdimus de altitudine ſolis dum illa poſterior obſervatur. 6′ vel 7′. ſit ergo 18.16.

At in vitro veneto erat 22.0′. Ergo diverſa aliquantum refractio cryſtalli reperitur ac vitri.

---

[1]) La pièce est empruntée à la p. 18 du Manuscrit A. Comparez sur la méthode employée les pp. 11 et 13 du Tome présent et l'„Appendice II”, qui précède.

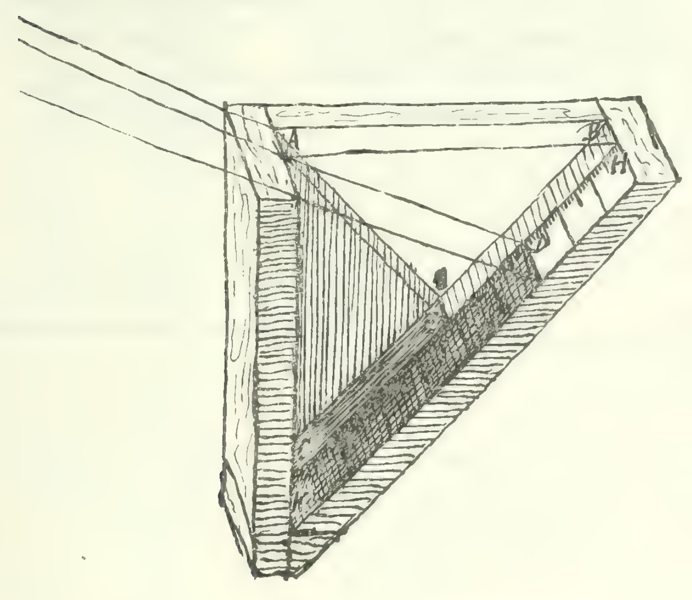
[2]) Huygens écrivit primitivement 18.21, ce qui est la moyenne des deux dernières observations; après il changea le 1 en un 2.

APPENDICE IV [1])

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

[1664.]

Ad metiendos refractionum angulos omnes uno triangulo vitreo rectangulo.



AB eſt latus ſuperius trianguli vitrei, ligno incluſi, lateri maximo BC charta alba glutine affigenda. Angulus ad A rectus accurate formandus. Latus AB diverſimode ad ſolem inclinatur. AD eſt radius rectus AE radius refractus.

Charta HK diviſiones habet graduum.

[1]) La pièce se trouve à la p. 158 du Manuscrit B. D'après le lieu qu'elle occupe elle doit dater de 1663 ou 1664.

APPENDICE V[1]

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

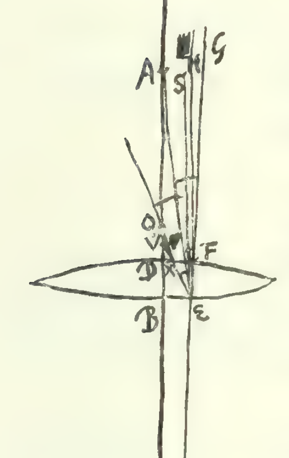
1664.

d. ven[eris]. 19 Sept. 1664.

Vase vitreo aqua pleno, investigavi proportionem refractionis aquæ quæ fuit ea quæ lineæ AB ad BC. Ex fossa hausta erat. Eâdem sale saturatâ pauxillo major inventa est refractionis proportio, nempe quæ AD ad DC. Est autem ratio AB ad BC paulo major quam 4 ad 3, hoc est quam AE ad EC.



[1]) La pièce est empruntée à la p. 160 du Manuscrit B.



APPENDICE VI [1]

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

[1666.]

DB est lens convexa. A centrum superficici BE. C centrum superf. DF.
quæritur punctum in axe AC ad quod coguntur radij paralleli dicto axi ut HF, post duas refractiones et unam reflectionem.

Sit DK tripla DC. Ergo primum radius HF fractus in F tendat ad K [2]). Sed reflectitur in E, ea lege ut, ducto AE radio, fiant anguli æquales FEA, AEO.

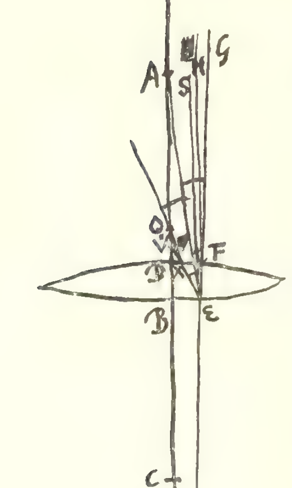
Sit KEF producta in G. et sit SE parall. AB. Ang. EAB ad ang. EKB (quia minimi intelliguntur) ut BK ad BA, sive ut DK [3]) ad BA.

[1]) La pièce est empruntée aux p. 121 recto et verso du Manuscrit C. D'après le lieu qu'elle occupe elle doit dater de la fin de l'année 1666 ou du commencement de l'année suivante. Huygens y calcule la distance à la lentille du point de concours, après deux réfractions et une réflexion, des rayons parallèles à l'axe tombant sur une lentille biconvexe; ensuite il déduit des résultats obtenus une méthode expérimentale pour déterminer les rayons de courbure des deux surfaces d'une lentille biconvexe à l'aide des points de concours mentionnés, tels qu'on les obtient en exposant la lentille à des rayons parallèles vers lesquels on tourne alternativement ses deux côtés.

[2]) C'est-à-dire en prenant $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction du verre; comparez la „Prop. VIII", p. 33 du Tome présent,

[3]) En négligeant l'épaisseur de la lentille.

Ang. AES æqu. angulo EAB. Et ang. SEG æq. ang°. EKB. Ergo ang. AES ad angulum SEG ut DK ad BA. Hoc eſt ut tripla DC ad BA. et angulus AEG ad ang. AES ut 3 DC + BA ad 3 DC. Sed ang. AEO æqu. ang°. AEG. et ang. EAO æqu. ang°. AES. Ergo ang. AEO ad ang. EAO ut 3 DC + BA ad 3 DC.



Ergo AO ad OE (OB) ut 3 DC + BA ad 3 DC.

Ergo AB ad BO ut 6 DC + BA ad 3 DC. neglecta autem lentis craſſitudine eadem eſt BO ac DO.

Fit porro alia refractio in X, atque inde radius tendit ſecundum rectam XV, concurrens cum axe in V. Quod punctum invenitur faciendo ut OK ad OC ita OD ad OV [4]). Et auferendo OV ab OD relinquitur DV diſtantia à lente quæſita puncti concurſus parallelorum reflexorum.

Sit AB ∞ a; CD ∞ b. Ergo DK ∞ $3b$.

$6b+a$ ad $3b$ ut a (AB) ad $\frac{3ab}{6b+a}$ BO [5]) vel DO } a[dde].
$3b$ 3DC

$\frac{18bb+6ab}{6b+a}$ OK

OK $\left(\frac{18bb+6ab}{6b+a}\right)$ ad OC $\left(\frac{6bb+4ab}{6b+a}\right)$ ut OD $\left(\frac{3ab}{6b+a}\right)$ ad OV $\left(\frac{3abb+2aab}{18bb+9ab+aa}\right)$ [6])

VD $\frac{6abb+aab}{18bb+9ab+aa}$ [7]) divid. per $6b+a$ VD $\frac{ab}{3b+a}$

Si a ∞ b fit VD ∞ $\frac{1}{4}a$.
Si a infinite magna fit VD ∞ b.
Si b infinite magna fit VD ∞ $\frac{1}{3}a$.

fit $\frac{ba}{3a+b}$ diſtantia concurſus cum radij in ſuperficiem BE primum incidunt, deſcripta ex VD mutatis invicem a in b.

---

4) D'après la „Prop XII", p. 41 du Tome présent.

5) Il s'agit de la proportion (6 DC + BA) : 3DC = AB : BO, démontrée plus haut.

6) Nous supprimons quelques calculs.

7) Puisqu'on a VD = OD — OV = $\frac{3ab}{6b+a} - \frac{3abb+2aab}{(6b+a)(3b+a)}$.

Cum fit $\frac{ab}{3b+a}$ ad $\frac{ab}{3a+b}$ ut $3a+b$ ad $3b+a$, apparet fi a major quam b, etiam $\frac{ab}{3b+a}$ majorem fore quam $\frac{ab}{3a+b}$, hoc eft, concurfum tum longius diftare cum convexior fuperficies foli obvertitur.

Si lens planoconvexa fit, et convexa fuperficies radijs exponatur, fit diftantia concurfus æqualis radio convexi. Sed fi plana radios primum excipiat fit eadem diftantia concurfus æqualis $\frac{1}{3}$ radij convexitatis.

$$\text{Imo VD} \infty \frac{ab}{3b+a} \infty p\ ^{8)};\ a \infty \frac{3bp}{b-p}$$

eadem ratio invenietur neceffario $b \infty \frac{3aq}{a-q}$

$$a \infty \frac{9apq}{3aq-ap+pq}\ ^{9)};\ 3aq-ap+pq \infty 9pq;\ a \infty \frac{8pq}{3q-p}$$

$$b \infty \frac{8pq}{3p-q}\ ^{10)}$$

Ergo a ad b ut $3p-q$ ad $3q-p$. bon

ad cognoscendas convexitates lentis datæ per reflexionem.

---

8) À partir d'ici il s'agit de trouver les expressions pour les rayons de courbure a et b, qu'on obtient en supposant connues les distances p et q du point de concours V à la lentille dans le cas de la figure et dans celui où la lentille se trouve dans la position inverse.

9) Cette expression est obtenue en substituant $b = \frac{3aq}{a-q}$ dans $a = \frac{3bp}{b-p}$.

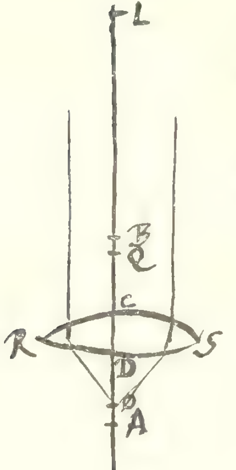
10) L'expresssion a été déduite par Huygens en partant de l'équation: $b = \frac{3aq}{a-q}$, d'où il suit $a = \frac{bq}{b-3q}$; ensuite cette valeur de a est égalisée à $\frac{8pq}{3q-p}$, ce qui permet enfin de calculer la valeur de b. Nous avons supprimé ces calculs.

APPENDICE VII [1])

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

1667.

febr. 1667.



Data lentis utraque convexitate et craffitudine et foci diftantia à lentis fuperficie, invenire proportionem refractionis.

Sit lens RS, cujus craffitudo CD, radius convexi RCS radijs parallelis obverfi fit AC, convexi alterius RDS fit radius BD deturque foci diftantia DO. Vocetur AC. a; BD. b; CD. c; DO. e; CE. x. Ponendo CE ad EA habere rationem quæ eft refractionis. Et ut AC (a) ad CE (x) ita fit BD (b) ad DL $\left(\frac{bx}{a}\right)$ [2]).

Jam per propof. [XVI] dioptricorum erit ut EL $\left(x+\frac{bx}{a}-c\right)$ ad LB $\left(\frac{bx}{a}-b\right)$ ita ED $(x--c)$ ad DO [3])

---

[1]) La pièce est empruntée aux pp. 141 et 143 du Manuscrit C.

[2]) De cette manière on a DL : LB = CE : AE; c'est-à-dire les deux rapports DL : LB et CE : AE sont égaux à l'indice de réfraction et les points E et L correspondent aux points homonymes de la figure 47 de la p. 87 du Tome présent.

[3]) Voir la p. 87, citée dans la note précédente; on y trouve la proportion EL : ED = EB : EN, où le point N est identique avec le point O de notre figure et d'où l'on déduit facilement la proportion EL : LB = ED : DO du texte.

$$[ED]\ x-c$$

$$[LB]\ \frac{bx}{a}-b$$

$$\frac{\frac{bxx}{a}-\frac{bcx}{a}-bx+bc}{x+\frac{bx}{a}-c}\ \text{DO} \infty\ e$$

$$bxx-bcx-abx+abc \infty aex+bex-ace$$

$$xx \infty +cx -ac$$
$$+ax -\frac{aec}{b}$$
$$+ex$$
$$+\frac{aex}{b}$$

fit ut BD (b) ad AC (a) ita DO (e) ad CQ $\frac{ae}{b}$

fit $\frac{ac}{b}+c+a+e \infty p$

$$xx \infty px-ac$$
$$-\frac{aec}{b}$$

$$x \infty \tfrac{1}{2}p+\sqrt{\tfrac{1}{4}pp-ac-\frac{aec}{b}}$$ [4]

Cognita x, nofcetur et proportio x ad $x-a$, hoc eft, CE ad EA, quæ eft proportio refractionis.

---

[4]) La racine inférieure ne peut pas servir. En effet, cela exigerait

$$\tfrac{1}{2}p-\sqrt{\tfrac{1}{4}pp-ac-\frac{aec}{b}}>a,$$

c'est-à-dire:

$$\tfrac{1}{4}pp-ac-\frac{aec}{b}<(\tfrac{1}{2}p-a)^2,$$

d'où l'on déduit facilement:

$$e(a+b)<ec.$$

Ainsi l'épaisseur c de la lentille devrait dépasser la somme des rayons de courbure de ses surfaces, ou le point O devrait se trouver, dans la figure, au-dessus du point D.

Regula. Ut radius convexi interioris ad rad. convexi exterioris ita ſit foci diſtantia data ad aliam P [5]) ad quam addatur dicta foci diſt.a atque item rad. convexi exterioris et lentis craſſitudo data. Summæ [6]) hujus capiatur dimidium a cujus quadr.° auferatur quod fit à P + radio convexi exterioris ductis in lentis craſſitudinem [7]). reſidui radix qu. addatur ad dictum ſummæ dimidium. habebitur terminus major proportionis refractionis à quo ſi auferatur rad. convexi exterioris orietur terminus minor.

---

[5]) On a donc $P = \frac{ae}{b} = CQ$.

[6]) Cette somme égale $\frac{ae}{b} + e + a + c = p$.

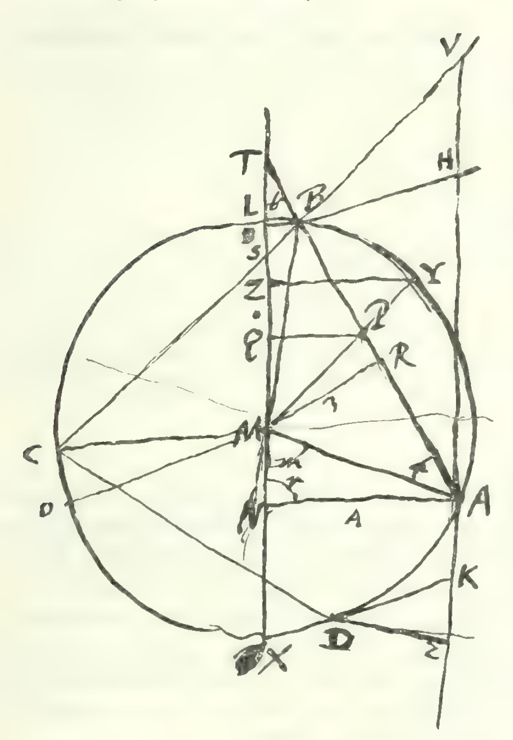
[7]) C'est-à-dire le rectangle $\left(\frac{ae}{b} + a\right)c$.

APPENDICE VIII [1])

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

1667.

Pariſijs. 9 Mart. 1667.



E x d a t a p r o p o r t i o n e r e f r a c t i o n i s i n v e n i r e a n g u l u m i r i d i s ſ e c u n d a r i æ [2]).

Sit [3]) ang. CBH ∞ BAE. ſit VBH ∞ ∞ BAH; ſed VBH + HBA + ABC ∞ ∞ 2 rectis et BAH + HBA + BHA ∞ ∞ 2 rectis. Ergo BHA ∞ ABC.

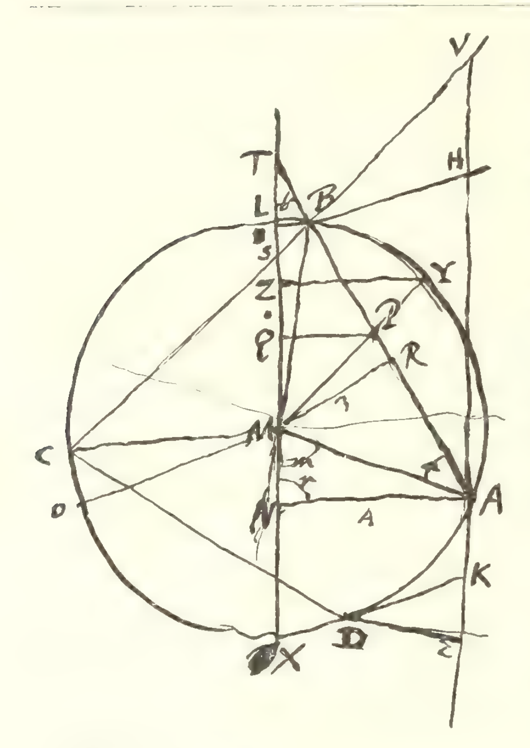
Sit DK parall. BH, itemque MO. Jam ang. DKE ∞ BHA ſive ABC. KDE vero ∞ 2 CMO vel 2 BML ex noſtris

---

[1]) La pièce a été empruntée aux p. 148 –151 du Manuscrit C.

[2]) Le même problème fut traité par Descartes au lieu cité dans la note 3, p. 146 du Tome présent. Consultez sur sa méthode la note 4, p. 147. La table, dont il est question dans cette note, contient de même les valeurs de l'angle DEA de notre figure, et Descartes trouve de cette manière 51° 54′ pour sa valeur minimum dans le cas de l'eau.

[3]) Huygens annota en marge „hæc melius folio sequenti”. Voir, à ce propos, l'„Appendice IX”, p. 169 du Tome présent, qui donne une autre leçon de beaucoup simplifiée du début de la pièce présente jusqu' au commencement des calculs.



de Iride[4]). ablatis autem DKE et KDE à 2 rectis fit DEK quem oportet minimum esse. Ergo summam angulorum DKE et KDE maximam esse oportet.

Ergo et summam ipsorum semissium, hoc est angulorum SBM, SMB[5]), maximam esse oportet, hoc est angulum LSB sive AVB.

Sit angulo MBC vel MBP æqualis BMP[6]). Oportet ergo totum angulum SMP esse maximum, unde producta MP ad circumferentiam in Y, oportet YZ esse maximam, aut MZ minimam. Optime quæritur MZ.

MA ∞ a; MT ∞ x; a ad b ratio refr.
b ad a ut MT (x) ad TA $\left(\frac{ax}{b}\right)$[7])

AT $\left(\frac{ax}{b}\right)$ ad TX $(x+a)$ ut TL $(x-a)$ ad TB $\left(\frac{bxx-aab}{ax}\right)$

TA $\left(\frac{ax}{b}\right)$ s[ubtr.]

$$AB \infty \frac{ax}{b} - \frac{bxx-baa}{ax} \text{ sive } \frac{aaxx-bbxx+bbaa}{abx}$$

[4]) Il s'agit de l'„Appendice II", p. 146 du Tome présent. En effet, puisque l'angle CBH est égal à l'angle BAE, HB représentera le rayon incident dont BC est le rayon réfracté. On peut donc identifier HB avec le rayon PF de la figure de la p. 146 et DE avec le rayon KO de cette même figure; mais alors la relation ∠OKN = 2 ∠DAB, démontrée à la p. 147, se réduit à celle du texte, c'est-à-dire, à ∠EDK = 2 ∠CMO. Quant à la relation ∠EDK = 2 ∠BML, pour la déduire il faut observer que EDK est l'angle qu'un rayon comme HB ou EA fait avec le rayon qu'il engendre après deux réfractions et une réflexion. En identifiant ensuite EA avec le rayon PF de la figure de la p. 146, on voit que la relation mentionnée, ∠OKN = 2 ∠DAB, amène cette fois ∠EDK = 2 ∠BML.

[5]) On a DKE = BHA = ABC = 2 SBM et KDE = 2 BML = 2 SMB.

[6]) De cette manière ΔMBP devient isocèle et MP parallèle à CB.

[7]) Comparez la Prop. II de la p. 15 du Tome présent.

AB $\left(\frac{aaxx - bbxx + bbaa}{abx}\right)$ ad BM (a) ut BM (a) ad

$$\left.\begin{array}{l} \text{BP } \dfrac{a^3bx}{aaxx - bbxx + bbaa} \\ \text{BT } \dfrac{bxx - aab}{ax} \end{array}\right| \begin{array}{l}\text{five PM} \\ \text{a[dde].}\end{array}$$

$$q \infty \text{TP } \frac{aabx^4 - b^3x^4 + 2aab^3xx - b^3a^4}{a^3x^3 - abbx^3 + a^3bbx}$$

$$\text{a [dde]} \left\{ \begin{array}{ll} \text{MN} & \dfrac{\dfrac{aaxx}{bb} - aa - xx}{2x} \ ^{8)} \\ \text{TM} & x \end{array}\right.$$

TA $\left(\frac{ax}{b}\right)$ ad TN $\left(\frac{\frac{aaxx}{bb} - aa + xx}{2x}\right)$ ut TP (q) ad

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{aaxx - aabb + bbxx}{2abxx} \text{ in } q & \text{TQ} \\ \text{ex } x & \text{TM} \end{array}\right| \text{f[ubtr.]}$$

$$\frac{2abx^3 - (aaxx - aabb + bbxx) \text{ in } q}{2abxx} \quad \text{QM}$$

$$\begin{array}{l} aabx^4 \ ^{9)} - b^3x^4 + 2aab^3xx - b^3a^4 \\ - aaxx - bbxx + aabb \\ \hline - a^4bx^6 + aab^3x^6 - 2a^4b^3x^4 + a^6b^3xx \\ - aab^3x^6 + b^5x^6 - 2aab^5x^4 + a^4b^5xx \\ + a^4b^3x^4 - aab^5x^4 + 2a^4b^5xx - a^6b^5 \\ \hline - a^4bx^6 - a^4b^3x^4 - 3aab^5x^4 + a^6b^3xx \\ + b^5x^6 + 3a^4b^5xx - a^6b^5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2abx^3 \ ^{9)} \\ a^3x^3 - abbx^3 + a^3bbx \\ \hline 2a^4bx^6 - 2aab^3x^6 + 2a^4b^3x^4 \end{array}$$

[8]) MN est calculé à l'aide du $\triangle$AMT dont les trois côtés sont connus.

[9]) Il s'agit ici du calcul du numérateur de l'expression pour QM, après substitution de la valeur de q.

$$\begin{matrix} a^4bx^6 - 2aab^3x^6 + a^4b^3x^4 - 3aab^5x^4 + a^6b^3xx - a^6b^5 \\ + b^5x^6 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + 3a^4b^5xx \end{matrix} \quad \text{per } b.$$ [10])

$$\text{PM}\left(\frac{a^3bx}{aaxx - bbxx - aabb}\right) \text{ ad MQ}$$

$$\left(\frac{a^4x^6 + b^4x^6 - 2aabbx^6 + a^4bbx^4 - 3aab^4x^4 + a^6bbxx + 3a^4b^4xx - a^6b^4}{2axx.\ ax.\ (aaxx - bbxx + aabb)}\right) \text{ ut YM } (a) \text{ ad MZ } (d)$$

$$\frac{\begin{matrix} a^4x^6 + a^4bbx^4 + a^6bbxx - a^6b^4 \\ b^4x^6 - 3aab^4x^4 + 3a^4b^4xx \\ -2aabbx^6 \end{matrix}}{2a^4bx^4} \propto d$$ [11])

$$\begin{matrix} 2a^4x^6 - 2a^6bbxx + 4a^6b^4 \propto 0 \\ +2b^4x^6 - 6a^4b^4xx \\ -4aabbx^6 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} +a^4x^6 - a^6bbxx + 2a^6b^4 \propto 0 \\ +b^4x^6 - 3a^4b^4xx \\ -2aabbx^6 \end{matrix}$$ bon. [12])

[10]) L'expression trouvée pour le numérateur $2abx^3(a^3x^3 - abbx^3 + a^3bbx) + (aabx^4 - b^3x^4 + 2aab^3xx - b^3a^4)(-aaxx - bbxx + aabb)$ est divisée par b puisque ce facteur apparaît dans le dénominateur $2abxx(a^3x^3 - abbx^3 + a^3bbx)$.

[11]) Voici donc la grandeur qui doit être rendue maximum; pour en trouver la condition Huygens applique la règle exposée en 1659 par Hudde à la p. 511 de l'ouvrage cité dans la note 5, p. 360 du Tome II.

[12]) Plus tard Huygens ajouta: „potest dividi. vid. lib." En effet, l'équation dont il s'agit peut s'écrire

$$[(a^2 - b^2)x^2 - 2a^2b^2][(a + b)x^2 - ba^2][(a - b)x^2 + ba^2] = 0.$$

Or, des trois valeurs pour x^2 auxquelles cette équation conduit, la première $x^2 = 2a^2b^2 : (a^2 - b^2)$, est la seule qui puisse servir. Elle amène

$$\text{MN} = \frac{\text{TA}^2 - \text{TM}^2 - \text{MA}^2}{2\text{MT}} = \frac{(a^2 - b^2)x^2 - a^2b^2}{2b^2x} = \frac{a\sqrt{a^2 - b^2}}{2b\sqrt{2}}$$

c'est-à-dire, si i représente l'angle d'incidence XMA, et n l'indice de réfraction:

Data proportione refractionis invenire angulum quo comprehendatur diameter Iridis secundariæ.

Sit data proportio refractionis quæ numeri a ad b. majoris ad minorem. Inveniatur valor xx in æquatione hac [13] $x^6 \infty \frac{a^6bbxx + 3a^4b^4xx - 2a^6b^4}{a^4 - 2aabb + b^4}$ postquam in

---

$$\cos i = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{8}};$$

ce qui est conforme à la formule générale:

$$\cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{(k+1)^2 - 1}}$$

pour l'angle d'incidence qui appartient au $k^{\text{ième}}$ arc-en-ciel (voir p. e. J. M. Perntner, Meteorologische Optik, Wien, Braumüller, 1906, p. 498—502).

Quant aux racines $x^2 = ba^2 : (a+b)$ et $x^2 = -ba^2 : (a-b)$ qui, en posant $a = n$, $b = 1$, conduisent aux valeurs:

$$\cos i = \tfrac{1}{2}(n-2)\sqrt{n+1} \text{ et } \cos i = -\tfrac{1}{2}(n+2)\sqrt{1-n},$$

elles s'expliquent par le fait que Huygens n'a pas déterminé directement la valeur minimum de l'angle DEA $= 180° - 6r + 2i$ (où r est l'angle de réfraction MAB); mais celle du segment MZ $= a \cos$ LMY $= a \cos(3r - i)$.

De cette manière il introduit nécessairement dans sa solution les valeurs de i qui satisfont à la relation $\sin(3r - i) = 0$; dont on déduit $3r = i$ ou $3r = \pi + i$, ou bien

$$\sin 3r = \pm \sin i = \pm n \sin r,$$

d'où il résulte successivement: $\sin^2 r = \frac{1}{4}(3 \mp n)$; $\sin^2 i = \frac{1}{4} n^2 (3 \mp n)$; $\cos^2 i = \frac{1}{4}(4 - 3n^2 \pm n^3) = \frac{1}{4}(n \mp 2)^2 (1 \pm n)$; conforme aux valeurs fausses indiquées quelques lignes plus haut.

Ajoutons que l'endroit cité par Huygens, où il expose la réductibilité de l'équation en x se trouve dans le Manuscrit G, à la page 25, sous la suscription: „æquatio ad secundam Iridem seu Exteriorem inveniendam ex refractionis proportione data, quæ est inventa in libro C. Hanc ibi non videram quomodo posset dividi." Il y commence par réduire cette équation a la forme $y^3 - aay - 3bby + 2aab - 2b^3 = 0$ à l'aide de la substitution $xx = baay : (aa - bb)$; ensuite il divise par $y - 2b$; ce qui amène $yy + 2by + bb - aa = (y + b + a)(y + b - a) = 0$. Rejetant enfin la solution $y = -b - a$, sans doute parce qu'elle conduit à une valeur imaginaire pour x, il conclut: „Ergo $y \infty 2b$ vel $y \infty a - b$. Si $y \infty 2b$ fit $xx \infty \frac{2bbaa}{aa - bb}$; si $y \infty a - b$ fit $xx \infty \frac{aab}{a+b}$."

D'après le lieu où elle se trouve cette annotation doit dater de 1688 ou de 1689.

[13]) Comme nous l'avons montré dans la note précédente, Huygens, s'il avait réussi à écarter les racines inefficaces de cette équation, aurait pu la simplifier à la forme: $xx = \frac{2a^2b^2}{a^2 - b^2}$ et trouver ensuite MN $= \frac{a\sqrt{a^2 - b^2}}{2b\sqrt{2}}$.

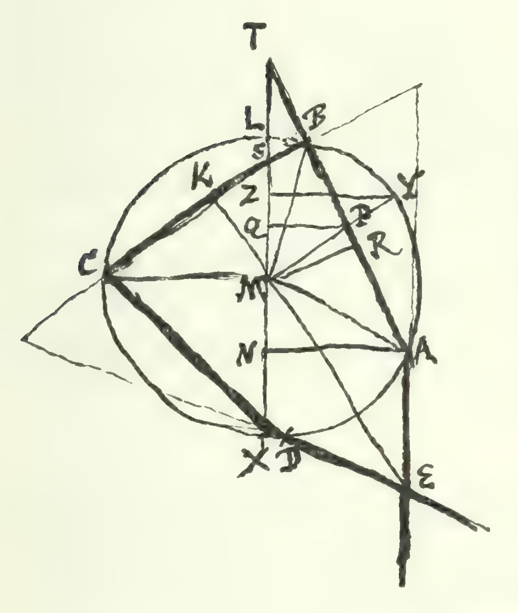
numeris exhibita fuerit. dein ex xx radicem extrahendo habebitur valor x, quæ reprefentat lineam MT, quando numerus a etiam radium MA fignificat. Porro ut b ad a ita fit x ad aliam, ea erit TA. Et ex tribus lateribus trianguli MTA, faciendo ut MT ad fummam TA, AM ita eorum differentia ad aliam, et ab ea auferendo TM, et accepto refidui femiffe habebitur MN. Jam ut AM ad MN ita fit radius in canone finuum ad aliam quæ erit finus anguli MAN et ejus complimenti AMN finus erit AN. Ut autem a ad b ita fit finus AN ad alium, is erit MR finus anguli MAR. Denique angulus MAN una cum triplo MAR auferatur a duobus rectis; reliquum bis fumtum dabit angulum femidiametri Iridis fecundariæ [14]).

[14]) La page 151 du manuscrit contient encore quelques calculs qui se rapportent au cas de l'eau $a = 4$, $b = 3$, mais qui n'ont pas abouti.

APPENDICE IX [1])

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

1668.



Cum ang. AED [2]) debeat esse minimus etiam semissis ejus videl. ang. AEM, ac proinde et SMK erit minimus. Sit MY parall. CB, secans AB in P. Ergo ang. SMY æqu. ang.° MSK unde et ang. MYZ aequ. SMK. Ergo et ang. MYZ minimus esse debet. Ideoque MZ minima [3]).

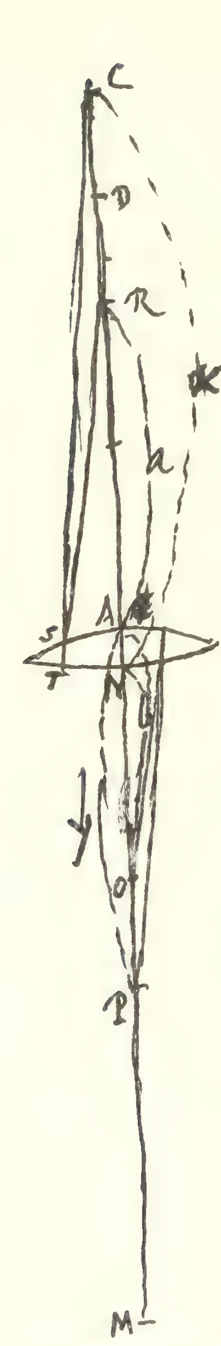
17 Jun. 1668.

---

[1]) La pièce, empruntée à la p. 149 du Manuscrit C, contient une leçon améliorée du début de la pièce qui précède. Comparez la note 3 de la p. 163.

[2]) On remarquera que la figure, dessinée avec plus de soin, est presque identique avec celle des p. 163 et 164.

[3]) Voir, pour la suite, le calcul qui commence à la p. 164 et qui n'a besoin d'aucune modification pour le faire correspondre au nouveau début.



APPENDICE X [1]

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

[1690.]

Datæ lentis invenire convexitates utriusque superficiei.

Sit C centrum superficiei N. P centrum superficiei A. CN seu CA ∞ x (CA ∞ CN quia pro nulla habetur crassitudo AN). PA seu PN ∞ y. Ergo sumta NM ∞ 2 CN seu $2x$, erit M focus parallelorum superficiei N [2]. Et sumta DA ∞ 2 PA seu $2y$, erit D focus parallelorum superficiei A.

Debet radius RS refringi in ST, ita ut hæc sit perpendicularis in superf. NT; tunc enim revertetur radius à T ad S, et inde ad R.

$a \infty$ RA data in puncto confusionis cum oculus et lumen in R.
$b \infty$ NO in puncto confusionis cum oculus et lumen in O.

RD $(2y-a)$ ad RA (a) ut RP $(a+y)$ ad RC [3] $\left(\frac{aa+ay}{2y-a}\right) \infty$

∞ CA $-$ AR ∞ $x-a$

---

[1]) La pièce est empruntée à la p. 53 verso du Manuscrit G. Pour le cas de deux réfractions et d'une réflexion Huygens y détermine la position de ce qu'il appelle le point de confusion, c'est-à-dire, du point où il faut placer une source de lumière afin que ses rayons retournent précisément à leur origine, après avoir subi une première réfraction à la surface antérieure de la lentille, une réflexion à sa surface postérieure et une seconde réfraction à la surface d'entrée. Ensuite Huygens montre comment on pourrait déterminer approximativement les rayons de courbure des surfaces d'une lentille biconvexe en utilisant les distances de ces surfaces aux deux points de confusion, un à chaque côté de la lentille.

Ajoutons que la détermination expérimentale de la position des points en question pourrait se faire en cherchant l'endroit où il faut placer un objet pour qu'il coïncide avec son image, ou bien en réglant la position d'une source de lumière de telle manière qu' en plaçant

$$aa + ay \infty 2xy - 2ay - ax + aa$$

$$3ay \infty 2xy - ax$$

$$\frac{3ay}{2y-a} \infty x$$

OM $(2x-b)$ ad ON (b) ut OC $(b+x)$ ad OP $\frac{bb+bx}{2x-b} \infty y-b$

$$bb + bx \infty 2xy - 2bx - by - bb$$

$$3bx - 2xy \infty -by$$

$$x \infty \frac{by}{2y-3b} \infty \frac{3ay}{2y-a}$$

$$2by - ab \infty 6ay - 9ab$$

$$\frac{4ab}{3a-b} \infty y \text{ bon}$$

$$\frac{3bx}{2x-b} \infty y \infty \frac{ax}{2x-3a} \infty y$$

$6bx - 9ab \infty 2ax - ab$; $x \infty \frac{4ab}{3b-a}$ bon; $a \infty 30$; $b \infty 20$; $x \infty 80$; $y \infty 34\frac{2}{7}$.

---

l'oeil à côté de cette source, à la même distance de la lentille, on voie un éclairement uniforme de cette lentille.

C'est, en effet, cette dernière méthode qui fut suivie par Huygens en 1683; comme cela résulte d'une annotation de cette année à la p. 164 du Manuscrit F. À cette page il calcule la position des points de confusion R et O dans les cas particuliers d'une lentille biconvexe à courbure égale des deux faces, et d'une lentille planconvexe. Dans le premier cas il trouve $RA = \frac{1}{2}CA$, et il ajoute: „Ergo distantia ex qua se oculus confufe videt, vel lucernæ flammam sibi proximam, ita ut totam lentem impleat, est dimidia foci distantiæ, nempe in lente æqualiter utrinque convexa."

Quant au second cas, il y trouve la distance de la lentille au point de confusion du côté sphérique égale à la distance focale, et à l'autre côté égal à la troisième partie de cette distance; résultats qui se déduisent aifément de la formule $3ay = 2xy - ax$, déduite dans cet appendice, en posant successivement $x = y$; $x = \infty$; $y = \infty$.

D'ailleurs Huygens conseille dans ses „Commentarii de formandis poliendisque vitris ad telescopia" d'avoir recours au phénomène en question pour examiner les défauts des lentilles. Voir encore le dernier alinéa de la note 2, p. 173.

[2]) C'est-à-dire dans le cas du verre où $n = \frac{3}{2}$; comparez la Prop. IX, p. 35—37 du Tome présent.

[3]) Consultez sur cette proportion la Prop. XII, p. 41 du Tome présent. Pour l'obtenir on doit considérer R comme le point donné, mentionné dans la proposition, auquel correspondent des rayons tombant sur la surface SA, et C comme le point auquel correspondent les rayons réfractés.

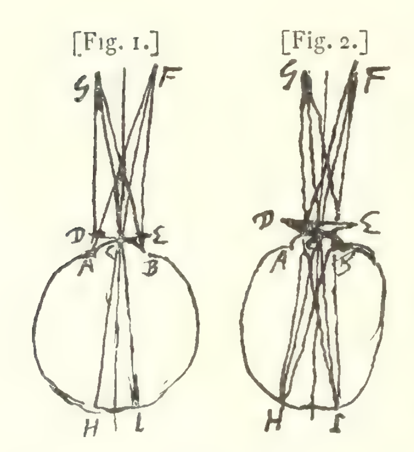
LA DIOPTRIQUE.

PREMIÈRE PARTIE. TRAITÉ DE LA RÉFRACTION ET DES TÉLESCOPES.

1653.

LIVRE DEUXIÈME. DE LA GRANDEUR APPARENTE DES OBJETS VUS PAR RÉFRACTION.

PROPOSITION I [1]).



Les objets qu'on aperçoit confusément soit à cause des lentilles placées entre eux et le spectateur soit à cause de la distance, peuvent être rendus nettement visibles soit à l'aide d'une lentille unique placée devant l'oeil soit à l'aide d'un écran placé au même endroit et pourvu d'une très petite ouverture, si du moins l'oeil ne se trouve pas précisément au point de confusion maximum[2]). L'image aperçue sera la même en grandeur et en position quelle que soit celle des deux méthodes dont on se serve pour corriger le défaut de netteté.

En effet, si les rayons partis d'un point quelconque d'un objet se dirigent vers l'oeil et qu'ils ont un point de concours placé derrière l'oeil, on comprend aisément, d'après ce qui a été démontré plus haut, par quelle espèce de lentille concave on peut les rendre parallèles [3]). Et de même s'ils atteignent l'oeil en divergeant de

[1]) La rédaction de cette proposition et de sa démonstration, telle que nous la faisons suivre ici, doit dater d'une époque inconnue, mais postérieure à l'année 1666. On trouvera la rédaction primitive, qui nous a été conservée par la copie de Niquet, dans l'Appendice I au Livre II, p. 235 du Tome présent. Elle diffère de celle que nous donnons ici surtout parce que l'idée, d'obtenir des images distinctes à l'aide d'une lentille placée devant l'oeil, n'y est mentionnée qu' en passant, vers la fin de la démonstration.

[2]) Le „point de confusion maximum", ou simplement „point de confusion", comme Huygens l'a appelé plus tard (Voir l'Appendice X du Livre I, p. 170 du Tome présent), est le point

DIOPTRICA.

[PARS PRIMA. TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS.]

[1653.]

[LIBER II. DE APPARENTI AUGMENTO VEL DECREMENTO EORUM, QUÆ PER REFRACTIONEM CONSPICIUNTUR.]

[PROPOSITIO I.] [1])

Quæ vel ob interpositas lentes, vel ratione distantiæ, confusè spectantur, distincta reddi possunt, vel addita lente una juxta oculum, vel opposita ibidem lamina cum foramine minimo; dummodo non in ipso maximæ confusionis puncto [2]) *oculus positus fuerit. Utracunque vero correctio adhibeatur, eadem magnitudine et positu visibile spectabitur.*

Si enim ab unoquoque rei visæ puncto egressi radij ad oculum ferantur tendantque velut ad punctum post oculum, facile ex supra demonstratis intelligitur cujusmodi cava lente reddantur paralleli [3]). *Item si divergentes, ac tanquam ex puncto*

---

où il faut placer l'oeil pour que l'agrandissement, tel qu'il est défini par Huygens dans les propositions qui suivent, devienne infiniment grand. Ainsi, dans le cas d'une seule lentille, ce point se confond pour un objet très éloigné, dans la direction de l'axe, avec le foyer de la lentille, pour d'autres objets, placés dans l'axe de la lentille, avec le point de l'axe où se forme leur image.

Si l'objet est une source lumineuse étroite on voit donc, en approchant l'oeil du point de confusion, l'image de la source s'agrandir démesurément et devenir de plus en plus confuse, jusqu' à ce qu'elle est remplacée, lorsque l'oeil se trouve précisement dans le point en question, par une clarté uniforme s'étendant sur toute la surface de la lentille. Ensuite, en passant avec l'oeil à l'autre côté du point de confusion, on voit l'image directe changée dans une image renversée ou vice versa.

Ajoutons que dans la „Correspondance" de Huygens le point de confusion n'est mentionné qu'une seule fois. C'est dans une lettre au frère Constantyn du 7 octobre 1686 que l'on lit (p. 104 du T. IX) à propos d'une lentille d'environ 90 pieds de distance focale: „Cependant je l'ay exposé à la reflexion de la chandelle, dont il renverse la flamme assez bien mais tenant l'oeuil au foier et dans le point de confusion il me semble que j'y vois des choses qui marquent quelque défaut et beaucoup de drabbigheyt[trouble]". Il est clair qu' il s'agit ici d'un point de confusion dans le genre de ceux traités dans l'Appendice X mentionné plus haut.

[3]) Voir la Prop. XV, Liv. I, p. 83 du Tome présent.

telle façon qu'ils femblent provenir d'un point placé devant l'oeil, on comprend aifément comment ils peuvent être rendus parallèles à l'aide d'une lentille convexe [1]). Dans l'un et l'autre cas la vifion eft rendue nette par ce moyen. Mais nous obtiendrons le même réfultat en plaçant une très petite ouverture devant l'oeil. Car dans ce cas l'on peut dire que parmi les innombrables rayons qui font autrement envoyés à la pupille par chaque point de l'objet un feul eft tranfmis par l'ouverture. En effet, fuppofons que les rayons partis des points extrêmes de l'objet atteignent la pupille AB [Fig. 1 et 2] de l'oeil comme s'ils provenaient des points F et G. Et plaçons devant l'oeil une petite ouverture C [Fig. 1] percée dans un écran et ne laiffant paffer, pour ainfi dire, que les rayons uniques FC, GC qui atteignent le fond de l'oeil aux points H et I. Là fe formeront donc les images des différents points de l'objet vu, d'où font partis les rayons FA, FC, FB et GA, GC, GB. Et à caufe de l'exclufion des rayons autres que FC, GC, l'image fera nette et la vifion donc également.

Faifons de nouveau les mêmes fuppofitions, mais enlevons l'écran perforé et foit placée en fon lieu, fort près de l'oeil, la lentille DE [Fig. 2] par laquelle la vifion eft rendue nette. Je dis que l'image aperçue fera la même qu' auparavant en grandeur et en pofition. En effet, comme les rayons FC, GC paffent fans changer de direction par le milieu de la lentille DE *, dont nous négligeons l'épaiffeur, il eft évident qu' à l'intérieur de l'oeil ils fuivent la même route qu'auparavant, lorfqu'ils traverfaient l'ouverture C, et qu'ils atteindront donc le fond de l'oeil aux mêmes points H, I. Et comme, par hypothèse, la vifion devient nette lorfque nous plaçons la lentille DE devant l'oeil, il eft néceffaire que tous les rayons qui proviennent de G fe réuniffent en un feul point au fond de l'oeil, et ceux qui proviennent de F pareillement. Par conféquent, tous les rayons qui font partis du point G fe réuniront en I et tous ceux qui font partis de F en H: les images des points extrêmes de l'objet fe formeront donc néceffairement en H et en I. Il s'enfuit que les dimenfions latérales de l'objet feront en apparence les mêmes, que fe foit une lentille DE ou une très-petite ouverture que l'on place devant l'oeil. Et la pofition de l'image fera auffi la même. Ce qu'il fallait démontrer.

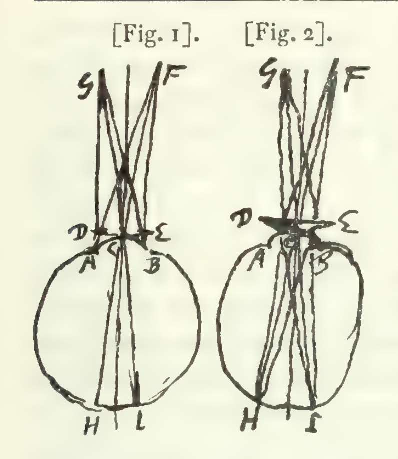
* Prop. XXIII, Liv. I [2]).

Ainfi, lorfque dans la fuite nous définirons la grandeur apparente même dans les cas où la vifion eft confufe, nous entendrons par là la grandeur que l'on voit après que la confufion a été corrigée, foit à l'aide d'une lentille foit à l'aide d'une très-petite ouverture, comme nous l'avons déjà dit.

Proposition II.

Lorfque l'oeil eft placé entre une lentille convexe et fon foyer, un objet quelconque eft vu droit et agrandi à travers la lentille. Si alors l'objet eft fort éloigné la grandeur appa-

[Fig. 1]. [Fig. 2].



ante oculum egreſſi adveniant, quomodo convexa lente ad paralleliſmum redigantur [1]*); utroque vero caſu viſio efficitur diſtincta. Sed hoc idem quoque conſequemur oppoſito ad oculum minimo foramine, quia tunc velut uni tantum radiorum qui a ſingulis rei viſæ punctis innumeri alioqui ad pupillam feruntur, tranſitus datur. Ponantur enim radij ab extremis rei viſæ punctis profecti, ad oculi pupillam AB* [Fig. 1 et 2] *accidere tanquam ex punctis F, G, venientes. Et objiciatur ante oculum foramen in lamina exiguum C* [Fig. 1]; *nonniſi ſingulos veluti radios FC, GC admittens, qui occurrant oculi fundo in punctis H et I. Itaque hic pingentur puncta rei viſæ ſingula, unde manarunt radij FA, FC, FB; et GA, GC, GB. Et propter excluſos ceteros radios præter FC, GC, diſtincta erit pictura eoque et viſio.*

Rurſus ijſdem poſitis, ſed ablatâ lamellâ perforatâ, ſit hujus loco lens oculo proxima DE [Fig. 2] *quæ diſtinctam viſionem efficiat. Dico eadem qua prius magnitudine eodemque poſitu ſpectatum iri viſibile. Quia enim per mediam lentem DE, cujus craſſitudo tanquam nulla cenſetur, radij FC, GC, rectis lineis penetrant*. manifeſtum eſt eos eodem modo intra oculum ferri, atque ante per foramen C tranſeuntes, atque idcirco oculi fundo in ijſdem punctis H, I occurſuros. Cum autem ob interpoſitam lentem DE diſtincta viſio fieri ponatur, neceſſe eſt omnes radios ex G venientes ad unum punctum in fundo oculi convenire, atque ita quoque omnes ex F venientes. Igitur omnes a puncto G egreſſi convenient in I, et omnes ex F egreſſi convenient in H. atque idcirco pingentur neceſſario extrema illa rei viſæ puncta in H et I. eoque non alia apparebit ejus latitudo objectu lentis DE, ac foraminis minimi; nec non poſitus quoque idem; quæ fuere demonſtranda.*

* *ex propos.* [XXIII, Lib. I.] [2])

Itaque cum in ſequentibus apparentem magnitudinem definiemus etiam ijs caſibus quibus confuſa viſio contingit, intelligenda erit ea magnitudo quæ cernitur correcta confuſione, ſeu lente ſeu minimo foramine, ut jam diximus.

Propositio [II].

Oculo conſtituto inter lentem convexam et focum ejus, viſibile quodvis per lentem ſpectatur ſitu recto, et auctum magnitudine; habetque magnitudo apparens ad veram, ſi viſibile

[1]) Voir la Prop. XIV, Liv. I, p. 81.
[2]) Voir la p. 119 du Tome présent.

rente eſt à la grandeur vraie comme la diſtance focale de la lentille eſt à la diſtance du foyer à l'oeil; mais ſi l'objet ſe trouve à une plus petite diſtance, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie ſe compoſe du rapport que nous venons de nommer et du rapport de la diſtance entre l'oeil et l'objet à la diſtance entre l'objet et le „point dirigeant" [1]). Mais lorſque l'oeil eſt placé dans le foyer de la lentille, les objets éloignés paraiſſent infiniment grands, et les objets rapprochés paraiſſent agrandis dans un rapport égal à celui de la diſtance de l'objet à l'oeil à la diſtance de l'oeil à la lentille [2]).

[Fig. 3.]

Soit donnée la lentille convexe AB, dont A eſt le centre et O le foyer. L'oeil D ſoit placé ſur l'axe AO de la lentille. L'objet ſoit la ligne NM parallèle à la lentille et dont le point milieu E ſe trouve ſur le même axe. Il eſt évident qu'un objet quelconque, placé au même endroit, ſera néceſſairement agrandi dans une direction latérale dans la même proportion que cette ligne ou qu'une partie EN de cette ligne vue à travers la lentille. Soit enſuite DP une troiſième proportionnelle à DO et DA. P ſera alors le point qui correſpond à l'oeil D. En effet, comme d'après la prop. XX, Liv. I [4]) les rayons qui proviennent du point D ſont réfractés par la lentille AB de telle manière qu'ils continuent leur chemin comme s'ils provenaient du point P, il eſt clair que, réciproquement, les rayons qui ſe dirigent vers P, au moment où ils rencontrent la lentille AB, auront le point D où ſe trouve l'oeil comme point de concours. Tirons la droite NP qui coupe la lentille en B (elle la coupera puiſque nous ſuppoſons que le point N eſt vu à travers la lentille), et joignons les points B et D. Ainſi le point N ſera aperçu à travers le point B de la lentille, vu que le rayon NB eſt réfracté de telle manière qu'il ſe dirige enſuite vers D, le point où ſe trouve l'oeil, ce qui n'eſt vrai pour aucun autre rayon provenant du point N. Quant au point E, il eſt clair qu'il doit être vu à travers le centre A de la lentille, parce que, ce point étant ſitué ſur l'axe de la lentille, le rayon ED atteint l'oeil ſans avoir été réfracté.

Nous voyons donc en premier lieu que l'image de l'objet NM eſt droite, puiſque le point B eſt ſitué du même côté de l'axe EAO que le point N qui lui correſ-

[1]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „correspondens". Il s'agit du point où la lentille fait apparaître l'image de l'oeil, c'est-à-dire d'un point tel que, réciproquement, les

longinquum eſt, rationem eam quam diſtantia inter lentem et focum ad diſtantiam inter focum et oculum; ſi vero propinquum, rationem compoſitam ex eadem quæ dicta eſt, et ex ratione diſtantiæ inter oculum et viſibile, ad diſtantiam inter viſibile et punctum *dirigens*[1]); Si vero in foco lentis oculus ſtatuatur, viſibilia longinqua in infinitum augentur; propinqua vero ſecundum rationem quam habet diſtantia eorum ab oculo ad diſtantiam oculi a lente[2]).

Eſto lens convexa AB [Fig. 3], cujus medium punctum ſeu umbilicus A. focus O. Oculus vero D, in axe lentis AO poſitus. Viſibile vero linea NM, lenti parallela, cujuſque medium E ſit in eodem axe. Quantum enim linea hæc vel ejus pars EN augebitur, trans lentem ſpectata, tantum quoque aliud quodvis viſibile, eo loci poſitum, ſecundum diametrum augeri *neceſſe eſt*[3]). Porro duabus DO, DA ſit tertia proportionalis DP, eritque P punctum oculo D correſpondens. Quia enim radij ex puncto D prodeuntes a lente AB ita inflectuntur ut pergant inde tanquam venientes ex P, per prop. [XX, Lib. I][4]) viciſſim quoque qui ad P tendentes incidunt in lentem AB concurrent ad punctum oculi D. Ducatur NP recta ſecans lentem in B, (ſecabit enim quia punctum N per eam conſpici ponimus) et jungatur BD. Itaque per punctum lentis B cernetur punctum N, quum radius NB refringatur verſus punctum oculi D, neque alius quiſquam eorum qui ex N promanant. Punctum autem E per medium lentis A apparere manifeſtum eſt, quia cum in axe lentis ſitum ſit radius ED irrefractus ad oculum pervenit.

Patet itaque primùm, viſibile NM conſpici ſitu erecto, quum punctum B ſit ad eandem partem axis EAO ac punctum N quod ibi refertur. Liquet etiam

rayons émanant de ce point correspondraient, après la réfraction, avec le point où se trouve l'oeil. Consultez encore sur cette nomenclature les notes 1, p. 180 et 2, p. 185.

[2]) Soient o et v les distances de l'oeil et de l'objet à la lentille, f sa distance focale, g le grossissement; alors la proposition présente équivaut, dans le cas le plus général, à la relation :

$$g = \frac{f}{f-o} \times \frac{o+v}{v+o+\frac{o^2}{f-o}} = \frac{f(o+v)}{vf - vo + of},$$

laquelle dans le cas $v = \infty$ se réduit à $g = \frac{f}{f-o}$ et dans celui où $o = f$ à $\frac{o+v}{o}$.

De plus, puisque le numérateur excède le dénominateur par la valeur de ov, il est clair qu'on aura toujours $g > 1$.

[3]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „sciemus".

[4]) Voir la p. 99 du Tome présent.

pond. Il eſt également évident que BA eſt l'étendue occupée dans la lentille par l'image de la ligne NE. Or, ſi nous tirons une droite ND qui coupe la lentille en C, il eſt clair que AC ſera l'étendue occupée par le même objet EN dans un plan où n'aurait lieu aucune réfraction. Le rapport BA : CA définit donc le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable, et il eſt évident que BA eſt plus grande que CA, vu que BA : NE = PA : PE, tandis que CA eſt à la même longueur NE comme DA : DE. Or PA : PE > DA : DE, parce que PA : AE > > DA : AE. En effet PA > DA, attendu que D tombe ici néceſſairement entre A et P. Il eſt donc déjà établi par ce raiſonnement que l'image de l'objet eſt droite et plus grande que l'objet.

Il s'agit maintenant de faire voir que lorſque l'objet NM eſt fort éloigné BA : : CA = AO : OD, mais que lorſqu'il eſt ſitué à plus petite diſtance BA : CA eſt compoſé des rapports AO : OD et DE : EP. Le premier théorème découle du ſecond; c'eſt pourquoi nous démontrerons celui-ci d'abord. Le rapport BA : CA ſe compoſe des rapports BA : NE et NE : CA. De ces deux derniers rapports BA : NE eſt égal à PA : PE. Quant au rapport NE : CA il eſt égal à ED : AD. Par conſéquent, le rapport BA : CA ſe compoſe de PA : PE et de ED : AD, c'eſt-à-dire, il eſt égal à celui des rectangles PA, ED et PE, AD. Mais ce dernier rapport ſe compoſe des rapports ED : EP et PA : AD, ou AO : OD, car comme on a, par conſtruction, PD : DA = AD : DO, on aura auſſi, par compoſition, PA : AD = AO : OD. Le rapport BA : CA ſe compoſe donc des rapports AO : OD et ED : EP.

[Fig. 4.]

Si, enſuite, nous ſuppoſons l'objet placé à grande diſtance, le rapport ED : EP eſt égal à l'unité; ce rapport, compoſé avec le rapport AO : OD, ne l'augmente donc ni ne le diminue. Le rapport BA : CA ſera donc alors égal au rapport AO : OD. Et c'eſt cela qu'il fallait démontrer pour le cas où l'oeil eſt placé entre la lentille et ſon foyer.

Suppoſons maintenant que l'oeil ſe trouve préciſément dans le foyer O [Fig. 4] et que NM ſoit un objet rapproché. Menons NB parallèle à l'axe EA et ſoit B le point où cette droite rencontre la lentille. Tirons auſſi BO et NO qui coupe la lentille au point C. Comme le rayon NB eſt donc parallèle à l'axe de la lentille AB, il eſt néceſſaire que ce rayon ſoit réfracté de manière à ſe diriger vers le foyer O où nous plaçons l'oeil. C'eſt pourquoi le point N ſera vu ſeulement à travers le point B de la lentille. Mais le point E, qui ſe trouve au milieu de NM, eſt aperçu comme auparavant au centre A de la lentille. L'image de l'objet NM eſt donc droite, et le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie eſt de nouveau égal à BA : CA. Mais comme BA, c'eſt-à-dire NE, eſt à CA, ainſi eſt EO à AO. L'image eſt donc plus grande que l'objet dans le rapport EO : AO.

BA ſpatium eſſe quod in lente occupat imago lineæ NE. At vero ducta ND rectâ quæ ſecet lentem in C, apparet AC fore ſpatium quod occuparet idem viſibile EN in ſuperficie quæ refractionis expers eſſet. Itaque ratio BA ad CA definit proportionem magnitudinis apparentis ad veram. atque apparet quidem BA ipſa CA majorem eſſe, cum BA ad NE ſit ut PA ad PE; CA vero ad eandem NE ſicut DA ad DE; ratio autem PA ad PE major quam DA ad DE, quia PA ad AE major quam DA ad AE; eſt enim PA major quam DA quia D cadit hic neceſſario inter A et P. Ergo jam et recto ſitu et auctum magnitudine viſibile cerni per hæc conſtat.

[Fig. 3.]

M E N

A C B

D

O

P

Nunc porro oſtendendum, cum viſibile NM longinquum eſt, habere BA ad CA rationem eam quam AO ad OD; cum vero propinquum, rationem compoſitam ex AO ad OD et ex DE ad EP. Prius autem ex poſteriori ſequitur ac proinde hoc primum demonſtrabimus. Ratio BA ad CA componitur ex ratione BA ad NE et NE ad CA; quarum ratio BA ad NE eſt eadem quæ PA ad PE: ratio vero NE ad CA eadem quæ ED ad AD. Habet igitur BA ad CA rationem eandem compoſitæ ex rationibus PA ad PE et ED ad AD, hoc eſt, rationem quam rectangulum PA, ED ad rectangulum PE, AD. Hæc autem componitur ex ratione ED ad EP et PA ad AD ſive AO ad OD, nam ex conſtructione cum ſit PD ad DA ut AD ad DO, etiam componendo erit PA ad AD ut AO ad OD. Ergo ratio BA ad CA componitur ex ratione AO ad OD et ED ad EP.

Porro cum longinquum intelligitur viſibile, ratio ED ad EP eſt ratio æqualitatis, quæ proinde compoſita cum ratione AO ad OD, eam nec auget nec diminuit. Itaque tum ratio BA ad CA erit eadem quæ AO ad OD. Atque hæc quidem demonſtranda erant oculo inter lentem focumque ejus conſtituto.

Ponatur autem nunc oculus in ipſo foco O [Fig. 4], et ſit propinquum viſibile NM. Ducatur NB parallela axi EA quæ occurrat lenti in puncto B, et jungatur BO, itemque NO ſecans lentem in puncto C. Quia igitur radius NB parallelus eſt axi lentis AB, eum neceſſe eſt refringi verſus focum O, ubi oculus ponitur. Quamobrem punctum N ſpectabitur per ſolum lentis punctum B. Sed punctum E medium NM ſpectatur, uti prius, in centro lentis A. Igitur erectum apparet viſibile NM; et magnitudo apparens ad veram rurſus eam rationem habet quam BA ad CA. Verum ut BA, hoc eſt, NE ad CA, ita EO ad AO; ergo auctum cernitur ſecundum rationem EO ad AO.

Quod ſi vero longinquum fuerit viſibile, jam ratio EO ad AO erit tanquam infinitæ inæqualitatis majoris, ac proinde infinita continget ampliatio.

[Fig. 4.]

Mais ſi l'objet eſt placé à grande diſtance, le rapport EO : AO ſera celui de deux longueurs dont la première eſt infiniment plus grande que la ſeconde. L'agrandiſſement ſera, par conſéquent, infini.

Et il mérite d'être remarqué que lorſque l'oeil occupe cette poſition l'image de l'objet NM paraît toujours de même grandeur, quelle que devienne la diſtance de l'objet à la lentille. En effet, le point N ſera toujours aperçu au même endroit B.

Proposition III.

Si nous plaçons l'oeil ſur l'axe d'une lentille convexe, mais de telle manière que ſa diſtance à la lentille ſoit plus grande que la diſtance focale, l'objet, placé de l'autre côté de la lentille, mais en-deçà du point correſpondant [1]), eſt aperçu droit et agrandi. Mais s'il eſt plus éloigné de la lentille que le point correſpondant, il ſera vu renverſé et plus grand ou plus petit ſelon la diverſité de ſa diſtance et de celle de l'oeil à la lentille. Le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie ſe trouvera de la même manière que dans le théorème précédent [2]).

Suppoſons comme plus haut que la lentille ſoit AB [Fig. 5 et 6] et O ſon foyer. Quant à l'oeil, il eſt placé au point D de l'axe, lequel eſt plus éloigné de la lentille que le foyer. Et ſoit DP une troiſième proportionnelle aux deux longueurs DO et DA; d'après la prop. XX, Liv. I [3]) P ſera alors le point qui correſpond à l'oeil, vu que, de même que les rayons iſſus de D ſe dirigent vers le point P après avoir traverſé la lentille, de même auſſi ceux qui viennent de P ſe dirigent vers l'oeil D.

Suppoſons que, comme auparavant, l'objet ſoit repréſenté par la droite MN, diviſée en E par l'axe de la lentille en deux parties égales, et ſuppoſons en premier lieu que l'objet ſoit ſitué entre la lentille AB et le point correſpondant P [Fig. 5]. Tirons du point P par l'extrémité N la droite PNB qui rencontre la lentille en B et joignons les points B et D. Tirons auſſi la droite ND qui coupe la lentille au point C. Il eſt évident par cette conſtruction que l'extrémité N de l'objet ſera aperçue à travers le point B de la lentille, tandis qu'elle ſerait vue en C ſi le

[1]) C'est le „punctum dirigens" de la proposition précédente. Comparez la note 1, p. 176.

Eft autem animadverfione dignum, hoc oculi pofitu, eadem femper magnitudine cerni vifibile NM, quantumcunque a lente recefferit; femper enim punctum N in eodem puncto B percipietur.

[Fig. 5.]

Propositio [III].

Pofito oculo in axe lentis convexæ, fed ita ut ultra focum ab ea diftet, vifibile ad alteram partem lentis fitum, fed citra punctum correfpondens [1]), erectum et majus fpectatur. Ulterius vero quam punctum correfpondens a lente remotum, videbitur inverfum, et majus vel minus pro diverfa ipfius atque oculi a lente diftantia. Ratio autem magnitudinis apparentis ad veram fe habebit eodem modo atque in Theoremate præcedenti [2]).

Ponatur ut fupra lens AB [Fig. 5 et 6], et focus ejus O. Oculus autem in puncto axis D, diftans a lente ultra focum. Et duabus DO, DA ponatur tertia proportionalis DP, fecundum prop. [XX, Lib. I] [3]). Erit igitur P punctum oculo correfpondens, quum ficuti radij ex D procedentes diriguntur à lente verfus punctum P, ita viciffim qui ex P veniunt dirigantur ad oculum D.

Sit jam vifibile, ut antea, recta MN, quam mediam dividat axis lentis in E, fitque primo fitum inter lentem AB punctumque correfpondens P [Fig. 5]. et ducatur ex P per terminum N recta PNB, lenti occurrens in B, et jungatur BD. Ducatur autem et recta ND fecans lentem in puncto C. Manifeftum itaque eft per punctum lentis B appariturum vifibilis terminum N, quod confpiceretur in C fi radius ND fine refractione tranfmitteretur; punctum vero

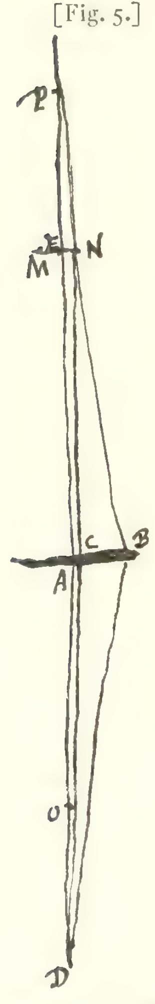
[2]) En employant les notations de la note 2, p. 177 la proposition amène, dans le cas de la fig. 5, la relation:

$$g = \frac{f}{o-f} \times \frac{o+v}{\dfrac{o^2}{o-f} - o - v} = \frac{f(o+v)}{vf - vo + of},$$

c'est-à-dire, la même formule que celle de la note citée. Et il est clair qu'on peut retenir encore cette formule dans le cas de la fig. 6, pourvu qu'on attribue à une image renversée un grossissement négatif.

[3]) Voir la p. 99 du Tome présent.

[Fig. 5.]



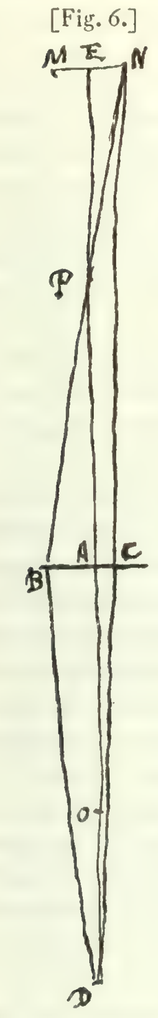
rayon ND était transmis sans réfraction. Mais le point E doit être aperçu dans l'un et l'autre cas à travers A, vu qu'aucun rayon issu de E ne parvient à D si ce n'est EA qui coupe à angles droits les deux surfaces de la lentille et qui continue donc sa route sans être réfracté.

Il est donc établi que dans ce cas l'image de l'objet apparaît droite, vu que les points N et B se trouvent du même côté de l'axe PAD. Et de nouveau le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie sera égal au rapport BA : CA. C'est pourquoi, BA étant plus grande que CA (car BA > NE > CA), l'image de l'objet NE sera agrandie.

Supposons ensuite que, dans l'autre cas, l'objet MN [Fig. 6] soit placé au-delà du point correspondant P et faisons la même construction qu'auparavant. Par conséquent, le point N sera de nouveau aperçu à travers le point B de la lentille et le point E à travers le point A. Mais si le point N se trouve en vérité au-dessus du point E, il sera maintenant vu en-dessous, parce que les points E [1]) et B sont situés de différents côtés de l'axe EAD. L'image de l'objet MN sera donc maintenant renversée. Or, le rapport de l'agrandissement apparent sera de nouveau, comme dans le cas précédent, égal à celui des longueurs BA et CA. Il faut donc démontrer que ce rapport, lorsque l'objet est rapproché, est composé des rapports AO : OD et ED : EP; et qu'il est égal à AO : OD, lorsque l'objet est situé à fort grande distance, ce qui ne peut avoir lieu que dans le second cas. Et la démonstration de ce théorème est la même que celle du théorème précédent. Il est donc manifeste que dans le deuxième cas les objets éloignés sont vus agrandis lorsque AO > > OD, et réduits, lorsque AO < OD, et en vraie grandeur lorsque AO = OD. Mais lorsqu'il s'agit d'un objet rapproché, et qu'on veut savoir quand cet objet doit être vu agrandi ou réduit, il faut examiner si le rapport AO : OD est plus grand ou plus petit que le rapport EP : ED, ou si les deux rapports sont égaux, car suivant que cela se trouve, le rapport qui est composé des rapports AO : OD et ED : EP, c'est-à-dire le rapport BA : CA, sera celui d'une quantité plus grande à une quantité plus petite, d'une plus petite à une plus grande ou enfin celui de deux quantités égales.

Il est d'ailleurs évident dans les deux cas, que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie augmente d'autant plus que l'objet se rapproche davantage du point correspondant P, l'oeil et la lentille demeurant fixes; cela résulte de ce que le rapport DE : EP augmente, tandisque le rapport AO : OD demeure invariable. On en conclut aussi qu'un objet placé précisément au point P doit être vu infiniment agrandi.

[Fig. 6.]



E utroque modo per A cerni neceſſe eſt, quia radius ex E ad D nullus pervenit præter EA qui utramque lentis ſuperficiem ſecat ad rectos angulos, ideoque irrefractus permeat.

Conſtat itaque hic viſibile cerni ſitu erecto quum puncta N et B ſint ad eaſdem partes axis PAD. Rurſuſque ratio apparentis magnitudinis ad veram erit ea, quæ BA ad CA. Quare, cum BA ſit major quam CA (nam BA major eſt quam NE, et NE major quam CA) auctum magnitudine conſpicietur viſibile NE.

Porro in caſu altero [Fig. 6] ſit viſibile MN poſitum ultra punctum correſpondens P, et eadem conſtruantur quæ prius. Igitur per punctum lentis B rurſus aſpicietur punctum N, et E per A. Sed ſi N fuerit reipſa ſuperius puncto E, nunc cernetur inferius, quia ad contrarias partes axis EAD ſita ſunt puncta E [1]) et B. Itaque inverſum jam apparebit viſibile MN. Ratio autem apparentis incrementi rurſus ut in caſu priore, erit ea quæ BA ad CA; ideoque demonſtrandum eſt rationem hanc, cum viſibile propinquum eſt, componi ex rationibus AO ad OD et ED ad EP. Cum vero longinquum, quod tantum poſteriore caſu locum habet, eandem eſſe quæ AO ad OD. Quæ quidem demonſtratio eadem eſt quæ in Theoremate præcedenti. Itaque manifeſtum eſt poſteriore caſu majora cerni viſibilia longinqua quando AO major fuerit quam OD, et minora cum minor, cumque æqualis, æqualia. Sed viſibili propinquo, ut ſciatur quando auctum vel diminutum ſpectari debeat, videndum utrum major ratio AO ad OD quam EP ad ED, an minor an æqualis. nam prout hæc ſe habuerint, ratio quoque compoſita ex ratione AO ad OD et ED ad EP, hoc eſt, ratio BA ad CA erit majoris vel minoris inæqualitatis, vel denique æqualitas ipſa.

Manifeſtum autem utroque caſu, quod quanto propius accedet viſibile ad punctum correſpondens, manente oculo et lente, tanto major erit ratio apparentis ad veram magnitudinem; creſcente nimirum ratione DE ad EP, at ratione AO ad OD eadem manente; adeo ut poſitum in puncto ipſo P, augeri debeat in infinitum.

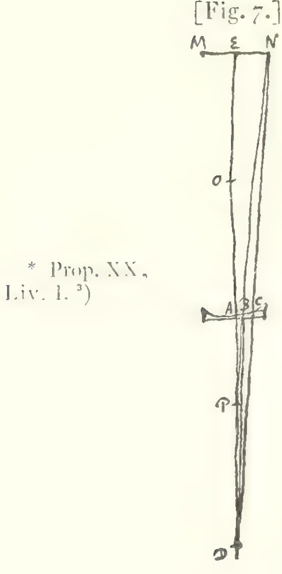
---

[1]) Lisez N.

Proposition IV.

Lorſque l'oeil eſt placé derrière une lentille concave, les images de tous les objets ſont vues droites et plus petites que les objets eux-mêmes, et la grandeur apparente eſt à la grandeur vraie, lorſque l'objet eſt placé à grande diſtance, comme la diſtance entre la lentille et le point de diſperſion eſt à la diſtance de ce point à l'oeil. Mais ſi l'objet eſt rapproché, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie ſe compoſera du rapport dont nous venons de parler, et du rapport de la diſtance entre l'oeil et l'objet d'une part et la diſtance de l'objet au point dirigeant [2]) d'autre part.

[Fig. 7.]



Soit AC la lentille concave, et AO ſon axe; ſoit O le point de diſperſion, et D l'oeil placé ſur l'axe. Suppoſons de plus que l'objet MEN ſe trouve de l'autre côté de la lentille, étant donc placé de la même manière que dans le théorème précédent. Prenons DP comme troiſième proportionnelle aux deux longueurs DO et DA et dans le même ſens que celles-là. P ſera le point vers lequel tendent les rayons qui ſont réfractés par la lentille AC de manière à ſe diriger vers l'oeil D, parceque les rayons qui proviennent de D et qui tombent ſur cette même lentille ſont réfractés de telle manière qu'ils ſemblent provenir du point P *. Tirons la droite NP qui coupe la lentille en B et joignons les points B et D; tirons auſſi la droite ND qui coupe la lentille en C. Le point N ſera donc aperçu au point B, et la ligne NE correſpondra à l'intervalle BA de la lentille, tandis qu'elle correſpondrait à l'intervalle CA ſi au lieu de la lentille il y avait une ſurface plane où n'aurait lieu aucune réfraction.

* Prop. XX, Liv. I. [3])

On voit donc en premier lieu que l'image de l'objet MN eſt droite, vu que le point N de l'objet eſt aperçu à travers la lentille AC du même côté de l'axe où ce point ſe trouve en réalité; il en eſt néceſſairement ainſi, parce que le point P eſt plus éloigné de NE que le point A.

Quant à notre thèſe d'après laquelle l'image eſt plus petite que l'objet, la vérité en peut être démontrée de la façon ſuivante. EA : AP > EA : AD. D'où l'on tire par compoſition EP : PA > ED : DA. Mais EP : PA = NE : BA. Et ED : DA = EN : CA. Par conſéquent, NE : BA > NE : CA; partant BA < CA. Or, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie eſt égal à BA : CA. Il eſt donc établi que la grandeur apparente eſt plus petite que la grandeur véritable.

On peut démontrer enſuite que le rapport BA : CA, lorſque l'objet eſt ſitué à grande diſtance, eſt égal au rapport de la diſtance de la lentille au point de

Propositio [IV].

Posito oculo post lentem cavam, visibilia omnia erecta videntur et vero minora; habetque magnitudo apparens ad veram, si visibile fuerit longinquum, rationem eam quam distantia *inter lentem et punctum dispergens* [1]) ad distantiam hujus ab oculo. Si vero propinquum, rationem compositam ex illa quæ dicta est, et ex ratione distantiæ inter oculum et visibile ad distantiam visibilis a puncto *directionis* [2]).

Esto lens cava AC, cujus axis AO; punctum dispergens O; oculus vero in axe positus sit D. Visibile vero ad alteram partem lentis MEN, ita situm uti in Theor. præcedenti. Et fiat duabus DO, DA tertia proportionalis DP, sumenda in partem eandem ac duæ reliquæ. Eritque P punctum quo tendentes radij flectuntur a lente AC versus oculum D, quoniam qui veniunt ab D in eandem lentem, ita flectuntur quasi procedant a puncto P *. Ducatur recta NP secans lentem in B, et jungatur BD; ac denique recta ND secet lentem in C. Percipietur ergo punctum N in puncto B, lineaque NE occupabit in lente intervallum BA, quæ occuparet intervallum CA, si loco lentis esset superficies refractionis expers.

* [Prop. XX, Lib. I.] [3])

Ac primum quidem apparet erectum spectari debere visibile MN, cum punctum ejus N spectetur in lente AC ad eandem partem axis ubi revera situm est; quod quidem necessario fieri liquet eo quod punctum P ulterius quam A distet ab NE.

Quod autem magnitudine diminutum spectabitur sic constabit. Ratio EA ad AP major est quam EA ad AD. Unde et componendo, ratio EP ad PA major ratione ED ad DA. Sicut autem EP ad PA ita est NE ad BA. at sicut ED ad DA ita EN ad CA. Ergo major ratio NE ad BA quam NE ad CA; ideoque BA minor quam CA. Ratio autem apparentis ad veram magnitudinem est ea quæ BA ad CA, itaque illam magnitudinem hac minorem esse constat.

Porro quod ratio BA ad CA, cum visibile longinquum est, eadem fiat, quæ distantiæ lentis a puncto dispersus ad distantiam hujus ab oculo, hoc est, quæ AO

[1]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „lentis a puncto dispergente" Il s'agit du foyer virtuel des rayons parallèles ayant la direction EA.

[2]) Dans la leçon primitive et la copie de Niquet le dernier mot manquait, étant indiqué toutefois par des points. Huygens semble donc avoir beaucoup hésité sur le nom à donner au point correspondant à l'oeil, c'est-à-dire au point dont l'image coïncide avec l'oeil et qui joue un rôle si important dans la formulation des propositions du Livre présent.

Quant à la proposition présente, elle conduit à la formule :

$$g = \frac{f}{f+o} \times \frac{o+v}{o+v-\frac{o^2}{f+o}} = \frac{f(o+v)}{vf+vo+of},$$

qui se déduit de celle de la note 2, p. 177 en remplaçant f par $-f$.

[3]) Voir la p. 99 du Tome présent.

diſperſion d'une part et de la diſtance de ce dernier point à l'oeil d'autre part, c. à. d. au rapport AO : OD; mais que, lorſque l'objet eſt ſitué plus près, il ſe compoſe du rapport dont nous venons de parler et du rapport DE : EP. Cette double démonſtration eſt identique mot à mot à celle de la propoſition II de ce Livre [1]).

Or, il réſulte clairement de tout ceci que, lorſque l'oeil et la lentille concave demeurent fixes, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable devient d'autant plus petit que l'objet s'éloigne davantage de la lentille. En effet, le rapport DE : EP ſe rapproche alors de plus en plus de l'égalité.

Il eſt évident en outre que ſi l'oeil D ſe trouve très-près de la lentille C le point P lui auſſi s'en rapproche indéfiniment, de ſorte que les rapports AO : OD et DE : : EP doivent alors l'un et l'autre être eſtimés égaux à l'unité. C'eſt pourquoi en ce cas ni les objets éloignés ni les objets ſitués à petite diſtance ne feront alors aperçus plus petits que lorſque la lentille eſt abſente [2]).

[Fig. 8.]

Proposition V [3]).

Étant données deux lentilles et leurs poſitions tant celle de l'une par rapport à l'autre que celles par rapport à l'oeil et à l'objet, trouver dans quel rapport elles augmentent ou diminuent la grandeur de l'objet et ſi l'image qu'elles en donnent eſt droite ou renverſée[4]).

Il y a quatre combinaiſons de deux lentilles, car elles peuvent être convexes l'une et l'autre, ou toutes les deux concaves; ou bien celle qui eſt le plus près de l'oeil peut être concave et l'autre convexe; ou inverſement [5]).

Suppoſons donc d'abord que les deux lentilles données ſoient la lentille convexe A et la lentille concave B, et que cette dernière ſoit placée le plus près de l'oeil [Fig. 8—12]. Suppoſons en outre l'oeil ſitué en C ſur l'axe commun aux deux lentilles, et ſoit l'objet la ligne droite DF perpendiculaire à ce même axe et diviſée par elle en E en deux parties égales.

[1]) Voir la p. 179 du Tome préſent.

[2]) Huygens a annoté ici, à une date beaucoup plus récente, probablement en 1684 ou plus tard: „Hinc perge ad Propositionem quæ in fine pag. 76α: Si ſit angulus etc." Nous donnerons cette proposition comme Appendice III au Livre préſent (voir la p. 238).

L'annotation, comme auſſi celles que nous faiſons ſuivre, prouve une fois de plus que Huygens avait alors en vue une réviſion aſſez étendue de toute ſa „Dioptrique".

[3]) Huygens a annoté plus tard: „Hæc necessaria ad sequentem" et enſuite „Hæc universalis prop.º ponenda non hic sed ante illam quæ pag. 91" [voir la Prop. VI, p. 199] „cui probandæ præcipue conducit, tamen casus telescopij et microscopij rursus hic annotentur."

Ajoutons que dans la leçon primitive et la copie Niquet la proposition préſente était ſuivie de la Prop. III du Livre III (p. 253 du Tome préſent), dont on trouvera une autre leçon

ad OD; cum vero propinquum, eadem compofitæ ex jam dicta ratione et ex ratione DE ad EP: hæc utraque ijfdem verbis demonftrantur ac in propofitione [II hujus Libri] [1]).

Manifeftum vero hinc eft, manente oculo et lente cava, quo magis removebitur ab ea vifibile, eo magis diminui rationem apparentis ad veram magnitudinem, quippe ratione DE ad EP magis ac magis accedente ad æqualitatem.

Manifeftum quoque fi oculus D fit lenti C proximus etiam punctum P proximum fieri, adeo ut æque ratio AO ad OD, ac DE ad EP, tunc habendæ fint pro ratione æqualitatis. Quamobrem nec longinqua nec propinqua tunc minora confpicientur quam lente remota [2]).

Propositio [V] [3]).

Datis duabus lentibus, et pofitione earum, tam inter fe, quam inter oculum et vifibile, invenire qua proportione illud augeant vel imminuant, et utrum fitu erecto an everfo referant [4]).

Duarum lentium quatuor *funt conjugationes* [5]), nam vel convexa eft utraque, vel utraque cava; vel cava quæ propior eft oculo, altera convexa; vel contra [6]).

Sint igitur primum propofitæ lentes duæ, convexa A et concava B, ita ut hæc oculo propior confiftat [Fig. 8—12]. Sit autem oculus ad C, in communi duarum lentium axe conftitutus; vifibile vero DF fit linea recta eidem axi ad angulos

plus récente et profondément altérée dans la Prop. IV de la troisième Partie de cette „Dioptrique".

Quant aux cas „du télescope et du microscope," on les trouvera traités de même dans cette troisième Partie, là où il s'agit des lunettes à deux verres convexes et du microscope composé.

4) Plus tard, à une époque inconnue, Huygens ajouta: „Et ostendere in Telescopijs ex convexa et cava lente compositis res vifas longe remotas augeri secundum rationem foci distantiæ lentis convexæ ad distantiam puncti dispersus lentis cavæ. In telescopijs verò quæ gemina convexa lente componuntur amplificationem istam fieri secundum rationem foci distantiæ lentis convexæ exterioris ad foci distantiam interioris sive ocularis." Toutefois ces phrases furent biffées depuis.

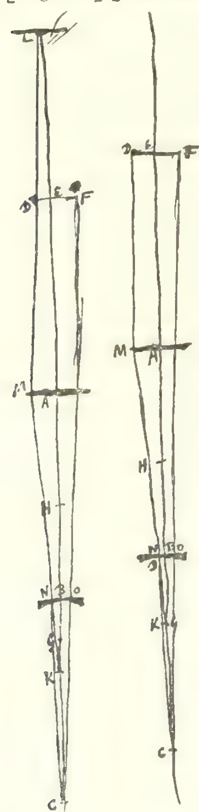
5) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „esse variationes seu differentias constat."

6) Aux lieux cités on lit encore: quarum secunda differentia minuendo visibile tantum idonea est: posterior et augere potest et minuere, sed nullo egregio effectu. Reliquæ vero duæ in augendis rerum speciebus, seu remotarum seu propinquarum, multo maximi sunt usus, ut pridem experientia cognitum est. Ratio autem omnium hic manifesta fiet. Nam quamvis positiones utiles tantum persequi propositum sit; tamen et reliquas quivis cum his comparare poterit, quia eodem modo in quavis differentia magnitudo apparens definitur."

On demande de trouver le rapport de la grandeur vue à travers les deux lentilles à la grandeur qu'on apercevrait ſans lentilles.

Or, comme les lentilles ſont données, on connaît auſſi le foyer G de la lentille convexe correſpondant aux rayons parallèles venant du côté de l'objet, et le point de diſperſion H de la lentille concave. On doit donc conſtruire d'abord une troiſième proportionnelle CK aux deux longueurs CH et CB, laquelle doit être portée vers le point H; et enſuite une troiſième proportionnelle KL aux deux longueurs KG et KA qui ſera portée du côté de G, à moins que le point K ne coïncide avec le point G [Fig. 12]. Dans ce dernier cas on doit omettre la troiſième proportionnelle KL [1]). Je dis maintenant que le rapport de la grandeur apparente vue à travers les lentilles à celle qu'on apercevrait à l'oeil nu eſt composé des rapports HB : HC, AG : GK et EC : EL ou bien dans le cas que nous avons excepté, celui où EL n'exiſte pas, des rapports HB : : HC et EC : AK.

[Fig. 11.] [Fig. 12.]



En effet, menons une droite par les points L et D qui coupe la lentille A en M, ou bien, dans le cas où L n'exiſte pas [Fig. 12], menons la droite DM parallèle à l'axe des lentilles. Tirons enſuite MK qui coupe la lentille B en N, et joignons les points N et C. Menons enfin du point F à l'oeil C la droite FC qui coupe la même lentille B en O. Vu que G eſt le foyer de la lentille convexe A, et que KG eſt à KA comme KA eſt à KL, il s'ensuit que les rayons qui iſſus du point K rencontrent la lentille A, ſont réfractés de telle manière qu'ils correſpondent enſuite au point L [4]). D'où l'on conclut que réciproquement les rayons qui partent du point L, ou qui ſe dirigent vers lui en venant de l'autre côté de la lentille, ſe réuniront au point K. Et comme les longueurs CH, CB et CK forment une proportion et que H eſt le point de diſperſion de la lentille B pour les rayons venant du côté A, il eſt établi que les rayons qui proviennent du point C ſont réfractés par la lentille B de manière à correſpondre enſuite au point K [4]). D'où l'on conclut que réciproquement les rayons qui rencontrent la lentille B en venant de l'autre côté et qui ſe dirigent vers le point K ſeront réfractés de telle manière qu'ils ſe réuniront au point C. Il apparaît donc que le rayon DM qui va d'un point D de l'objet à la lentille A et qui correspond au point L eſt celui qui atteint l'oeil C après avoir été réfracté par la première lentille en M et par la ſeconde en N. L'oeil verra donc le point D au point N de la lentille B et la droite DE occupera dans la lentille B la partie BN. Or, la droite EF qui eſt égale à ED, occuperait dans cette même lentille B la partie OB ſi elle était aperçue sans aucune réfraction par les lentilles,

rectos, ab eoque in E bifariam diviſa. Et oporteat invenire rationem magnitudinis per utramque lentem conſpectæ ad eam quæ ſine lentibus perciperetur.

Quia autem datæ ſunt lentes, datur et convexæ focus G, radiorum a parte viſibilis advenientium, et concavæ punctum diſperſus H. Igitur primum inveniatur duabus CH, CB tertia proportionalis CK, verſus H ſumenda. Deinde duabus KG, KA tertia proportionalis KL, ſumenda verſus G, niſi contingat punctum K incidere in G [Fig. 12], quo caſu proportionalis KL omittenda [1]). Dico jam rationem apparentis magnitudinis trans lentes ad eam quæ nudo oculo ſpectaretur, habere rationem compoſitam ex rationibus HB ad HC, et AG ad GK, et EC ad EL, vel, in caſu excepto, ubi deeſt EL, ex rationibus HB ad HC et EC ad AK.

[Fig. 9.] [Fig. 10.]

Ducatur enim recta per L, D, ſecans lentem A in M, vel in caſu quo deeſt L [Fig. 12], agatur DM axi lentium parallela. *Deinde* [2]) ducatur MK ſecans lentem B in N, et jungatur NC. Et tandem ex F ad oculum C protendatur recta FC, ſecans *eandem* [3]) lentem B in O. Quoniam igitur lentis convexæ A focus eſt G, eſtque KG ad KA ut hæc ad KL; ſequitur radios qui à puncto K venientes occurrunt lenti A, ita flecti ut pertineant inde ad punctum L [4]). Unde viciſſim qui a puncto L exeunt vel ad ipſum feruntur, occurrentes lenti ab altera parte, concurrent ad punctum K. Rurſus quia proportionales ſunt CH, CB, CK, eſtque H punctum diſperſus lentis B radiorum a parte A venientium; conſtat radios a C puncto venientes, flecti à lente B ut inde pertineant ad punctum K [4]). Unde viciſſim qui ab altera parte occurrunt lenti B tenduntque ad punctum K, ita inflectentur ut concurrant ad punctum C. Patet itaque radium DM, qui per punctum rei viſibilis D ducitur ad lentem A, pertinetque ad punctum L, eum eſſe qui post refractionem in lente utraque primum in M, deinde in N, pervenit ad oculum C; a quo itaque cernetur punctum D in puncto N lentis B, occupabitque recta DE in lente B partem BN. recta autem EF ipſi ED æqualis, ſi nulla in lentibus refractione cerneretur, occuparet in eadem lente B partem OB, quoniam FOC recta eſt linea. Itaque ratio magnitudinis apparentis per lentes ad veram eſt ea quæ rectæ BN ad BO.

[1]) Puisque $KG = 0$ amène $KL = \infty$ d'après la proportion $KG : KA = KA : KL$.

[2]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „Porro".

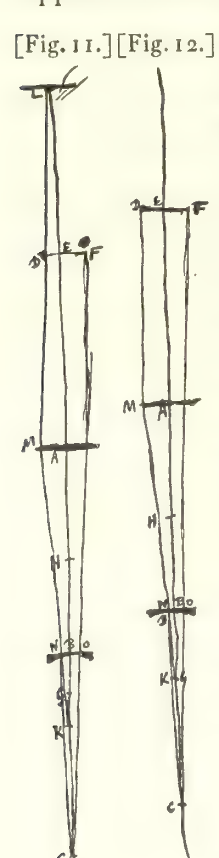
[3]) Ce mot manque aux lieux cités.

[4]) D'après la Prop. XX du Liv. I, p. 99 du Tome présent.

vu que FOC eſt une ligne droite. Le rapport de la grandeur apparente vue à travers les lentilles à la grandeur véritable eſt donc égale à BN : BO.

Or, le rapport BN : BO eſt compoſé des rapports BN : AM, AM : ED et ED : BO. Le premier, BN : AM, eſt égal à BK : AK. Et le deuxième AM : : ED, eſt égal à AL : EL; ou bien, dans le cas [Fig. 12] où DM eſt parallèle à EA, au rapport de deux longueurs égales. Enfin, le troiſième rapport ED ou FE : BO eſt égal à EC : BC. Le rapport BN : BO ſera donc compoſé des rapports BK : AK, AL : EL (qui ſe réduit à celui de l'égalité dans le cas excepté) et EC : : BC. Or, le rapport qui eſt compoſé des rapports BK : AK et EC : BC eſt égal au rapport qui ſe compoſe des rapports BK : BC et EC : AK. Par conſéquent, le rapport BN : BO ſera compoſé des rapports BK : BC, EC : AK et AL : EL, et, dans le cas excepté, des deux premiers ſeulement, vu que le rapport de deux longueurs égales n'augmente ni ne diminue les rapports avec leſquels on le compoſe. D'autre part le rapport qui eſt compoſé des rapports EC : AK et AL : EL eſt égal à celui qui ſe compoſe des rapports EC : EL et AL : AK. Par conſéquent, le rapport BN : BO ſera compoſé des rapports BK : : BC, AL : AK et EC : EL; mais comme CH : CB = CB : : CK, on aura auſſi CH : HB = CB : BK, et, par inverſion, HB : CH = BK : BC. De même, comme KG : KA = KA : KL, on aura auſſi KG : AG = KA : LA, et, par inverſion, AG : GK = = AL : AK. Par conſéquent, le rapport BN : BO, celui de la grandeur apparente à la grandeur vraie, ſera compoſé des rapports HB : HC, AG : GK et EC : EL, et dans le cas excepté des rapports HB : HC et EC : AK.; ce qu' il fallait démontrer.

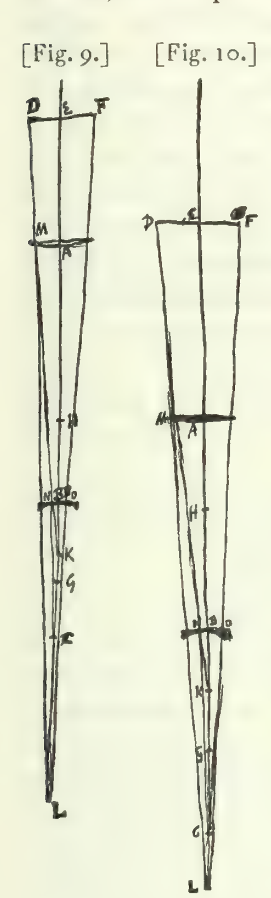
[Fig. 11.][Fig. 12.]



Il faut remarquer cependant que ſi la lentille concave B eſt placée de telle manière entre la lentille A et ſon foyer G que la diſtance BG eſt égale à la diſtance BH [Fig. 9 et 10] de la lentille B à ſon point de diſperſion, ce qui eſt la poſition ordinaire dans un téleſcope de ce genre, parce que les rayons venant d'un point quelconque de l'objet parviennent alors parallèlement à l'oeil, la grandeur apparente d'un objet fort éloigné ſera toujours la même en quelque endroit que l'oeil C ſoit placé derrière la lentille B : et que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie ſera égal à AG : GB ou BH. En effet, il a été démontré que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie ſe compoſe des rapports HB : HC, AG : GK et EC : EL; de plus, le rapport EC : EL eſt ici celui de deux longueurs égales parce que l'objet eſt par hypothèſe à grande diſtance et que, par conſéquent, le point E eſt ſuppoſé infiniment éloigné tant de C que de L, dont la diſtance eſt ici finie. Il en résulte que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie eſt compoſé des rapports

Ratio autem BN ad BO componitur ex rationibus BN ad AM et AM ad ED, et ED ad BO. quarum ratio prima BN ad AM eſt eadem quæ BK ad AK. Secunda vero AM ad ED eadem quæ AL ad EL; aut, in caſu [Fig. 12], quo DM eſt parallela EA, eadem cum ratione æqualitatis. Et denique tertia ratio ED *vel FE* [1]) ad BO, eadem quæ EC ad BC. Igitur ratio BN ad BO componetur ex rationibus BK ad AK, et AL ad EL, (cujus loco in caſu excepto eſt ratio æqualitatis) et ex ratione EC ad BC. Ratio autem compoſita ex ratione BK ad AK, et EC ad BC eſt eadem compoſitæ ex BK ad BC et EC ad AK. Igitur ratio BN ad BO componetur ex rationibus BK ad BC et EC ad AK et AL ad EL; et in caſu excepto ex duabus prioribus tantum, cum ratio æqualitatis rationes quibuſcum compoſita eſt non augeat nec imminuat. Rurſus vero ratio compoſita ex EC ad AK et AL ad EL eadem eſt compoſitæ ex EC ad EL et AL ad AK. Igitur ratio BN ad BO compoſita erit ex rationibus BK ad BC et AL ad AK et EC ad EL. quia autem CH ad CB ut CB ad CK, erit quoque CH ad HB ut CB ad BK: et invertendo, ratio HB ad CH eadem quæ BK ad BC. Item quia KG ad KA ut KA ad KL, erit et KG ad AG ut KA ad LA; et invertendo, ratio AG ad GK eadem quæ AL ad AK. Itaque ratio BN ad BO, apparentis nempe magnitudinis ad veram, componetur ex rationibus HB ad HC et AG ad GK et EC ad EL; et in caſu excepto ex rationibus HB ad HC et EC ad AK. quod erat demonſtr.

[Fig. 9.] [Fig. 10.]



Notandum vero, ſi lens cava B ita poſita ſit inter lentem A focumque ejus G, ut diſtantia BG ſit æqualis BH [Fig. 9 et 10] quæ eſt inter lentem B et punctum ſuum diſperſus, quæ poſitio ordinaria eſt teleſcopij hujuſmodi, *qua nempe paralleli ad oculum feruntur radij a ſingulis rei viſæ punctis manantes* [2]), quod eadem tunc ſemper erit magnitudo apparens rei longinquæ, quocunque locò oculus C poſt lentem B ſtatuatur: ac ratio ejus ad veram magnitudinem ea quæ AG ad GB *vel BH* [3]). Cum enim oſtenſum ſit rationem apparentis magnitudinis ad veram componi ex rationibus HB ad HC, et AG ad GK, et EC ad EL; cumque hic ratio EC ad EL ſit æqualitatis, eo quod viſibile longinquum ponatur; *eoque punctum E cenſeatur*

[1]) Ces deux mots manquaient dans la leçon primitive, où ils ont été ajoutés depuis. Ils manquent de même dans la copie de Niquet.

[2]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent: „ut postea dicetur".

[3]) Les mots en italique manquaient dans la leçon primitive, où ils ont été ajoutés depuis. Ils manquent de même dans la copie de Niquet.

HB : HC et AG : GK. Mais comme CH : CB = CB : CK, on aura auffi CH : : CB = HB : BK, c.à.d. = GB : BK, vu que GB = HB. Donc auffi CH : HB = = BG : GK et, par converfion, BH : HC = KG : GB. Par conféquent, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable eft compofé des rapports AG : : GK et GK : GB; ce rapport fera donc égal au rapport AG : GB ou BH.

Il eft donc établi [3]) que dans un télefcope pourvu d'une lentille convexe et d'une lentille concave la grandeur apparente des objets fort éloignés eft à celle qu'on aperçoit à l'oeil nu, comme la diftance focale de la lentille convexe eft à la diftance du point de difperfion à la lentille concave. Cela fera démontré de nouveau plus loin [5]).

La confidération des figures fuffit pour faire voir fi dans chaque cas particulier l'image doit apparaître droite ou renverfée. On remarquera que l'image fera droite dans tous les cas excepté celui où le foyer G de la lentille A tombe entre la lentille et le point K, et où l'objet eft en même temps fitué au-delà du point L [Fig. 8]; car alors le point D eft aperçu à travers le point N de la lentille B qui eft fitué de l'autre côté de l'axe EB, et l'image paraîtra donc néceffairement renverfée.

Suppofons maintenant que les deux lentilles foient convexes, et foit G [Fig. 13—21] de nouveau le foyer de la lentille A, et H le foyer de la lentille B;

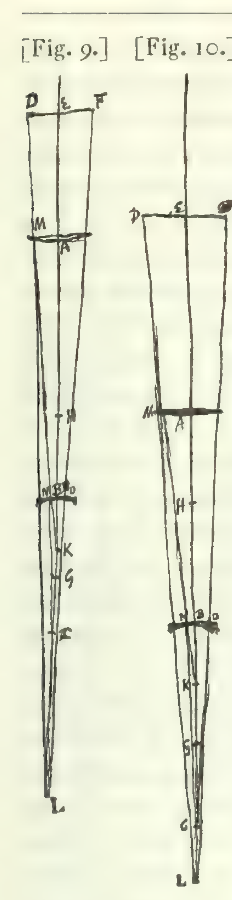


[1]) Les mots en italique manquaient dans la leçon primitive, où ils ont été ajoutés depuis. Ils manquent de même dans la copie de Niquet.

[2]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „Itaque".

[3]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „Itaque". De plus, on y trouve intercalé entre cet alinéa et celui qui précède le passage suivant, biffé depuis: „Porro quoque ex ante demonstratis colligitur, si punctum C incidat in B, hoc est si oculus lenti cavæ prope admoveatur, quod lens cava tunc effectu carebit quantum ad apparentem visibilis magnitudinem, sive longinquum sive vicinum, quæ tanta erit quanta foret si lente B amota per solam lentem A oculus intueretur. Cadat enim C in B [voir la figure de cette note]. Ergo et K in B incidet, quia continuè debent esse proportionales CH, CB, CK. Itaque jam ratio HB ad HC erit æqualitatis, quæ cum in compositione pro nulla sit habenda, dicemus jam rationem apparentis magnitudinis ad veram componi ex rationibus, AG ad GK et EC ad EL, hoc est ex rationibus AG ad GB, et EB ad EL. Est autem duabus BG, BA tertia proportionalis BL, quia hæ tres jam eædem sunt quam KG, KA, KL. Ergo cum per ea quæ supra demonstrata sunt, ratio apparentis magnitudinis ad veram, rei per solam lentem A spectatæ posito oculo in C, similiter componatur ex rationibus AG ad GB et EB ad EL [d'après la Prop. II, p. 175; le point L étant ici conforme au „point dirigeant" P de la figure 3], apparet eam nunc plane

[Fig. 9.] [Fig. 10.]



infinitè remotum tam à C quam ab L, cujus hic definita eſt diſtantia [1]), componetur ergo ratio apparentis magnitudinis ad veram ex rationibus HB ad HC et AG ad GK. Quia autem ut CH ad CB ita CB ad CK, Erit etiam ut CH ad CB ita HB ad BK, hoc eſt, ita GB ad BK, quia GB æqualis HB. Itaque et CH ad HB, ut BG ad GK, et convertendo, BH ad HC ut KG ad GB. *Proinde* [2]) ratio apparentis ad veram magnitudinem componitur ex rationibus AG ad GK et GK ad GB, hoc eſt, erit eadem ac ratio AG ad GB *vel BH* [1]).

Conſtat igitur [3]) in teleſcopio, quod convexo et cavo vitro inſtructum ſit, *eſſe magnitudinum apparentem* [4]) rerum procul diſſitarum ad eam quæ nudo oculo percipitur, ſicut *foci diſtantia lentis convexæ ad diſtantiam puncti diſperſus a lente cava. Quod etiam in ſequentibus oſtendetur* [5]).

Porro ex ſola inſpectione ſchematum ad caſus ſingulos, apparet utrum erectum cerni debeat viſibile an everſum. Nempe omnibus caſibus erectum apparitùrum præterquam in [illo caſu] ubi nimirum focus G lentis A cadit inter ipſam et punctum K, ſimulque viſibile remotum eſt ultra punctum L [Fig. 8]. hic enim punctum D ſpectatur per punctum N lentis B quod ad alteram partem axis EB ſitum eſt, ideoque viſibile everſum ſpectari neceſſe eſt.

Proponatur nunc convexa lens utraque, et rurſus lentis A [Fig. 13—21] ſit focus G; lentis vero B focus H, *uterque a*

---

eandem esse licet duæ lentes inter oculum et visibile interjiciantur dummodo altera earum oculo contigua sit.

Apparet præterea, etiam hic rationem EB ad EL, si visibile longinquum ponatur, fieri rationem æqualitatis; ideoque tunc rationem magnitudinis apparentis ad veram esse eam quæ AG ad GB."

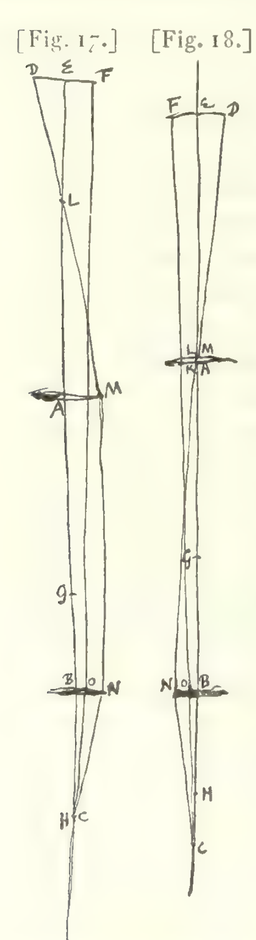
Remarquons que, en effet, ce passage biffé était devenu superflu depuis la nouvelle rédaction donnée à la Prop. I, p. 174, laquelle conduit bien plus simplement à la même conclusion, c'est-à-dire à celle que dans le cas considéré la lentille B n'a aucun effet sur le grossissement.

4) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „erit magnitudo apparens."

5) Aux lieux cités on trouve „distantia lentis convexæ à foco suo, seu puncto concursus parallelorum a parte rei visæ venientium, ad distantiam ejusdem foci a lente cava cui oculus admovetur; quod hucusque a nemine fuit demonstratum." On doit remarquer à ce propos que, vu aussi la manière dont cette règle a été déduite dans la leçon primitive et la copie de Niquet, elle est plus générale que celle dont

l'un et l'autre ſe trouvant du côté oppoſé à celui où eſt placé l'objet FED. L'oeil eſt en C. Soient CH, CB, CK trois grandeurs qui forment une proportion continue, et KG, KA, KL de même. Suppoſons le reſte conſtruit comme auparavant. Tout ce qui a été dit plus haut à propos de la grandeur apparente de l'image formée par la lentille convexe combinée avec la lentille concave, ſera applicable également aux deux lentilles que nous conſidérons maintenant, et la démonſtration ſera la même. Seulement l'oeil C peut ici être placé au point H [Fig. 17], auquel cas on ne peut pas trouver le point K, mais où l'on doit prendre AL = AG et tirer du point D la droite DLM qui rencontre la lentille A en M, d'où l'on doit mener la droite MN parallèle à l'axe AB, laquelle rencontre la lentille B en N. Il faut enſuite joindre les points N et C. La démonſtration eſt la ſuivante. Le rapport BN : BO [Fig. 17], celui de la grandeur apparente à la grandeur vraie, eſt compoſé des rapports BN : DE ou AM : DE et DE : BO. De ces rapports le premier AM : DE eſt égal à AL : LE, et le ſecond DE : BO à EC : BC. Le rapport BN : BO ſe compoſe donc des rapports AL : LE et EC : BC, c'eſt-à-dire des rapports AL : BC et EC : EL [2]). D'où l'on conclut que ſi l'objet eſt placé à grande diſtance, vu qu'alors le rapport EC : EL eſt égal à l'unité, le rapport AL : BC ſera le ſeul qui reſte et qui repréſentera celui de la grandeur apparente à la grandeur vraie. Or, AL eſt la diſtance focale de la lentille A, vu que AL = AG, et BC eſt la diſtance focale de la lentille B [3]).

[Fig. 17.] [Fig. 18.]



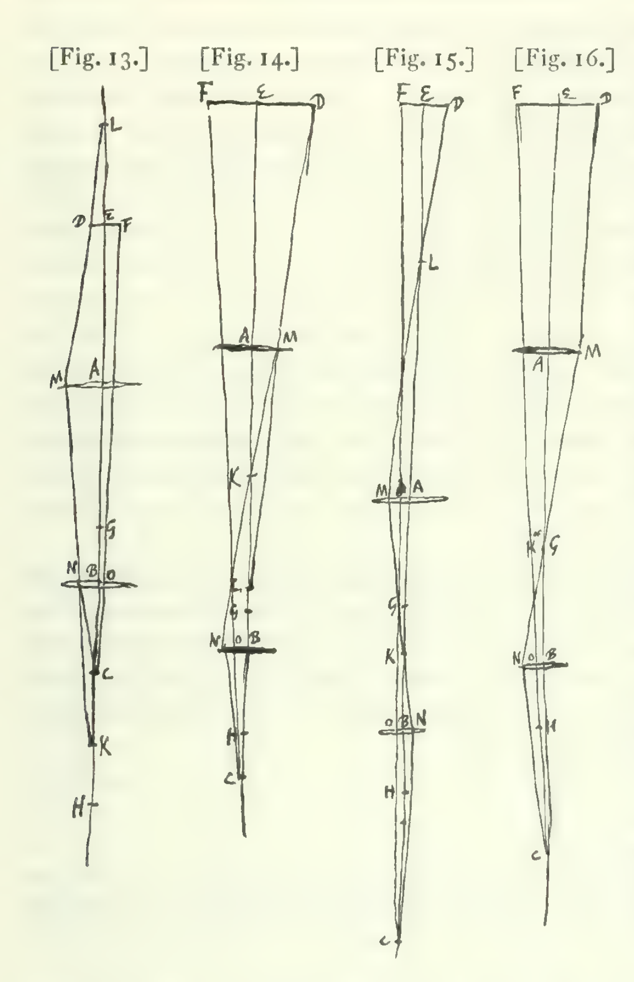
Lorſque le point K coïncide avec le centre de la lentille A [Fig. 18], ce qui arrive lorſque l'oeil C eſt placé de telle manière qu'une troiſième proportionnelle CK priſe par rapport aux deux longueurs CH et CB ſe trouve être égale à la diſtance CA, le point L coïncidera également avec le centre de la lentille A, et le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie ſera compoſé des ſeuls rapports HB : HC

Huygens s'est servi dans la leçon actuelle, puisqu' elle s'étend au cas où BG $\neq$ BH, c'est-à-dire, à celui où il n'y a pas de coïncidence des foyers.

Quant à la dernière phrase de cette leçon elle se rapporte à la Prop. I de la troisième Partie. Voir le dernier alinéa de la note 3, p. 187.

[1]) On trouve aux lieux cités: „lentis vero focus H et oculus in C."

[2]) Dans le cas traité le rapport AL : BC remplace donc le rapport composé de HB : HC et de AG : GK, lequel a servi (voir la p. 189) dans le cas général, mais qui perd ici toute signification puisqu'on a HC = o et que GK est devenu infini.



visibili FED aversus. Oculus vero [1]) in C. Et continuè proportionales CH, CB, CK, itemque KG, KA, KL; et reliqua similiter uti prius construantur. Et omnia quæ modo de convexa et cava lente dicta fuere ad apparentem magnitudinem attinentia, etiam his lentibus convenient, eademque erit demonstratio. Nisi quod hic potest poni oculus C in puncto H [Fig. 17], quo casu punctum K non invenitur, sed sumenda est AL æqualis AG, et ex puncto D ducenda recta DLM occurrens lenti A in M, unde parallela facienda MN axi AB, quæ occurrat lenti B in N, et jungenda NC. Demonstratioque erit hujusmodi: Ratio BN ad BO [Fig. 17], nempe apparentis magnitudinis ad veram, componitur ex rationibus BN seu AM ad DE et DE ad BO. Quarum AM ad DE eadem est quæ AL ad LE: et DE ad BO eadem quæ EC ad BC. Ergo ratio BN ad BO componetur ex rationibus AL ad LE et EC ad BC, hoc est, ex rationibus LA ad BC et EC ad EL [2]). Unde si visibile longinquum fuerit, quia tunc ratio EC ad EL est æqualitatis, supererit sola ratio AL ad BC, quæ erit apparentis magnitudinis ad veram. Est autem AL foci distantia lentis A, quippe æqualis AG; et BC foci distantia lentis B [3]).

Quando autem punctum K incidit in centrum lentis A [Fig. 18], quod contingit quando oculus C ita positus est, ut, sumta duabus CH, CB tertia proportionali CK, ea æquetur distantiæ CA; etiam punctum L eodem incidet, ratioque magni-

[3]) Huygens annota ici en marge: „vide ad dioptr. spectantia ubi hæc mutavi". Quoique nous possédions une feuille séparée qui porte la suscription „Ad Dioptricen spectantia", écrite de la main de Huygens, nous n'avons pu trouver la nouvelle leçon mentionnée.

et EC : EL, parce que le troifième rapport AG : GK eft alors égal à l'unité. Et cette difpofition de l'oeil eft utile dans le cas des télefcopes et des microfcopes [1]), attendu qu' une grande partie de l'objet eft alors aperçue d'un feul regard, puifque l'image remplit toute la lentille B, même fi l'ouverture de la lentille A eft fort petite.

Mais quand il arrivera que le foyer G [Fig. 20] de la lentille A tombe entre cette lentille et la lentille B et que la diftance GB eft égale à la diftance BH, c'eft-à-dire à la diftance focale de la lentille B, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie d'un objet placé à grande diftance fera égal à AG : GB, en quelque point de l'axe des lentilles que l'on place l'oeil C. Il sera donc égal au rapport des diftances focales de la lentille extérieure et de la lentille intérieure, c'eft-à-dire de la lentille placée près de l'oeil, comme cela a été démontré plus haut dans le cas de la lentille convexe combinée avec la lentille concave [7]). En effet, la démonftration donnée dans ce cas eft applicable également au cas que nous confidérons maintenant. Or, c'eft là la difpofition ordinaire dans les télefcopes à deux lentilles convexes par laquelle il fe fait que ceux qui ont la vue fans défaut voient clairement les objets fitués à grande diftance [9]).

D'ailleurs, comme auparavant, il reffort clairement de la confidération des figures dans chaque cas particulier fi l'image eft aperçue droite ou renverfée. Car là où les points N et D fe trouvent du même côté de l'axe AB, l'image apparaîtra droite, mais là où ces points fe trouvent de différents côtés de l'axe, elle fera renverfée, et il appert que l'un auffi bien que l'autre peut avoir lieu dans différents cas qu'il ne vaut pas la peine d'examiner à part.

---

[1]) C'est-à-dire, la disposition où l'oeil est placé à l'endroit où l'image de l'objectif est formée par l'oculaire. Consultez encore à ce propos les Prop. III et IV du Liv. III (pp. 255 et 259 du Tome présent) et de même les propositions de la troisième Partie de cette „Dioptrique", lesquelles traitent le télescope à deux verres convexes et le microscope composé.

[2]) Ces mots en italique furent ajoutés à une époque postérieure à celle où la copie de Niquet fut prise.

[3]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „At cum".

[4]) Aux lieux cités: „est".

[5]) Aux lieux cités le mot „rursus" se trouve intercalé.

[6]) Mots qui manquent aux lieux cités.

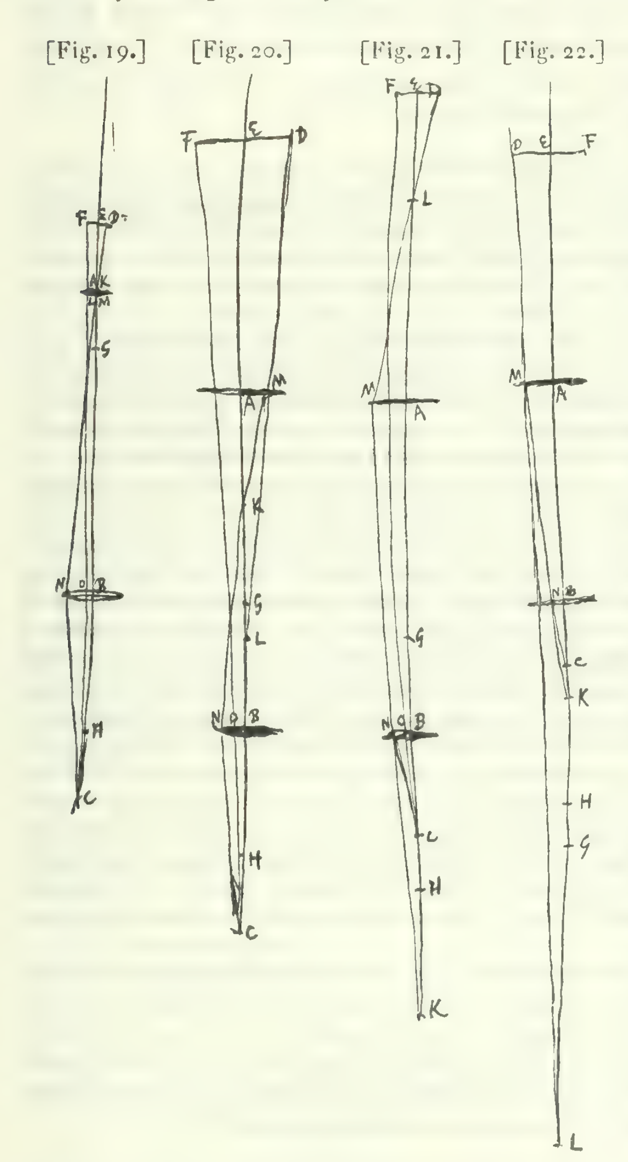
[7]) Voir la p. 191 du Tome présent, à commencer par les mots: „Notandum vero".

[8]) Aux lieux cités: „Et haec".

[9]) Huygens annota encore en marge à propos des figures 13—22: „an addendus casus cum ocularis ponitur in foco anterioris lentis?" (phrase qu'on retrouve dans la copie de Niquet). Mais il ajouta plus tard „nil opus". En effet, la figure qu'il ne manqua pas de dessiner, tout en la biffant ensuite, ne diffère de la fig. 14 que par la seule circonstance que le point G s'y trouve marqué dans l'intérieur de la lentille B.

[10]) Aux lieux cités „representetur".

tudinis apparentis ad veram componetur tantum ex rationibus HB ad HC et EC ad EL, quia ratio tertia AG ad GK jam eſt æqualitatis. Et hæc quidem oculi diſpoſitio utilis eſt in teleſcopijs ac microſcopijs [1]), quia magna rei viſæ pars uno intuitu ſic percipitur, totam lentem B complente imagine, *etiam ſi lentis A minima fuerit apertura* [2]).


[Fig. 19.] [Fig. 20.] [Fig. 21.] [Fig. 22.]

Quandocunque autem [3]) foco G [Fig. 20] lentis A cadente inter ipſam lentemque B, diſtantia GB æqualis *erit* [4]) BH, qua diſtat a lente B focus ſuus H: erit ratio [5]) apparentis ad veram magnitudinem rei longinquæ, ubicunque oculus C *in axe lentium* [6]) ponatur ea quæ AG ad GB, *hoc eſt ea quæ foci diſtantiarum lentis exterioris atque interioris ſive oculo proximæ* [6]), ſicut ante in compoſitione lentis convexæ cum cava oſtenſum eſt [7]). *Demonſtratio enim eadem quæ illic habetur etiam huic caſui accomodata eſt* [6]). *Hæc vero* [8]) ordinaria eſt teleſcopij ex duabus convexis diſpoſitio, qua nempe fit ut, qui nullo viſus vitio laborant, res remotas diſtincte contueantur [9]).

De cætero utrum erecto ſitu an everſo viſibile *ſpectetur* [10]), ex figuris cujuſque caſus hic quoque manifeſtum eſt. Nempe ubi puncta N et D reperiuntur ad eandem partem axis AB, erectum ſpectabitur viſibile; ubi vero ad contrarias axis partes, inverſum erit, atque apparet utrumque horum varijs caſibus contingere poſſe, de quibus ſingillatim inquirere operæ pretium non eſt.

Proposition VI.

Théorème [1]).

Lorsqu' un objet eſt vu à travers un nombre quelconque de lentilles, et qu'on intervertit les poſitions de l'oeil et de l'objet tandis que les lentilles demeurent en place, la grandeur apparente de l'objet ſera la même et l'image aura la même poſition, droite ou renverſée [2]).

---

[1]) Ce théorème fut mentionné pour la première fois dans une lettre à Kinner à Löwenthurn du 16 déc. 1653 (p. 261 du T. I). Comme Bosscha l'a remarqué (*Arch. Néerl.* 1e Sér. T. XXIX (1896), p. 394) il constitue bien certainement le premier théorème trouvé et publié (en 1703) qui s'applique à un système centré quelconque de lentilles et de plus il contient en germe toute la théorie d'un tel système. Pour le reconnaître il suffira de considérer (avec Bosscha) sur l'axe d'un système C...D, six points successifs A, B, C, D, E, F, dont C et D représentent les lentilles extrêmes, E l'image de A, F celui de B. Posons alors $AC = x$, $BC = x'$, $DE = y$, $DF = y'$. Si donc un objet de hauteur h est placé en A, l'oeil, que nous supposons se trouver en F, verra l'image formée en E sous un angle $Gh : (y' - y)$, lorsque G est l'agrandissement. Si, au contraire, le même objet se trouve en F, l'oeil en A, il se formera une image en B qui se montrera à l'oeil sous un angle $h : G'(x - x')$, lorsque G′ est l'agrandissement de l'image en F d'un objet qui se trouverait en B. Or, d'après le théorème de Huygens, ces deux angles sont égaux. On a donc $GG' = (y' - y) : (x - x')$.

Pour introduire ensuite dans cette équation les constantes du système, on pourra supposer que l'objet se trouve placé en C, contre l'objectif, que l'image se forme alors à une distance o_2 en arrière de D et que son agrandissement soit G_2. En introduisant ces deux constantes de l'appareil dans la formule au lieu de y' et de G', on aura $GG_2 = (o_2 - y) : x$. De même, si nous supposons que l'image se forme en D, la distance de l'objet à C sera une autre constante du système que nous désignons par o_1. Il en sera de même de l'agrandissement G_1 de l'image en D. On aura donc encore $GG_1 = -y : (x - o_1)$. De ces deux dernières équations on peut éliminer soit G, soit x, et arriver de cette manière à des formules de la forme $r + sx + cy + pxy = 0$ et $G = s + py$ qui suffisent pour résoudre tous les problèmes relatifs au lieu et à la grandeur des images, ou plus généralement à la marche d'un rayon à travers le système. Quant à la signification optique des constantes o_1, o_2, G_1 et G_2 et quelques autres considérations qui se rapportent à ce qui précède nous renvoyons à la note originale de Bosscha.

Voici, d'ailleurs, une démonstration du théorème de Huygens pour le cas général où l'indice de réfraction n et le rayon de courbure R des surfaces de densité égale varient continûment le long de l'axe.

Soient x et y les coordonnées cartésiennes des points d'un rayon, x étant compté le long de l'axe et y perpendiculairement sur lui. Soient P_{-1} $(x - \Delta x, y_{-1})$, P (x, y), P_{+1} $(x + \Delta x, y_{+1})$ trois points consécutifs du même rayon, où les indices sont n_{-1}, n, n_{+1}. Remplaçons d'abord la distribution continue de la matière transparente par une autre où l'indice change subitement à la surface de densité égale qui passe par P de la valeur $\frac{1}{2}(n_{-1} + n)$ à la valeur $\frac{1}{2}(n + n_{+1})$; on aura alors, négligeant les infiniment petits de second ordre:

$$\frac{1}{2}(n_{-1} + n)\left(\frac{y - y_{-1}}{\Delta x} + \frac{y}{R}\right) = \frac{1}{2}(n + n_{+1})\left(\frac{y_{+1} - y}{\Delta x} + \frac{y}{R}\right)$$

On en déduit ensuite par les substitutions:

[Propositio VI.]

Theorema [1]).

Si per lentes quotlibet viſibile conſpiciatur, ijſque manentibus oculus et viſibile viciſſim loca permutent. Eâdem hoc quâ prius magnitudine apparebit, ſimilique ſitu [2]).

$$y_{-1} = y - \frac{dy}{dx}\Delta x + \tfrac{1}{2}\frac{d^2y}{dx^2}(\Delta x)^2, y_{+1} = y + \frac{dy}{dx}\Delta x + \tfrac{1}{2}\frac{d^2y}{dx^2}(\Delta x)^2, n_{-1} = n - \frac{dn}{dx}\Delta x,$$

$$n_{+1} = n + \frac{dn}{dx}\Delta x,$$

l'équation différentielle:

$$\frac{d.\, n\, \frac{dy}{dx}}{dx} + \frac{y}{R}\frac{dn}{dx} = 0.$$

Soient maintenant P_1 et P_2 deux points de l'axe, x_1 et x_2 leurs coordonnées, $y = u$ et $y = v$ les équations de rayons passant respectivement par P_1 et par P_2; soit, de plus, u_2 la valeur de u pour $x = x_2$, c'est-à-dire, dans le voisinage du point P_2, v_1 celle de v dans le voisinage du point P_1.

Alors les grossissements g_1, d'un objet placé en P_2 et vu de P_1, et g_2, d'un objet en P_1 vu de P_2, seront:

$$g_1 = \left(\frac{du}{dx}\right)_1 : \frac{u_2}{x_2 - x_1}; \quad g_2 = -\left(\frac{dv}{dx}\right)_2 : \frac{v_1}{x_2 - x_1};$$

et on aura:

$$\frac{g_1}{g_2} = -\frac{v_1\left(\frac{du}{dx}\right)_1}{u_2\left(\frac{dv}{dx}\right)_2}$$

Or, puisque u et v satisfont à l'équation différentielle déduite plus haut, on trouve aisément:

$$v\frac{d.\, n\frac{du}{dx}}{dx} - u\frac{d.\, n\frac{dv}{dx}}{dx} = 0,$$

ou bien, en intégrant:

$$n\left(v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}\right) = C,$$

où C est une constante.

Aux voisinages des points P_1 et P_2 cette dernière formule se réduit respectivement à:

$$v_1\left(\frac{du}{dx}\right)_1 = \frac{C}{n_1}; \quad u_2\left(\frac{dv}{dx}\right)_2 = -\frac{C}{n_2};$$

donc $g_1 : g_2 = n_2 : n_1$; d'où résulte, pour $n_2 = n_1$, le théorème en question.

Voir encore sur ce théorème (en outre de la partie de l'Avertissement laquelle traite le Livre présent) l'Appendice IV (p. 240), qui en contient une vérification numérique par Huygens, datant de 1692. Ajoutons qu'on en rencontrera des applications remarquables aux Prop. III et IV du Liv. III, pp. 257 et 261; voir surtout la note 1 de la p. 256.

[2]) Plus tard Huygens souligna les deux mots „similique situ" et il ajouta en marge: „omittatur

Conſidérons d'abord le cas où une lentille unique A [Fig. 23—26] [1]) eſt placée entre l'oeil ſitué au point D et l'objet ſitué au point E. Je dis que ſi l'oeil eſt tranſporté en E et l'objet en D, tandiſque la lentille demeure en place, la grandeur apparente de l'objet ſera la même que lorſque l'oeil ſe trouvait au point D et l'objet au point E.

[Fig. 25.] [Fig. 26.]

En effet, ſoit O le foyer de la lentille A, c'eſt-à-dire le point qui correſpond aux rayons parallèles venant du côté de E. Prenons DP comme troiſième proportionelle aux deux grandeurs DO et DA, et portons DP du côté de O. Le point P eſt donc conjugué avec l'oeil qui ſe trouve au point D. C'eſt pourquoi, d'après la prop. II [2]), ou III [3]), ou IV [4]), lorſque l'oeil eſt placé en D, le rapport de la grandeur apparente de l'objet placé en E à ſa grandeur véritable ſera compoſé des rapports AO : OD et DE : EP. Pour ces mêmes raiſons, lorſque l'oeil ſera placé en E et l'objet en D, qu'on aura pris $A\omega = AO$ et $E\pi$ comme troiſième proportionelle aux deux grandeurs $E\omega$ et EA, le rapport de la grandeur apparente de l'objet placé en D à ſa grandeur véritable ſera compoſé des rapports $A\omega : \omega E$ et $ED : D\pi$.

Par conſéquent, comme dans les deux poſitions la grandeur véritable de l'objet eſt évidemment la même, il s'agit de démontrer que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable eſt le même dans les deux cas. En d'autres termes, il faut démontrer que le rapport compoſé des rapports AO : : OD et DE : EP, c'eſt-à-dire le rapport des rectangles AO, DE et OD, EP eſt égal au rapport compoſé des rapports $A\omega$: : ωE et $ED : D\pi$, c'eſt-à-dire au rapport des rectangles $A\omega$, ED et ωE, $D\pi$. Or, les premiers termes des deux rapports ſont égaux entre eux, c'eſt-à-dire le rectangle AO, DE eſt égal au rectangle $A\omega$, DE, vu que $AO = A\omega$; il ſuffit donc de faire voir que le rectangle OD, EP eſt égal au rectangle ωE, $D\pi$. Cela peut ſe faire comme ſuit. Comme $DO : DA = DA : DP$, on aura auſſi $DO : OA = DA : AP$, et, par permutation, $OD : DA = OA$ (ou ωA) : AP. Donc auſſi $OD : OA = \omega A : \omega P$. D'autre part, comme $E\omega : : EA = EA : E\pi$, nous aurons $E\omega : \omega A = EA : A\pi$ et, par permutation, $E\omega : EA = \omega A$ (ou OA) : $A\pi$, d'où réſulte $E\omega : \omega A = OA : O\pi$. Mais nous avions trouvé $\omega A : \omega P = OD : OA$. Nous avons donc, par la règle de la proportion dérangée [5]), $E\omega : \omega P = OD : O\pi$, et par conſéquent auſſi $E\omega : EP = OD : D\pi$. C'eſt pourquoi le rectangle $E\omega$, $D\pi$ eſt égal au rectangle EP, OD. Ce qu'il fallait démontrer.

forsan de situ quia in binis vitris longa est demonstr." On remarquera que, en effet, cette démonstration manque dans le texte; probablement elle n'a jamais été rédigée.

Primùm eſto lens unica A [Fig. 23—26] [1]), poſita inter oculum in D et viſibile in E. dico ſi oculus tranſeat in E et viſibile in D, lente A non mota, quod eadem ſic magnitudine ſpectabitur, atque cum oculus erat in D et viſibile in E.

[Fig. 23.] [Fig. 24.]

Sit enim O focus lentis A ſeu punctum quo pertinent radij paralleli venientes a partibus E. Et duabus DO, DA ſit tertia proportionalis DP ſumpta verſus O. Eſt igitur punctum P oculo in D conjugatum. Quapropter per propoſ. [II] [2]) aut [III] [3]) aut [IV] [4]), oculo in D conſtituto ratio magnitudinis apparentis ad veram viſibilis in E erit ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD et DE ad EP. Per hæc eadem, cum oculus ponetur in E et viſibile in D, ſumptâ Aω æquali AO, et duabus Eω, EA tertia proportionali Eπ, erit ratio magnitudinis apparentis ad veram viſibilis in D, compoſita ex rationibus Aω ad ωE et ED ad Dπ.

Itaque cum utraque poſitione vera magnitudo ſit prorſus eadem, oportet oſtendere rationem magnitudinis apparentis ad veram utrobique eandem eſſe. Hoc eſt rationem compoſitam ex rationibus AO ad OD et DE ad EP, quæ eſt ratio rectang. AO, DE ad rectang. OD, EP, eſſe eandem rationi compoſitæ ex rationibus Aω ad ωE et ED ad Dπ, hoc eſt rationi rectang. Aω, ED ad rectang. ωE, Dπ. Atqui priores termini rationum ſunt æquales, hoc eſt, rectang. AO, DE æquale rectang. Aω, DE, quoniam AO æqualis Aω, ergo opus tantum eſt oſtendere, quod rectang. OD, EP æquale rectang. ωE, Dπ. Quia ergo DO ad DA ut DA ad DP, erit et DO ad OA ut DA ad AP, et permutando OD ad DA ut OA ſive ωA ad AP; quare et OD ad OA ut ωA ad ωP. Rurſus cum ſit Eω ad EA ut EA ad Eπ erit Eω ad ωA ut EA ad Aπ, et permutando Eω ad EA ut ωA ſive OA ad Aπ, quare et Eω ad ωA, ut OA ad Oπ. Erat autem ut ωA ad ωP ita OD ad OA. Ergo ex æquali in perturbata proportione [5]) erit Eω ad ωP ut OD ad Oπ. ideoque et Eω ad EP ut OD ad Dπ. Quare rectang. Eω, Dπ æquale rectang. EP, OD, quod erat oſtendendum.

[1]) À propos de la fig. 23, Huygens annota en marge: „Cadat potius P intra E ut inversum spectetur. nam eadem est demonstr." C'est le cas de la fig. 26, qui fut dessinée plus bas sur la même feuille du manuscrit.

[2]) Voir la p. 175 du Tome présent.

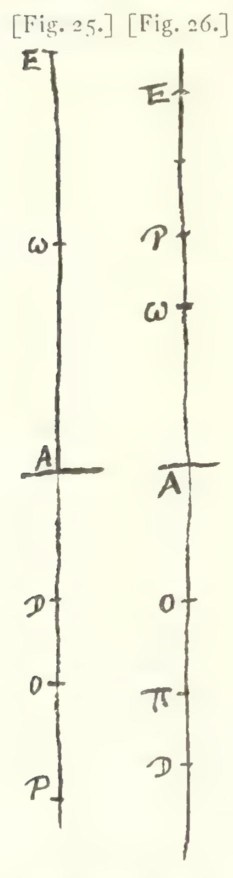
[3]) Voir la p. 181.

[4]) Voir la p. 185.

[5]) Voir la note 1, p. 103.

Quant à la queſtion de la poſition, c'eſt-à-dire, de ſavoir ſi l'image eſt droite ou renverſée, il eſt manifeſte ſi la lentille eſt concave [Fig. 24] que l'image ſera dans la même poſition dans les deux cas, vu que pour celui qui regarde à travers une lentille de cette eſpèce toutes les images ſont droites [1]). Mais ſi la lentille eſt convexe la démonſtration ſera la ſuivante.

[Fig. 25.] [Fig. 26.]



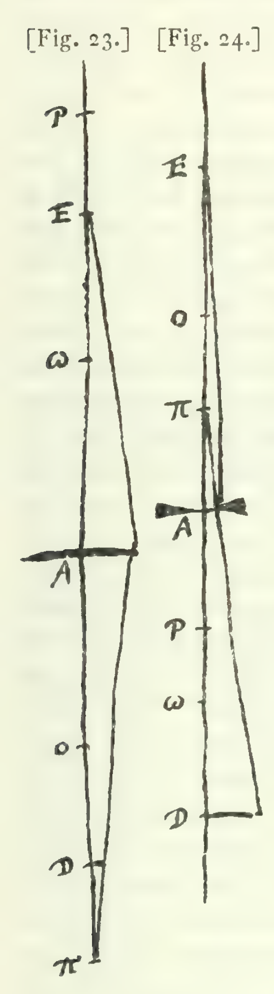
D'abord, ſi l'oeil eſt ſitué en D entre A et O [Fig. 25], il voit, d'après la prop. II [2]), d'un objet en E une image droite quelle que ſoit la diſtance AE. D'autre part, ſi l'oeil eſt tranſporté en E et l'objet en D, le point π [3]) conjugué avec l'oeil tombera au-delà de D, vu que Eω, EA et Eπ forment une proportion continue et que par conſéquent πA eſt plus grande que Aω ou que AO. C'eſt pourquoi l'image d'un objet en D ſera vue droite l'oeil étant placé en E [4]); de même que l'image d'un objet en E ſe trouvait être droite pour l'oeil placé en D.

Lorſqu' en ſecond lieu l'oeil eſt placé au point D en-dehors de AO [Fig. 23 et 26], le point conjugué P tombera de l'autre côté de la lentille. Et ſi l'image de l'objet ſitué en E eſt renverſée pour l'obſervateur dont l'oeil ſe trouve en D, la cauſe en eſt que E eſt ſitué au-delà de P [Fig. 26] [5]). Mais alors, vu que D eſt conjugué avec le point P (en effet, la conjugaiſon eſt réciproque), et que le point E eſt plus éloigné de la lentille que le point P, le point π qui eſt conjugué avec le point E tombera en-deçà du point D. Par conſéquent, du point E on verra une image renverſée des objets placés en D, de même qu'au point D on voit une image renverſée des objets placés en E. Mais ſi le point conjugué avec le point D eſt plus éloigné de la lentille que le point E [Fig. 23], c'eſt-à-dire ſi l'objet ſitué en E eſt aperçu droit par l'oeil placé en D, le point π, conjugué avec le point E, tombera pour la même raiſon au-delà de D. Par conſéquent, l'oeil en E apercevra alors une image droite de l'objet placé en D, ce qui était également le cas lorſque l'objet ſe trouvait en E et l'oeil en D. C'eſt ce qu'il fallait démontrer.

Conſidérons maintenant le cas de deux lentilles A et B [Fig. 27 et 28] [6]) et ſuppoſons que l'objet ſitué en E ſoit vu par l'oeil placé en C. Je dis qu'on apercevra une image de même grandeur ſi l'oeil eſt placé en E et l'objet en C. En effet, ſoit G le foyer de la lentille A et H celui de la lentille B, et K le point conjugué avec l'oeil placé en C par rapport à la lentille B, de ſorte que CH, CB et CK forment une proportion continue. Soit de même L le point conjugué avec le point K par rapport à la lentille A, de ſorte que KG, KA et KL forment une proportion continue. Par conſéquent, lorſque l'objet placé en E eſt regardé

De fitu vero, quod fimilis utrâque pofitione appareat, id quidem fi lens cava fit [Fig. 24] manifeftum eft, quoniam omnia per hanc fpectanti erecta apparent [1]). In convexa autem oftendetur in hoc modo.

[Fig. 23.] [Fig. 24.]



Primùm fi oculus in D inter A et O [Fig. 25] fitus fuerit, erectum confpicit vifibile in E quæcunque fuerit AE diftantia per prop. [II] [2]). Et viciffim tranflato oculo in E, vifibili in D, cadet punctum oculo conjugatum π [3]) ultra D quoniam in continua funt proportione Eω, EA, Eπ ideoque πA major quam Aω five AO. Ergo vifibile in D ex E fpectabitur erectum [4]), ficut in E ex D.

Rurfus pofito oculo in D extra AO [Fig. 23 et 26], cadet punctum conjugatum P ad alteram lentis partem. Et fi quidem vifibile in E inverfum fpectatur ex D, fit hoc quia E fitum eft ultra P [Fig. 26] [5]). Tunc vero quia puncto P conjugatum eft D, (eft enim conjugatio reciproca) et diftat punctum E ulterius à lente quam P, cadet punctum ipfi E conjugatum quod eft π, citra D. Ideoque ex E videbuntur quæ in D funt fitu everfo, ficut ex D quæ in E. Quod fi punctum ipfi D conjugatum ulterius à lente abfit quam E [Fig. 23], hoc eft fi vifibile in E oculo in D fpectatum fuerit erectum, cadet fimili ratione punctum π ipfi E conjugatum ultra D, atque idcirco erectum tunc confpicietur vifibile in D ex E, ficut et in E pofitum fpectabatur ex D. Quæ quidem erant oftendenda.

Proponantur nunc lentes duæ A et B [Fig. 27 et 28] [6]), fitque vifibile in E fpectatum oculo in C. Dico eâdem magnitudine fpectatum iri fi oculus in E ponatur et vifibile in C. Sit enim lentis A focus G et H lentis B et oculo in C conjugatum punctum K, pertinens ad lentem B, ut fint videlicet in continua proportione CH, CB, CK. Item puncto K conjugatum punctum fit L pertinens ad lentem A, ut fint in continua proportione KG, KA, KL. Itaque

[1]) Voir la „Prop. IV," p. 185.

[2]) Voir la p. 175 du Tome présent.

[3]) Ce point manque dans la figure.

[4]) C'est-à-dire, d'après la Prop. III dont la première partie est applicable, puisque AD < < AO < Aπ.

[5]) Comparez la seconde partie de la Prop. III, p. 181 du Tome présent.

[6]) De ces deux figures la première représente le cas de deux lentilles convexes, la seconde celui où l'une des lentilles est convexe et l'autre concave. Quant à l'annotation „fit potius E ultra γ", qu'on lit sur la seconde figure, il est à remarquer qu'une troisième figure fut dessinée où la condition indiquée est remplie; mais elle fut biffée depuis.

[Fig. 28.]

par l'oeil placé en C, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable eſt compoſé des rapports HB : HC, AG : GK et EC : EL, comme nous l'avons démontré à la propoſ. V [1]). De même, lorſque l'oeil eſt placé en E et l'objet en C, appelons γ le foyer de la lentille A et θ celui de la lentille B, et $\varkappa$ le point conjugué avec le point E par rapport à la lentille A, de ſorte que $E\gamma$, EA et $E\varkappa$ forment une proportion continue; appelons auſſi λ le point conjugué avec ce point $\varkappa$ par rapport à la lentille B, de ſorte que $\varkappa\theta$, $\varkappa B$ et $\varkappa\lambda$ forment une proportion continue. Le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable ſera compoſé alors des rapports $A\gamma : \gamma E$, $B\theta : \theta\varkappa$ et $CE : C\lambda$. Or, la vraie grandeur eſt la même dans les deux poſitions. Il s'agit donc de démontrer que le rapport compoſé des trois rapports que nous venons de nommer eſt égal à celui compoſé des trois rapports nommés plus haut. Or, le rapport compoſé des trois rapports nommés plus haut eſt égal à celui du ſolide HB, AG, EC au ſolide HC, GK, EL. Mais le rapport compoſé des trois rapports nommés en ſecond lieu eſt égal à celui du ſolide $A\gamma$, $B\theta$, CE au ſolide γE, $\theta\varkappa$, $C\lambda$. Et le ſolide HB, AG, EC eſt égal au ſolide $A\gamma$, $B\theta$, CE, vu que les lignes ſont égales deux à deux, ſavoir $HB = B\theta$ et $AG = A\gamma$, tandis que CE eſt la même dans les deux ſolides. Il ſuffira donc de faire voir que le ſolide HC, GK, EL eſt égal au ſolide γE, $\theta\varkappa$, $C\lambda$. C'eſt ce que nous démontrerons de la manière ſuivante. Vu que $CH : CB = CB : CK$, on aura auſſi $CH : CB = HB$ (ou $B\theta$) $: BK$, et, par conſéquent, $CH : HB = B\theta : \theta K$. De même, comme $\varkappa\theta : \varkappa B = \varkappa B : \varkappa\lambda$, on aura auſſi $\varkappa\theta : \varkappa B = \theta B$ (ou BH) $: B\lambda$, et, par conſéquent, $\varkappa\theta : B\theta = BH : H\lambda$. Mais nous avions $B\theta : \theta K = CH : BH$. D'après la règle de la proportion dérangée [2]), on aura donc $\varkappa\theta : \theta K = CH : H\lambda$. Donc auſſi $\theta\varkappa : \varkappa K = CH : C\lambda$ et, par permutation, $\theta\varkappa : CH = \varkappa K : C\lambda$. D'autre part, comme $E\gamma : EA = EA : E\varkappa$, on aura $E\gamma : EA = \gamma A$ (ou AG) $: A\varkappa$, et, par conſéquent, $E\gamma : \gamma A = AG : G\varkappa$. De même, comme $KG : KA = KA : KL$, nous aurons $KG : KA = GA$ (ou γA) $: AL$, et, par conſéquent, $KG : AG = \gamma A : \gamma L$. Or, nous avions $AG : G\varkappa = E\gamma : \gamma A$. Donc, d'après la règle de la proportion dérangée, nous aurons $KG : G\varkappa = E\gamma : \gamma L$. Donc auſſi $KG : K\varkappa = E\gamma : EL$ et, par permutation et inverſion, $E\gamma : KG = EL : K\varkappa$. Mais le rapport $EL : C\lambda$ eſt compoſé des rapports $EL : K\varkappa$ et $K\varkappa : C\lambda$, dont le premier $EL : K\varkappa$ eſt égal à $E\gamma : KG$, et le ſecond $K\varkappa : C\lambda$, comme nous l'avons démontré, à $\theta\varkappa : CH$. Le rapport

[Fig. 27.]

cum ex C conſpicitur viſibile in E poſitum, ratio apparentis ad veram magnitudinem eſt ea quæ componitur ex rationibus HB ad HC, AG ad GK et EC ad EL ut oſtenſum fuit propoſ. [V] [1]). Similiter poſito oculo in E et viſibili in C, et notato γ in foco lentis A, et θ in foco lentis B: et puncto $\varkappa$ ipſi E conjugato ad lentem A ut ſint in contin. prop. Eγ, EA, E$\varkappa$. et puncto λ conjugato ipſi $\varkappa$ ad lentem B ut ſint in contin. prop. $\varkappa\theta$, $\varkappa$B, $\varkappa\lambda$. componetur magnitudinis apparentis ad veram ratio, ex rationibus Aγ ad γE, Bθ ad $\theta\varkappa$ et CE ad Cλ. Eſt autem vera magnitudo utraque poſitione eadem. Igitur oſtendendum quod compoſita ex tribus hiſce rationibus eadem eſt compoſitæ ex tribus illis. Eſt autem ratio ex prioribus tribus compoſita quæ ſolidi ex HB, AG, EC ad ſolidum ex HC, GK, EL. At ratio ex tribus poſterioribus, ea quæ ſolidi ex Aγ, Bθ, CE ad ſolidum ex γE, $\theta\varkappa$, Cλ. Eſtque ſolidum ex HB, AG, EC æquale ſolido ex Aγ, Bθ, CE, quum lineæ ſingulæ ſingulis ſint æqualis, nempe HB ipſi Bθ, et AG ipſi Aγ et CE utrimque eadem. Igitur opus tantum erit oſtendere quod ſolidum ex HC, GK, EL æquale ſolido ex γE, $\theta\varkappa$, Cλ. Id vero ſic oſtendemus. Quoniam eſt CH ad CB ut CB ad CK, erit et CH ad CB ut HB ſive Bθ ad BK. ideoque ut CH ad HB ita quoque Bθ ad θK. Similiter cum ſit $\varkappa\theta$ ad $\varkappa$B ut $\varkappa$B ad $\varkappa\lambda$, erit et $\varkappa\theta$ ad $\varkappa$B ut θB ſive BH ad Bλ, ideoque $\varkappa\theta$ ad Bθ ut BH ad Hλ. Erat autem Bθ ad θK ut CH ad BH. Igitur ex æquo in prop.[e] perturbata [2]), erit $\varkappa\theta$ ad θK ut CH ad Hλ. Quare et $\theta\varkappa$ ad $\varkappa$K ut CH ad Cλ et permutando $\theta\varkappa$ ad CH ut $\varkappa$K ad Cλ. Rurſus quoniam Eγ ad EA ut EA ad E$\varkappa$, erit Eγ ad EA ut γA ſive AG ad A$\varkappa$, ideoque ut Eγ ad γA ita AG ad G$\varkappa$. Similiter quia KG ad KA ut KA ad KL, erit KG ad KA ut GA ſive γA ad AL, ideoque ut KG ad AG ita γA ad γL: et erat AG ad G$\varkappa$ ut Eγ ad γA: Ergo ex æquo in perturb. prop. erit KG ad G$\varkappa$ ut Eγ ad γL. Quare et KG ad K$\varkappa$ ut Eγ ad EL, et permutando et invertendo Eγ ad KG ut EL ad K$\varkappa$. Ratio autem EL ad Cλ componitur ex rationibus EL ad K$\varkappa$, et K$\varkappa$ ad Cλ, quarum EL ad K$\varkappa$ eadem eſt quæ Eγ ad KG; altera vero K$\varkappa$ ad Cλ eadem quoque oſtenſa fuit quæ $\theta\varkappa$ ad CH. Ergo ratio EL ad Cλ componetur ex rationibus Eγ ad KG et $\theta\varkappa$ ad CH, ac proinde eadem erit quæ rectang.[i] ſub Eγ, $\theta\varkappa$ ad rectang.[m] ſub KG, CH. Ideoque ſolidum

---

[1]) Voir les pp. 189 et 191 du Tome préſent.

[2]) Voir la note 1, p. 103.

[Fig. 29.] EL : Cλ sera donc compoſé des rapports Eγ : KG et $\theta\varkappa$ à CH, c'eſt-à-dire il ſera égal à celui du rectangle Eγ, $\theta\varkappa$ au rectangle KG, CH. Par conſéquent, le ſolide EL, KG, CH ſera égal au ſolide Cλ, Eγ, $\theta\varkappa$; ce qu'il fallait démontrer.

Et lorſqu'on veut conſidérer trois ou pluſieurs lentilles, on pourra en vérité donner une démonſtration ſemblable à celle qui précède.

Ainſi donc, lorſque nous voudrons examiner quelles ſont la grandeur et la poſition [1]) apparente des objets et déterminer ſi la viſion ſera diſtincte, on pourra obtenir des réponſes à ces trois queſtions [2]) en les poſant pour le cas où l'objet occupe la place de l'oeil et l'oeil réciproquement celle de l'objet. En effet, on pourra aiſément déduire toutes ces réponſes en conſidérant la marche et la flexion des rayons. Suppoſons, par exemple, que dans les figures propoſées [fig. 27 et 28] les rayons qui proviennent des différents points E de l'objet correſpondent au point $\varkappa$ après la réfraction due à la lentille A, et enſuite au point λ, lorſqu' ils ont traverſé la lentille B. On en conclura aiſément ſi pour un oeil placé en C la viſion eſt diſtincte ou non.

Proposition VII [3]).

Lorſque l'oeil et l'objet occupent des poſitions invariables, on apercevra une image droite, à quelque endroit qu'on place entre ces deux une lentille convexe dont la diſtance focale eſt plus grande que le quart de la diſtance de l'oeil à l'objet et l'image ſera la plus grande, lorsque la lentille ſera placée au milieu entre l'objet et l'oeil. Mais ſi la diſtance focale de la lentille ſera plus petite que le quart de la diſtance de l'oeil à l'objet, l'image ſera auſſi quelquefois renverſée, et cette image renverſée ſera la plus petite lorſque la lentille ſera placée au milieu de la diſtance conſidérée [4]).

Suppoſons l'oeil placé en D, l'objet en E et la lentille convexe en un point A quelconque entre ces deux. Soit O le foyer de la lentille et conſidérons d'abord [Fig. 29] une diſtance focale AO ſupérieure au quart de la diſtance DE. Il faut démontrer en premier lieu que l'image de l'objet placé en E ſera droite. Or, il y a un cas où cela

[1]) Comparez toutefois la note 2, p. 199.

[2]) Toutefois il est à remarquer que la réciprocité, indiquée dans la proposition quant au grossissement et à la position, n'existe nullement par rapport à la vision distincte. Ainsi p. e. dans le cas d'une seule lentille convexe l'objet placé au

ſub EL, KG, CH æquale erit ei quod ſub Cλ, Eγ, θϰ. quod erat oſtendendum.

Propoſitis vero tribus pluribuſve lentibus demonſtratio ad præcedentium ſimilitudinem conſcribi poterit.

Per hæc igitur quando de apparente viſibilium magnitudine et ſitu [1]), inquirere volemus, itemque an diſtincta futura ſit viſio, hæc tria [2]) ſimul cognoſcere poterimus, ſi eodem modo rationem ineamus ac ſi viſibile in oculi loco fuerit conſtitutum et hic viciſſim in illius locum ſucceſſerit. Omnia enim ex progreſſu flexuque radiorum facile apparent. Ut ex. gr. in fig. propoſit. [Fig. 27 et 28] quum radij ex ſingulis punctis E viſibilis promanantes poſt refractionem in lente A pertineant ad punctum ϰ; deinde vero poſtquam lentem B tranſierint, ad punctum λ, facile hinc colligetur utrum oculo in C diſtincta ſit futura viſio an ſecus.

[Propositio VII.] [3])

Manente oculo et viſibili quocunque loco inter utrumque lens convexa ſtatuatur cujus foci diſtantia major ſit quarta parte intervalli quod inter oculum et viſibile, erectum hoc conſpicietur; et maximum tunc apparebit, cum medio loco inter viſibile et oculum lens ſtatuetur. Si vero foci à lente diſtantia dicti intervalli quarta parte minor fuerit, etiam inverſum quandoque viſibile conſpicietur; eritque inverſarum ſpecierum minima, cum lens medium intervalli locum tenebit [4]).

Poſitus eſto oculus in D, viſibile in E, et lens convexa quovis loco inter utrumque ut in A, focus autem lentis ſit O, et diſtantia AO primum [Fig. 29] major quarta parte intervalli DE. Oſtendendum eſt imprimis quod viſibile in E

foyer sera vu distinctement partout à travers la lentille par un oeil accommodé pour l'infini; mais en plaçant l'oeil à ce même foyer on ne verra distinctement que les objets qui se trouvent près de l'autre foyer. En effet, comme Huygens l'indique à la fin de cet alinéa, il faut décider si la vision sera distincte ou non d'après la position de la dernière image.

3) Cette proposition et la suivante furent mentionnées par Huygens dans sa lettre à de Sluse du 12 octobre 1657 (p. 66 du T. II), comme faisant partie du traité sur la Dioptrique, rédigé par lui il y avait alors quatre ans.

4) Si nous posons $o + v = d$, où d représente la distance entre l'oeil et l'objet, la formule de la note 2, p. 177 peut s'écrire

$$g = \frac{fd}{fd - vo}.$$

Il est donc clair que pour obtenir un grossissement minimum ou maximum, f et $v + o = d$ étant données, il faut qu'on ait $v = o = \frac{1}{2}d$, et que l'image sera toujours droite quand on aura $f > \frac{1}{4}d$; mais qu' elle sera invertie dans la position du grossissement minimum pour $f < \frac{1}{4}d$.

[Fig. 32.] [Fig. 33.] eſt évident d'après la Prop. II [1]): c'eſt celui où la lentille eſt placée ſi près de l'oeil que ce dernier ſe trouve entre la lentille et ſon foyer [Fig. 31 et 32]. Mais lorſque la lentille ſera placée à plus grande diſtance de l'oeil [Fig. 30 et 33], la démonſtration ſera la ſuivante. Soit P le point conjugué avec l'oeil placé en D: pour trouver ce point il faut prendre une troiſième proportionnelle DP aux deux longueurs DO et DA. Prenons auſſi Aσ = AO. Alors, comme DO : DA = DA : DP, on aura DO : : DA = OA (ou Aσ) : AP et, par conſéquent, DO : OA = Aσ : : σP. Il s'enſuit que la ſomme de DO et σP n'eſt pas plus petite que celle de OA et Aσ. Mais cette dernière ſomme eſt plus grande que la moitié de DE, vu que chacune de ſes parties eſt ſupérieure au quart de DE. En y ajoutant encore OD et σP on voit donc que la diſtance totale DP doit être plus grande que DE. Par conſéquent, le point P conjugué avec l'oeil tombe au-delà de l'objet ſitué en E et l'image ſera donc néceſſairement droite d'après la Prop. III [2]).

Il faut démontrer enſuite que lorſque le point où eſt placé la lentille diviſe la diſtance DE en deux parties égales, l'objet ſitué en E donnera l'image la plus grande poſſible. Soit donc A, le point où la lentille eſt placée d'abord, ſitué au milieu entre D et E; et ſuppoſons enſuite que la lentille ſoit placée en un autre point α quelconque, plus près de l'oeil D, ou en un point β plus éloigné de l'oeil et à la même diſtance du point A. Ainſi, lorſque nous aurons fait voir que l'image eſt plus petite quand la lentille eſt placée en α que quand elle eſt placée en A, il s'enſuivra d'après la propoſition précédente qu'elle ſera également plus petite lorſque la lentille ſera placée en β. En effet, tranſporter la lentille de α en β équivaut à laiſſer la lentille elle-même en ſa place α, mais à faire changer de poſition l'oeil placé en D et l'objet placé en E. Or, dans le premier cas que nous avons ſuppoſé, la démonſtration ſera la ſuivante. Soit le point ω le foyer de la lentille placée en α; prenons $\alpha\lambda = \alpha\omega$ et ſoit π le point conjugué avec l'oeil placé en D [4]) par rapport à la lentille α, en d'autres termes ſoit Dπ la troiſième proportionnelle à Dω et Dα. Par conſéquent, pour un obſervateur qui regarde l'objet à travers la lentille placée en A, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable ſera compoſé des rapports AO : OD et DE : EP, d'après les prop. II et III [5]). Et pour un obſervateur qui regarde à travers la lentille placée en α, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable ſera com-

[Fig. 30.] [Fig. 31.] erectum conſpicietur. Hoc autem uno caſu [Fig. 31 et 32] manifeſtum eſt, ſcilicet ſi tam propinqua oculo lens collocetur, ut is inter ipſam et focum conſiſtat. per Theorem. [Prop. II] [1]). At cum ulterius [Fig. 30 et 33] ab oculo diſtabit ſic demonſtrabitur. Sit oculo in D punctum conjugatum P, faciendo nimirum ut duabus DO, DA ſit tertia proportionalis DP. et ſumatur ipſi AO æqualis Aσ. Ergo quoniam DO ad DA ut DA ad DP erit et DO ad DA ut OA ſive Aσ ad AP, quare et DO ad OA ut Aσ ad σP; itaque DO et σP ſimul ſunt non minores duabus ſimul OA, Aσ. Sed hæ ſimul duæ majores ſunt dimidia DE, cum ſint ſingulæ quarta parte majores, ergo additis OD et σP, erit tota DP major quam DE. Ergo punctum oculo conjugatum P cadit ultra viſibile in E, ideoque erectum hoc ſpectari neceſſe eſt per theor. [Prop. III] [2]).

Porro demonſtrandum quod cum locus lentis intervallum DE bifariam dividit maximum apparebit viſibile in E. Sit igitur A medium inter D et E, ubi primo lens conſtituta ſit, deinde et *alio quovis loco in α poſita intelligatur* [3]) oculo D propinquior; *vel in β tantundem ab oculo remotior. Quod ſi igitur poſita lente in α oſtendatur minus apparere viſibile quam eadem poſita in* A; *etiam poſita in β, minus apparebit ex prop. præc. quia nempe tranſponenda lente ex α in β idem fit ac ſi ipſa manente in α, oculus et viſibile invicem loca* D *et* E *permutent. Horum vero prius iſtud ſic oſtendemus. Sit ω punctum focus lentis in α poſitæ, et ſumatur $\alpha\lambda$ æqualis $\alpha\omega$, ſitque*, [4]) oculo in D conjugatum punctum π ad lentem in α pertinens, poſita nimirum duabus Dω, Dα tertia proportionali Dπ. Itaque ſpectando viſibile per lentem in A, ratio apparentis ad veram magnitudinem erit ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD et DE ad EP, per prop. [II et III] [5]) et inſpiciendo per lentem in α ratio magnitudinis apparentis ad veram componetur ex rationibus $\alpha\omega$ ad ωD et DE ad

[1]) Voir la p. 175 du Tome présent.

[2]) Voir la p. 181 du Tome présent.

[3]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent: „alius intelligatur situs ejus in α".

[4]) Aux lieux cités on trouve: „atque tum focus sit ω punctum. Dico visibile in E majus conspici per lentem in A constitutam quam in α. Sumatur enim $\alpha\lambda$ æqualis $\alpha\omega$. Et sit".

[5]) Voir les pp. 175 et 181 du Tome présent.

[Fig.32.][Fig.33.] poſé des rapports $\alpha\omega : \omega D$ et $DE : E\pi$. Or, la vraie grandeur eſt la même dans les deux poſitions, vu que nous avons admis que l'oeil et l'objet demeurent en place. Il s'agit donc de démontrer que le rapport compoſé des rapports $AO : OD$ et $DE : EP$, qui eſt auſſi celui du rectangle AO, DE au rectangle OD, EP eſt plus grand que le rapport compoſé des rapports $\alpha\omega : \omega D$ et $DE : E\pi$, c'eſt-à-dire que le rapport du rectangle $\alpha\omega$, DE au rectangle ωD, $E\pi$. Mais les premiers termes de ces rapports ſont égaux entre eux, c'eſt-à-dire le rectangle AO, DE eſt égal au rectangle $\alpha\omega$, DE, vu que $\alpha\omega = AO$. Il faut donc démontrer que le rectangle OD, EP eſt plus petit que le rectangle ωD, $E\pi$. Or, comme on a $AD = AE$ et $AO = A\sigma$, on aura auſſi $OD = \sigma E$. De même, comme $AO = \alpha\omega$, on aura, après avoir retranché [Fig. 30—32] ou ajouté [Fig. 33] des deux côtés la même grandeur αO, $\alpha A = O\omega$. De la même manière on verra que $\lambda\sigma$ eſt égale à $A\alpha$, partant auſſi à $O\omega$. Mais nous avons démontré un peu plus haut que $DO : OA = A\sigma : \sigma P$; il en réſulte que le rectangle DO, σP eſt égal au rectangle OA, $A\sigma$, c'eſt-à-dire au carré de OA. Et le rectangle DO, σE eſt égal au carré de OD, attendu que, comme nous l'avons démontré, σE eſt égale à DO. Par conſéquent l'excès du rectangle DO, σP ſur le rectangle DO, σE ou DO, EP eſt égal à l'excès du carré AO ſur le carré OD. En effet, il eſt certain que AO eſt plus grande que OD, parce que AO eſt plus grande que la quatrième partie de la longueur totale ED et, par conſéquent, plus grande auſſi que la moitié de AD. Et il eſt certain auſſi que le rectangle DO, σP eſt plus grand que le rectangle DO, σE; car, ſi O tombe entre A et D [Fig. 30 et 33], σ tombera entre A et E et P ſe trouvera devant la lentille et au-delà de l'objet placé en E, attendu que, comme nous l'avons démontré, l'image aperçue ſera droite. D'autre part, lorſque D ſe trouve entre A et O [Fig. 31 et 32], E tombe auſſi entre A et σ et P derrière la lentille. Par conſéquent, dans ces cas E eſt toujours ſitué entre σ et P, d'où il réſulte que σP eſt plus grande que σE et que le rectangle OD, σP ſurpaſſe donc le rectangle OD, σE. De plus, comme $D\omega : D\alpha = D\alpha : D\pi$, on aura auſſi $D\omega : D\alpha = \omega\alpha$ (ou $\alpha\lambda$) $: \alpha\pi$, d'où l'on tire $D\omega : \omega\alpha = \omega\alpha : \lambda\pi$. Par conſéquent, le rectangle $D\omega$, $\lambda\pi$ eſt égal au carré $\omega\alpha$. Or, dans le premier cas [Fig. 30] auſſi bien que dans le ſecond cas [Fig. 31], le rectangle ωD, $E\pi$ eſt égal à l'excès du rectangle ωD, $\lambda\pi$ ſur le rectangle ωD, λE [3]). Le même rectangle ωD, $E\pi$ eſt donc égal à l'excès du carré $\omega\alpha$ ou OA ſur

[Fig. 30.][Fig. 31.] Eπ. Est autem apparens [1]) magnitudo positione utrâque eadem, quoniam oculus et visibile manere dicuntur; Itaque ostendere oportet majorem esse rationem compositam ex rationibus AO ad OD et DE ad EP quæ est rectang.i AO, DE ad rectang. OD, EP, quam compositam ex rationibus $\alpha\omega$ ad ωD et DE ad Eπ, hoc est, quam rationem rectang.i $\alpha\omega$, DE ad rectang. ωD, Eπ. Priores autem rationum termini æquales sunt, rectang. scilicet AO, DE, rectang.o $\alpha\omega$, DE, quoniam Aω [2]) æqualis AO. Ergo ostendendum quod rectang. OD, EP minus est rectang.o ωD, Eπ. Quoniam igitur AD æqualis AE et AO æqualis Aσ, erit et OD æqualis σE. Item quia AO æqualis $\alpha\omega$ demtâ [Fig. 30—32] vel additâ [Fig. 33] communi αO erit αA æqualis Oω. Eadem ratione erit $\lambda\sigma$ ipsi Aα æqualis ac proinde quoque ipsi Oω. Quoniam ergo paulo ante ostensum fuit quod DO ad OA ut Aσ ad σP erit rectang. DO, σP æquale rectang.o OA, Aσ hoc est quadr.o OA. Et est rectang. DO, σE æquale quadr.o OD, quia σE æqualis ostensa est ipsi DO. Itaque excessus rectang.i DO, σP supra rectang. DO, σE hoc est rectang. DO, EP æquale excessui quadr.i AO supra qu.d OD. Etenim manifestum est quod AO excedit OD, quoniam AO major est quarta parte totius ED, ideoque major dimidiâ AD. et manifestum quoque quod rectang. DO, σP excedit rectang. DO, σE, nam si O cadit inter A, D [Fig. 30 et 33], cadet σ inter AE; et P ante lentem ultraque visibile in E, quoniam erectum conspici ostensum fuit. Rursus cum D inter A, O [Fig. 31 et 32], etiam E inter Aσ, et P cadit post lentem. Semper ergo his casibus E inter σ et P situm est, unde major σP quam σE, et proinde rectang. OD, σP excedit rectang. OD, σE. Porro quoniam Dω ad Dα ut Dα ad Dπ, etiam Dω ad Dα ut $\omega\alpha$ sive $\alpha\lambda$ ad $\alpha\pi$, unde et Dω ad $\omega\alpha$ ut $\omega\alpha$ ad $\lambda\pi$, Ergo rectang. Dω, $\lambda\pi$ æquale qu. $\omega\alpha$. Est autem in primo et secundo casu [Fig. 30 et 31] rectang. ωD, Eπ æquale excessui rectang.li ωD, $\lambda\pi$ supra rectang. ωD, λE [3]). Ergo idem rectang. ωD, Eπ æquale excessui quadrati $\omega\alpha$, hoc est qu.i OA supra rectang. ωD, λE. In tertio

[1]) Lisez: „vera".
[2]) Lisez: „$\alpha\omega$".
[3]) Puisque, dans ces deux cas, des trois points E, λ et π, les points extrêmes sont λ et π.

[Fig. 32.] [Fig. 33.]

le rectangle ωD, λE. Mais dans le troiſième et le quatrième cas [Fig. 32 et 33] le rectangle ωD, Eπ eſt égal à la ſomme des deux rectangles ωD, $\lambda\pi$ et ωD, λE [1]). Par conſéquent, le même rectangle ωD, Eπ eſt ici égal à la ſomme du rectangle ωD, λE et du carré $\omega\alpha$ ou OA. Or, il a été démontré que le rectangle DO, EP eſt égal à l'excès du carré OA ſur le carré OD. Il en réſulte que dans le troiſième et le quatrième cas le rectangle DO, EP eſt plus petit que le rectangle ωD, Eπ, ce qu'il fallait démontrer. Mais dans le premier et le ſecond cas la même choſe peut ſéparément être démontrée de la manière ſuivante. Vu que dans le premier cas [Fig. 30] $D\omega < DO$, on aura $\omega O : D\omega > \omega O : DO$, ou $\sigma\lambda : \sigma E$. En effet, nous avons fait voir que $DO = E\sigma$, et que $O\omega = \sigma\lambda$. On a donc, par compoſition, $OD : D\omega >$ $> \lambda E : E\sigma$. C'eſt pourquoi le rectangle OD, Eσ ou le carré OD ſera plus grand que le rectangle Dω, λE. L'excès du carré AO ſur le carré OD eſt donc plus petit que celui du même carré AO ſur le rectangle Dω, λE. Mais le rectangle OD, EP était égal au premier de ces deux excès, et le rectangle ωD, Eπ au ſecond. Le premier rectangle eſt donc inférieur au deuxième. Et dans le deuxième cas [Fig. 31], attendu que $D\omega > DO$, on aura $D\omega : O\omega > DO : O\omega$, ou $\sigma E : \sigma\lambda$. On obtient donc, par converſion de ces rapports, $\omega D : DO < \sigma E : E\lambda$, et, par conſéquent, rectang. DO, Eσ, ou carré DO > rectang. ωD, Eλ. Nous en conclurons, de la même maniére que dans le cas précédent, que le rectangle OD, EP eſt inférieur au rectangle ωD, Eπ. Ce qu'il fallait démontrer.

Et dans le cinquième cas, celui où O tombe en D [Fig. 34] [2]), le point σ coïncide auſſi avec E. Pour un

---

[1]) Puisqu'ici E et π sont les extrêmes. Remarquons que le cas où les extrêmes sont E et λ ne peut pas se rencontrer dans la supposition, énoncée dans la première partie de la proposition, que la distance focale excède la quatrième partie de la distance entre l'objet et l'oeil.

Soit, pour le montrer, a la distanceDA, $a-f$ la distance DO (f la distance focale) et x la distance αA. Nous tenons compte ici et dans ce qui suit de la direction positive ou négative des segments, comme nous l'avons indiqué dans la note 1, p. 98 du Tome présent. On trouve alors $DE = 2a$, $D\lambda = a - x + f$, $\lambda E = a + x - f$,

[Fig: 30.] [Fig. 31.] autem et quarto casu [Fig. 32 et 33] rectang. ωD, Eπ æquale duobus simul rectang.° ωD, λπ et rectang. ωD, λE [1]); Ergo hic idem rectang. ωD, Eπ æquale est rectang. ωD, λE cum qu. ωα hoc est cum qu. OA. Ostensum autem quod rectang. DO, EP æquale excessui quadr.ⁱ OA supra qu. OD. Apparet itaque in tertio et quarto casu quod rectangulo ωD, Eπ minus est rectangulum DO, EP, quod erat demonstr. In primo autem et secundo casu separatim idem ostendetur hoc modo. Quoniam in primo [Fig. 30] est Dω minor quam DO, erit major ratio ωO ad Dω quam ωO ad DO, hoc est quam σλ ad σE. ostensum enim quod DO ∞ ∞ Eσ. quodque Oω ∞ σλ. Itaque componendo major ratio OD ad Dω quam λE ad Eσ. Quare majus erit rectang. OD, Eσ hoc est qu. OD quam rectang. Dω, λE. Unde minor est excessus quad.ⁱ AO supra quad. OD, quam ejusdem qu.ⁱ AO supra rectang. Dω, λE. Erat autem priori horum excessuum æquale rectang. OD, EP, alteri vero æquale rectang. ωD, Eπ. Ergo illud quàm hoc minus est. In secundo autem casu [Fig. 31] quoniam Dω major est quam DO, erit major ratio Dω ad Oω quam DO ad Oω. hoc est quam σE ad σλ. Proinde per conversionem rationis erit minor ratio ωD ad DO quam σE ad Eλ, ideoque rectang. DO, Eσ hoc est qu. DO majus rectang.° ωD, Eλ: unde reliqua similiter concludemus ut in casu præcedente. nempe quod rectang. OD, EP minus est rectangulo ωD, Eπ. Quod demonstrare oportebat.

Quinto autem casu cum O incidit in D [Fig. 34] [2]),

$D\omega = a - x - f$, $D\pi = (a - x)^2 : (a - x - f)$, d'où l'on déduit $\lambda\pi = f^2 : (a - x - f)$ et $E\pi = (x^2 + 2af - a^2) : (a - x - f)$. Or, puisqu'on a $f > \frac{1}{4} DE = \frac{1}{2} a$, les numérateurs des expressions pour $\lambda\pi$ et πE auront toujours le même signe, tandis que les dénominateurs sont les mêmes; donc $\lambda\pi$ et $E\pi$ auront la même direction; ce qui exclut le cas où λ et E seraient les points extrêmes.

[2]) Il s'agit ici du cas intermédiaire entre ceux des figures 32 et 33. En effet, quand D et O se confondent, on trouve facilement que E et π sont les extrêmes des trois points E, λ, π. Ainsi la transition du cas de la fig. 30 à celui de la fig. 31 (où λ et π sont les extrêmes dans les deux figures, mais où la situation de D et O diffère) ne peut pas se faire directement d'une manière continue, mais seulement en passant successivement par les cas des figures 33 et 32. Consultez encore, sur la transition entre les cas des figures 30 et 33, 32 et 31, les notes 2, p. 214, et 5, p. 215.

[Fig. 35.]

observateur qui regarde à travers la lentille placée en A, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable eſt alors égal à ED : DA, c'eſt-à-dire à 2, d'après la prop. II [1]). Mais ſi l'on regarde à travers la même lentille tranſportée en α, le rapport en queſtion eſt égal, comme plus haut, à celui du rectangle $\alpha\omega$, DE au rectangle ωD, Eπ. Or, dans le cas préſent le rectangle $\alpha\omega$, DE eſt égal au double du carré $\alpha\omega$, attendu que DE $=$ 2 AO $=$ 2 $\alpha\omega$. Et le rectangle ωD, Eπ eſt égal à la ſomme du rectangle ωD, $\lambda\pi$ et du rectangle ωD, λE, dont le premier (ωD, $\lambda\pi$) ſeul, d'après ce que nous avons démontré, eſt égal au carré $\alpha\omega$. Par conſéquent, le rectangle $\alpha\omega$, DE eſt plus petit que le double du rectangle ωD, Eπ. Il en réſulte que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable eſt inférieur à 2, la valeur qu'avait ce rapport lorſque la lentille ſe trouvait en A.

Enfin, ſi ω coïncide avec D [Fig. 35] [2]), le rapport de la grandeur de l'image à celle de l'objet eſt compoſé, comme précédemment, des rapports AO : OD et DE (ou ωE) : EP, lorſque la lentille eſt placée en A, mais lorſque la lentille eſt placée en α, ce rapport ſera égal à Eω : $\omega\alpha$ d'après la prop. II [1]). Or, le rapport Eω : $\omega\alpha$ eſt compoſé des rapports Eω : EP et EP : $\omega\alpha$, dont le dernier (EP : $\omega\alpha$) eſt inférieur à AO : OD. En effet, nous avons démontré dans ce qui précède que Pσ : σA (ou $\omega\alpha$) $=$ AO : OD [3]). Et PE $<$ Pσ, attendu que E tombe entre P et σ, comme nous l'avons également démontré plus haut [4]). Le rapport compoſé des rapports Eω : EP et EP : $\omega\alpha$ eſt donc plus petit que celui qui ſe compoſe des rapports ωE : EP et AO : OD. Le rapport de la grandeur de l'image à celle de l'objet, lorſque la lentille eſt placée au point α, eſt donc plus petit que lorſqu' elle ſe trouve en A [5]).

Suppoſons maintenant que la diſtance AO [Fig. 36] qui ſépare la lentille de ſon foyer ſoit moindre que la quatrième partie de l'intervalle DE qui eſt celui de l'objet à l'oeil. Il s'agit donc de démontrer en premier lieu que la lentille peut être placée en un point tel que l'image paraît renverſée [6]). Comme

---

[1]) Voir l'avant-dernier alinéa de la p. 179 du Tome préſent.

[2]) Il s'agit du cas intermédiaire entre le cas de la figure 30 et celui de la figure 33. Dans ce cas le point π s'éloigne à l'infini et ne peut plus ſervir dans la démonſtration.

[3]) Voir le premier alinéa de la p. 209.

[4]) Voir la p. 211.

[Fig. 34] etiam σ cadit in E. Et tum quidem per lentem in A poſitam inſpiciendo apparentis magnit.is ad veram ratio eſt ea quæ ED ad DA per prop. [II] [1]) hoc eſt, dupla. At inſpiciendo per eandem tranſpoſitam in α, dicta ratio ut antè eſt ea quæ rectang. αω, DE ad rectang. ωD, Eπ. Eſt autem hic rectang. αω, DE æquale duplo qu. αω, quia DE dupla AO, vel αω. Et eſt rectang. ωD, Eπ æquale rectang. ωD, λπ una cum rectang. ωD, λE quorum ſolum rectang. ωD, λπ oſtenſum fuit æquale qu. αω. Itaque rectangulum αω, DE, minus eſt quam duplum rectang. ωD, Eπ. Et minor proinde jam ratio apparentis ad veram magnitudinem quam dupla, qualis erat poſitâ lente in A.

Denique ſi ω incidat in D [Fig. 35] [2]), erit ratio augmenti poſitâ lente in A, ut in præcedentibus ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD et DE ſive ωE ad EP. at lente poſitâ in α ratio augmenti erit ea, quæ Eω ad ωα per prop. [II] [1]). Componitur autem ratio Eω ad ωα ex rationibus Eω ad EP et EP ad ωα, quarum EP ad ωα minor eſt quam AO ad OD. Nam oſtenſum fuit in præcedentibus quod Pσ ad σA ſeu ωα ſicut AO ad OD [3]); et eſt PE minor quam Pσ quia E cadit inter P et σ, ut oſtenſum itidem eſt ſuperius [4]). Itaque compoſita ex rationibus Eω ad EP et EP ad ωα minor eſt compoſitâ ex rationibus ωE ad EP et AO ad OD. Hoc eſt ratio augmenti poſita lente in α minor quam cum eadem ponitur in A [5]).

Eſto nunc diſtantia AO [Fig. 36] quæ eſt inter lentem et focum, minor quarta parte intervalli DE quod inter viſibile et oculum. Itaque primum oſtendere oportet quod lens eo loco poni poteſt ut inverſum conſpiciatur viſibile [6]). Quoniam ergo AO minor eſt

[5]) Le cas intermédiaire entre ceux des figures 31 et 32 n'est pas traité. Dans ce cas les points E et λ se confondent; mais alors aucun des points entrant dans les démonstrations ne s'éloigne à l'infini et les démonstrations du deuxième et du troisième cas sont également applicables avec des modifications bien évidentes.

[6]) D'après la formule de la note 4, p. 207, il est clair que l'image sera invertie toutes les fois qu' on aura $fd < vo$. Posons donc $v = \frac{1}{2}d + \varepsilon$, $o = \frac{1}{2}d - \varepsilon$, où ε désigne la distance $A\alpha$ de la lentille au point A qui se trouve au milieu du segment $DE = d$. La condition s'écrit alors:

$$\varepsilon^2 < (\tfrac{1}{4}d - f)\,d,$$

conforme à celle, $A\alpha^2 < \frac{1}{4}DE^2 - AO.DE$, du texte.

AO eſt inférieure au quart de DE, le rectangle AO, DE ſera excédé d'une certaine quantité par le quart du carré DE, c'eſt-à-dire par le rectangle DAE. Prenons une longueur Aα dont le carré ſoit moindre que cette quantité, et plaçons la lentille en α. Je dis que l'image de l'objet placé en E ſera renverſée. En effet, ſuppoſons les autres conſtructions faites comme dans les cas précédents. Vu que DE eſt alors diviſée en deux parties égales par le point A et en deux parties inégales par le point α, le carré Aα ſera égal à l'excès du rectangle DAE ſur le rectangle DαE. Mais le même carré Aα eſt plus petit que l'excès du rectangle DAE ſur le rectangle DE, AO, d'après notre conſtruction. Ce dernier excès eſt donc plus grand que le précédent, et, par conſéquent, rectang. DE, AO < rectang. DαE. C'eſt pourquoi le rapport DE : Eα eſt plus petit que le rapport αD : AO (ou $\alpha\omega$). Et, par converſion, ED : Dα > αD : Dω. Mais πD : Dα = αD : Dω. Par conſéquent, πD < ED. Or, π eſt le point conjugué avec le point D, où ſe trouve l'oeil, par rapport à la lentille placée en α. L'image de l'objet ſera donc néceſſairement renverſée d'après la prop. III [1]). C'eſt ce qu'il fallait démontrer. Par conſéquent, la lentille, pour donner une image renverſée, pourra également être placée au-delà du point milieu A dans un intervalle égal à celui où elle peut être placée en-deçà de ce point. C'eſt ce qui eſt évident d'après le théorême . . . [2]).

Or, on peut faire voir de la manière ſuivante que la lentille, placée préciſément au point milieu A, donne auſſi des images renverſées. Les longueurs DO, DA et DP forment une proportion continue, où DO > $\frac{1}{2}$DA, attendu que AO < $\frac{1}{2}$DA. Il en réſulte que DA eſt plus grande que $\frac{1}{2}$ DP, et par conſéquent DP < DE. Or, P eſt le point conjugué avec le point où ſe trouve l'oeil, par rapport à la lentille placée en A. Par conſéquent, dans cette poſition la lentille donne une image renverſée de l'objet placé en E.

Reſte à faire voir que l'image aperçue à travers la lentille placée au point milieu A eſt plus petite que l'image aperçue à travers la lentille placée en α. Cela ſera démontré lorſque, contrairement à ce qui a été prouvé antérieurement, nous aurons fait voir que le rectangle OD, EP eſt plus grand que le rectangle ωD, Eπ. Comme le point P tombe ici entre σ et E [3]), le rectangle OD, EP ſera égal à l'excès du rectangle OD, σE ſur le rectangle OD, σP, c'eſt-à-dire à l'excès du carré OD ſur le carré OA. En effet, nous avons démontré plus haut [4]) que le rectangle OD, σE eſt égal au carré OD, et le rectangle OD, σP au carré AO. Mais le rectangle ωD, Eπ ſera égal à l'excès du rectangle ωD, λE ſur le rectangle ωD, $\lambda\pi$, c'eſt-à-dire à l'excès du rectangle ωD, λE ſur le carré AO. En effet, nous avons démontré également [4]) que le rectangle ωD, $\lambda\pi$ eſt égal au carré $\alpha\omega$ ou AO. Or, le carré OD eſt plus grand que le rectangle ωD, λE: cela ſe démontre de la même manière que dans le premier des cas précé-

[1]) Voir la p. 181 du Tome préſent.

[Fig. 36.] quartâ parte DE, ſuperabitur rectang. ſub AO, DE à $\frac{1}{4}$ quadrati DE hoc eſt a rectang.^{o} DAE certo exceſſu. Ponatur autem Aα cujus quadr. iſto exceſſu minus ſit, et conſtituatur lens in α. dico inverſam exhibitum iri viſibilis in E ſpeciem. Sint enim reliqua conſtructa ut in caſibus prioribus. Quia igitur DE bifariam æqualiter ſecta eſt in A et inæqualiter in α, erit quadr. Aα æquale exceſſui rectang.^{i} DAE ſupra rectang. DαE. Idem vero quadratum Aα minus eſt exceſſu rectang.^{i} DAE ſupra rectang. ſub DE, AO ex conſtr. Itaque hic exceſſus quam ille major eſt, ideoque rectang. ſub DE, AO minus erit rectang.^{o} DαE. Quare minor ratio DE ad Eα quam αD ad AO ſeu $\alpha\omega$. Et per converſionem rationis major ratio ED ad Dα quam αD ad Dω. Sed eſt πD ad Dα ut αD ad Dω. Ergo πD minor eſt quam ED. Eſt autem π punctum oculo in D conjugatum ad lentem in α. Itaque per prop. [III] [1]) inverſum apparere neceſſe eſt viſibile. quod erat oſtendendum. Poterit ergo et ultra medium A lens conſtitui ut inverſam ſpeciem exhibeat, tanto quidem intervallo, quanto citerior eſſe poteſt; idque conſtat per [Theor. . .] [2]).

At in ipſo A medio conſtitutam inverſa quoque viſui offerre ſic fiet manifeſtum. Quoniam ſcilicet in continua ſunt proport.^{e} DO, DA, DP, eſtque DO major dimidiâ DA, quia AO eſt minor dimidia DA, erit et DA major dimidia DP, ideoque DP minor quam DE. Eſt autem P punctum oculo conjugatum ad lentem in A. Ergo et hìc inverſum exhibet viſibile in E poſitum.

Supereſt ut oſtendatur minus ſpectari viſibile per lentem in A medio poſitam, quam per eandem in α. De quo conſtabit ſi contra quam in præcedentibus oſtenſum fuerit quod rectang. OD, EP majus eſt rectang. ωD, Eπ. Quum igitur hic cadat P inter σ et E [3]), erit rectang. OD, EP æquale exceſſui rectang. OD, σE ſupra rectang. OD, σP, hoc eſt exceſſui qu.^{i} OD ſupra qu. OA; nam rectang. OD, σE ſuperius [4]) æquale oſtenſum fuit qu. OD, et rectang. OD, σP æquale qu. AO. Rectang. verò ωD, Eπ, æquale erit exceſſui rectang. ωD, λE ſupra rectang. ωD, $\lambda\pi$; hoc eſt, exceſſui rectang. ωD, λE ſupra qu. AO, nam oſtenſum quoque fuit [4]), quod rectang. ωD, $\lambda\pi$ æquale qu. $\alpha\omega$ ſive AO. Eſt autem qu. OD majus rectang.^{o} ωD, λE, nam hoc eodem modo

[2] Il s'agit d'un théorème que nous donnerons plus loin, p. 237, comme Appendice II au Livre présent. Ce théorème fait suite dans la leçon primitive à la Prop. VI (p. 199 du Tome présent); mais il fut biffé et on ne le rencontre pas à cette place dans la copie de Niquet; consultez toutefois la note 3, p. 222.

[3]) Employant les notations de la note 4, p. 207, on aura $\mathrm{DP} = \dfrac{\frac{1}{4}d^2}{\frac{1}{2}d - f} > (\frac{1}{2}d + f) = \mathrm{D}\sigma$.

[4]) Voir la p. 211 du Tome présent.

dents [1]). Par conſéquent l'excès du carré OD ſur le carré OA, c'eſt-à-dire le rectangle OD, EP, eſt plus grand que l'excès du rectangle ωD, λE ſur le carré OA, c'eſt-à-dire que le rectangle ωD, Eπ. Ce qu'il fallait démontrer.

[Fig. 37.]

Proposition VIII.

Suppoſons l'oeil et l'objet ſitués en des points fixes et une lentille concave placée entre eux: plus cette lentille ſera proche du point milieu entre l'oeil et l'objet, plus auſſi l'image ſera petite. Elle aura les plus petites dimenſions, lorſque la lentille ſera placée préciſément au point milieu [2]).

Suppoſons [Fig. 37] l'objet placé en E, l'oeil en D, et ſoit M le point milieu de l'intervalle DE. Plaçons d'abord la lentille concave en A entre M et D, et enſuite en α, entre A et D, de telle manière que la diſtance αM ſoit plus grande que AM. Il faut démontrer que l'image de l'objet ſitué en E ſera plus petite lorſqu'on regarde par la lentille placée en A que lorſque celle-ci ſe trouve en α. Soit O le point de diſperſion de la lentille placée en A, et ω celui de la lentille placée en α. Et conſtruiſons la figure entière de la même manière que celle qui correſpond au théorème précédent [4]). Par conſéquent la même manière de raiſonner nous conduira à dire qu'il ſuffit de démontrer que le rectangle OD, EP eſt plus grand que le rectangle ωD, Eπ, tandis que dans le cas précédent il devait être plus petit [5]). Comme DA $<$ AE, et AO $=$ Aσ, la ſomme de DA et de AO, c'eſt-à-dire DO, ſera plus petite que celle de AE et de Aσ, c'eſt-à-dire que Eσ. Mais les trois longueurs Aα, Oω, $\sigma\lambda$ ſont manifeſtement égales entre elles, comme auparavant. Et de même les rectangles DO, σP et ωD, $\lambda\pi$ ſont chacun égal, comme plus haut [5]), au carré AO. Mais ici l'excès du rectangle OD, σE ſur le rectangle OD, σP eſt égal au rectangle OD, EP; et l'excès du rectangle ωD, λE ſur le rectangle ωD, $\lambda\pi$ eſt égal au rectangle ωD, Eπ. Il faut donc démontrer que le premier excès eſt plus grand que le ſecond, ce qui ſera établi dès que nous aurons fait voir que le rectangle OD, σE eſt plus grand que le rectangle ωD, λE : en effet, nous avons dit que les rectangles OD, σP et ωD, $\lambda\pi$ ſont égaux entre eux. Comme Dω $<$ DO, on aura Oω : ωD $>$ Oω : OD. Mais ce dernier rapport eſt également plus grand que $\sigma\lambda$: σE ; en effet, nous avons dit que $\sigma\lambda = $ Oω, et σE $>$ DO. Par conſéquent, Oω : ωD $>$ $\sigma\lambda$: σE. Et, par compoſition, OD : Dω $>$ λE : Eσ. C'eſt pourquoi le rectangle OD, Eσ eſt auſſi plus grand que le rectangle Dω, λE, ce qui reſtait à démontrer.

oſtenditur quo in caſuum præcedentium primo [1]); Ergo exceſſus qu. OD ſupra qu. OA, hoc eſt rectang. OD, EP majus eſt exceſſu rectang. ωD, λE ſupra quadr. OA, hoc eſt rectangulo ωD, Eπ. quod erat oſtendendum.

[Propositio VIII.]

Manente oculo et viſibili, ſi lens cava inter utrumque conſtituatur, quò propinquior erit loco inter oculum et viſibile medio, eo minorem hujus ſpeciem efficiet, et minimam omnium cum medium tenebit ipſum [2]).

Eſto viſibile in E poſitum [Fig. 37], oculus in D, ſitque *punctum* [3]) M intervalli DE medium; Et primum lens cava conſtituatur in A inter M et D, deinde autem in α, inter A, D, ita ut diſtantia αM major ſit quam AM. Oportet oſtendere quod minor erit ſpecies viſibilis in E per lentem in A ſpectati quam per eandem in α. Sit O punctum diſperſus lentis in A. Sed ω cum eſt in α. Et omnia ſimiliter conſtruantur ac in theorem. præcedenti [4]). Itaque eâdem argumentandi ratione devenietur eo, ut oſtendere oporteat rectang. OD, EP majus eſſe rectang.º ωD, Eπ, cum illic oſtenſum fuerit minus [5]). Quia ergo DA minor eſt quam AE, et AO æqualis Aσ; Erit utraque ſimul DA, AO hoc eſt DO minor utrâque AE, Aσ, hoc eſt Eσ. Tres autem hæ Aα, Oω, $\sigma\lambda$ manifeſtò inter ſe ſunt æquales, ſicut et in præcedentibus. Itemque rectang.m DO, σP et rectang. ωD, $\lambda\pi$ ut illic [5]) ſingula æqualia qu.º AO. Eſt autem hic exceſſus rectang.i OD, σE ſupra rectang. OD, σP æqualis rectang. OD, EP: et exceſſus rectang.i ωD, λE ſupra rectang. ωD, $\lambda\pi$ æqualis rectang. ωD, Eπ. Ergo oſtendendum eſt quod exceſſus ille quam hic major eſt; quod erit manifeſtum ſi oſtendatur rectang. OD, σE majus rectang.º ωD, λE. cum rectang.a OD, σP et ωD, $\lambda\pi$ inter ſe æqualia dicta ſint. Quia ergo Dω minor eſt quam DO erit major ratio Oω ad ωD quam Oω ad OD. Sed hæc etiam major eſt quam $\sigma\lambda$ ad σE; nam dictum eſt quod $\sigma\lambda$ æqualis Oω: quodque σE major quam DO. Ergo major ratio Oω ad ωD quam $\sigma\lambda$ ad σE. Et componendo, major OD ad Dω quam λE ad Eσ. Quamobrem majus quoque rectang. OD, Eσ rectangulo Dω, λE, quod reliquum erat oſtendere.

---

1) Voir la p. 213.

2) Poſant DE $= o + v = d$, on a d'après la formule de la note 2, p. 185:

$$g = \frac{fd}{fd + ov}.$$

Le groſſiſſement ſera donc minimum quand ov eſt maximum pour $o + v$ donné, c'eſt-à-dire, quand on aura $o = v$; et ſi l'on poſe $o = \frac{1}{2}d - \varepsilon$, $v = \frac{1}{2}d + \varepsilon$, il eſt clair, qu'il diminue avec ε.

3) Les mots en italique manquent dans la leçon primitive et dans la copie de Niquet.

4) Conſultez les pp. 209 et 211 du Tome préſent.

5) Voir la p. 211.

Mais si l'on prend un intervalle égal à MA et situé de l'autre côté du point milieu M, et qu'on place la lentille à l'extrémité de cet intervalle, l'image aura la même grandeur que lorsqu' on regarde à travers la lentille placée en A, comme nous l'avons fait voir à la prop... [1]) Il est evident en outre que l'image sera d'autant plus petite que la lentille est située à une plus petite distance du point milieu M. Il en résulte enfin que l'image est la plus petite lorsque la lentille est placée précisément au point milieu M. Ce qu'il fallait démontrer.

Proposition IX.

Théorème [2]).

Si la distance de l'oeil à une lentille convexe demeure invariable et que l'oeil est situé entre la lentille et son foyer, l'image apparaîtra d'autant plus petite que l'objet sera placé à une plus grande distance. Mais si la distance de l'oeil à la lentille est plus grande que la distance focale, l'objet en s'éloignant paraîtra devenir plus grand, aussi longtemps que l'image est droite; mais dès que l'image sera devenue renversée sa grandeur diminuera lorsqu'on continue à éloigner l'objet. Et si l'oeil est situé au foyer de la lentille, l'image aura toujours la même grandeur, quelle que soit la distance de l'objet à la lentille [3]).

Prenons les mêmes notations que précédemment et servons nous des résultats obtenus là où il était question de l'agrandissement apparent produit par une seule lentille convexe [4]). En premier lieu, comme le point conjugué P, lorsque l'oeil est placé derrière la lentille à une distance inférieure à la distance focale [5]), tombe en-deçà de la lentille et de l'oeil, il est clair qu' alors plus on éloigne l'objet MN plus aussi la longueur AB diminuera: en effet, NBP est une ligne droite; mais DA, la distance de l'oeil à la lentille, demeure la même par hypothèse; l'angle ADB devient donc plus petit lorsque l'objet s'éloigne; c'est pourquoi l'image doit devenir plus petite.

Lorsque, au contraire, l'oeil est placé à une distance de la lentille supérieure à la distance focale [7]), et que le point P tombe donc au delà de la lentille, il est évident que, aussi longtemps que l'image de l'objet MN est droite, c'est-à-dire aussi long-

---

[1]) Voir le théorème mentionné dans la note 2, p. 217.

[2]) On trouve encore en marge l'annotation suivante: „Ordo theorematum sit hic. Primum de augmento lentium singularum" [Voir les Prop. II, p. 175, III, p. 181 et IV, p. 185] „Tum de duarum" [Prop. V, p. 187] „et telescopio" [Voir la note 3, p. 186, là où il s'agit du cas du télescope]. „Tum de lentibus quotcunque interpositis" [Prop. VI, p. 199]. „Tum de æquali ab oculo vel visibili distantia et maximo minimoque in

Quod ſi verò ipſi MA intervallo ad alteram partem *punƈti* medij M æquale ſumatur, ac in eo lens conſtituatur. Eâdem magnitudine cernetur viſibile atque per lentem in A, ut oſtenſum eſt propoſ... [1]) Proinde conſtat tanto exilius conſpici quanto propior erit lens *punƈto* medio M. Ex quo denique manifeſtum eſt, minimum conſpici viſibile cum in ipſo M punƈto lens conſtituitur. Quæ fuere demonſtranda.

[Propositio IX.]

Theorema [2]).

Manente diſtantia oculi à lente convexa, ſi inter lentem et focum oculus ſitus ſit, quo magis viſibile removebitur eo minori conſpicietur magnitudine. Si vero ultra focum oculus à lente diſtet, abſcedens viſibile augebitur, quamdiu erectum apparet; inde vero ſi porro removeatur decreſcet inverſa imago. Quod ſi in foco lentis constitutus fuerit oculus, quacunque viſibilis à lente diſtantiâ, eâdem ſemper magnitudine cernetur [3]).

Ponantur quæ in præcedenti; nempe in quo de augmento unius lentis convexæ [4]). Primum itaque quoniam oculo citra focum à lente diſtante, punƈtum conjugatum P cadit poſt lentem et oculum [5]), manifeſtum eſt quo magis viſibile NN [6]) removebitur, eo minorem fore AB; reƈta enim duƈta eſt NBP, verum DA diſtantia oculi à lente eadem manere ponitur; ergo minuitur angulus ADB recedente viſibili, quapropter minui ſpeciem ejus neceſſe eſt.

Oculo autem ultra focum remoto [7]), quoniam punƈtum P cadit ante lentem, apparet quamdiu viſibile NN [6]) ereƈtum ſpeƈtatur, hoc eſt, quamdiu non ultra

---

medio" [Voir les Prop. VII, p. 207 et VIII, p. 219]. „Tum theorema quod hic juxta positum est" [Voir la note 3, p. 222]. „Tum denique quod est in fine hujus pag.æ" [Prop. X, p. 223].

Ajoutons que cette annotation se retrouve dans le manuscrit de Niquet. Elle doit donc dater d'avant 1666.

[3]) Employons les notations des notes 2, p. 177 et 181; il est évident alors que la grandeur de l'image, étant proportionnelle au grossissement g et inversement proportionnelle àla distance $o + v$, dépendra dans les trois cas de la valeur du facteur:

$$\frac{f}{vf - vo + of},$$

où v doit être considérée comme la seule variable, et il est bien facile de déduire, à l'aide de cette expression, les résultats formulés dans la proposition présente; toutefois, ici, les considérations géométriques du texte mènent encore plus simplement au but désiré.

[4]) Il s'agit des Prop. II (p. 175) et III (p. 181) du Livre présent.

[5]) Voir la fig. 3, p. 176, où l'oeil se trouve en D, et où O est le foyer.

[6]) Lisez MN.

[7]) Voir la fig. 5, p. 182.

temps que cet objet n'eſt pas plus éloigné de la lentille que le point P, AB ſera d'autant plus grande que l'objet ſera moins éloigné du point P. L'angle ADB augmentera donc en même temps, attendu que la diſtance AD eſt invariable. Mais dès que l'image ſera devenue renverſée [1]), ce qui aura lieu lorſque l'objet aura dépaſſé, en s'éloignant, le point P, AB deviendra d'autant plus petite que l'objet ira plus loin, et il en ſera par conſéquent de même de l'angle ADB.

Et lorſque l'oeil eſt placé au foyer même de la lentille [2]), aucun point conjugué ne pourra être trouvé, ainſi que nous l'avons dit, mais la droite NB deviendra parallèle à l'axe EA. Quelle que ſoit la diſtance de l'objet, AB a donc la même grandeur, et l'angle ADB auſſi. On apercevra donc toujours une image de même grandeur. Ce qu'il fallait démontrer.

Proposition X [3]).

Théorème.

Si la diſtance d'une lentille convexe à l'objet demeure invariable et que l'objet ſe trouve entre la lentille et un de ſes foyers, l'image ſera d'autant plus petite que l'oeil ſera plus éloigné de la lentille. Mais ſi l'objet ſe trouve à une diſtance de la lentille ſupérieure à la diſtance focale, l'image grandira, tant qu'elle eſt droite, lorſque l'on éloigne l'oeil de la lentille. Mais dès que l'image ſera devenue renverſée, elle deviendra plus petite lorſqu'on continue à éloigner l'oeil. Et ſi l'objet ſe trouve au foyer de la lentille, l'image aura la même grandeur quelle que ſoit la diſtance de l'oeil à la lentille.

La démonſtration de cette propoſition eſt évidente: il ſuffit d'appliquer à notre théorème ce qui a été dit [4]) de la permutation mutuelle des endroits où ſont ſitués l'oeil et l'objet.

---

[1]) Voir la fig. 6, p. 183.

[2]) Voir la fig. 4, p. 178.

[3]) Entre cette proposition et celle qui précède le manuscrit que nous suivons, et de même la copie de Niquet, intercalent: „Intercedit Theorema. Manente distantia visibilis ab oculo,

P diſtat; tanto majorem fore AB quanto propius ad P viſibile acceſſerit. Ergo tanto major quoque fiet angulus ADB, quia diſtantia AD non mutatur. Sed poſtquam everſo ſitu ſpectari ceperit [1]), remotum videlicet ultra punctum P, quanto ulterius ibit tanto minor fiet AB, ideoque et angulus ADB.

Poſito autem oculo in foco lentis ipſo [2]), nullum inveniri punctum conjugatum diximus, ſed rectam duci NB axi EA parallelam, igitur quacunque viſibilis diſtantia æquè magna eſt AB ideoque et angulus ADB. Quare ejuſdem ubique magnitudinis viſibile conſpicietur. Quæ fuerant demonſtranda.

[Propositio X.] [3])

Theorema.

Manente diſtantia lentis [convexæ] ab aſpectabili, ſi fuerit hoc lenti propius quam focus ſuus; quo magis oculus à lente diſtabit, eo minori magnitudine conſpicietur. Si vero ultra focum à lente diſſitum fuerit aſpectabile removendo oculum à lente, augebitur quandiu erectum apparebit. Inde vero ſi porro receſſerit oculus, everſa ſpecies diminuetur. Quod ſi ad focum lentis ſitum ſit, quacunque oculi à lente diſtantia æquali magnitudine conſpicietur.

Cujus demonſtratio evidens eſt, ſi id quod modo de permutatione loci mutua inter oculum et rem viſam dictum fuit [4]), applicetur Theoremati.

&c." Il n'est presque pas douteux qu'il s'agit du théorème mentionné dans la note 2, p. 217. Mais ce théorème ne serait pas bien placé au lieu indiqué ici par Huygens, puisqu' il s'en est déjà servi dans les propositions VII (voir la note citée) et VIII (voir la note 1, p. 220) qui précèdent. Ainsi il était mieux à sa place là où il se trouvait primitivement, c'est-à-dire, immédiatement après la Prop. VI; mais puisqu'il fut biffé et que, de plus, les phrases en italique de la p. 209 prouvent que Huygens se proposait de s'en passer, nous avons préféré le reléguer à un appendice (voir la p. 237).

4) Voir la Prop. VI, p. 199 du Tome présent.

Proposition XI [1]).

Théorème [2]).

[Fig. 38.]

Si, au lieu de prendre une lunette composée de deux lentilles, l'une convexe et l'autre concave, on adapte à l'oeil un corps construit d'une matière solide et transparente et possédant une surface convexe et une surface concave, ce corps agrandira les objets lointains dans la même proportion que la lunette composée de deux lentilles. C'est-à-dire, le rapport de la grandeur apparente de l'image à celle de l'objet sera égal au rapport de la distance focale de la surface convexe à la distance du foyer de cette surface à la surface concave, contre laquelle se trouve l'oeil.

Soit AM [Fig. 38] la surface convexe d'une lunette de ce genre, construite d'une pièce, et N le centre de courbure de cette surface. Soit en outre BQ la surface concave, et P son centre de courbure. Supposons que G soit le foyer de la surface AM, c'est-à-dire le point de concours de rayons incidents parallèles, et R le point de dispersion de la surface BQ pour des rayons parallèles se mouvant à l'intérieur du corps solide. Soit de plus DED un objet visible situé à grande distance. Nous devons donc démontrer que lorsque l'oeil est appliqué à la surface B, l'objet DED est augmenté dans le rapport AG : GB [4]).

Supposons d'abord que l'oeil, situé en C, ne soit pas encore proche de la surface BQ et construisons une quatrième proportionnelle CK à CR, CP et CB, d'après la prop. XII [5]). Comme alors des rayons partis du point C correspondraient au point K après avoir été réfractés à la surface BQ, réciproquement les rayons qui, à l'intérieur du corps transparent solide, se dirigent vers le point K, correspondront au point C après avoir été réfractés à la surface B. De la même manière il arrivera, si l'on construit une quatrième proportionnelle KS aux trois lon-

[1]) Les considérations qui suivent, et qui ont amené la proposition présente, ont leur origine dans la théorie du grossissement des lunettes exposée par Descartes dans le „Discours septiesme" de sa Dioptrique „Des moyens de perfectionner la vision" (voir les p. 155—160 du T. VI de l'édition récente des Oeuvres de Descartes par Adam et Tannery).

Cette théorie, vague et erronée, se fonde en premier lieu sur l'examen du cas où le tuyau

[Propositio XI.] [1])

Theorema [2]).

Si loco conſpicilli duarum lentium ejuſmodi adaptetur ex ſolido materiæ diaphanæ fruſto, cujus altera ſuperficies convexa ſit altera cava, eâdem proportione viſibilia augebit longinqua, atque conſpicillum duarum lentium. Scilicit augmenti ratio ea erit, quæ diſtantiæ ſuperficiei convexæ à foco ſuo ad diſtantiam foci à cava, cui oculus admotus eſt.

Eſto talis ſpecilli continui ſuperficies convexa AM [Fig. 38], ex ſphæra cujus N centrum. Superficies vero BQ cava centro P. Et focus ſuperficiei AM ſeu concurſus parallelorum ſit G punctum. at R punctum diſperſus ſuperficiei BQ *radiorum parallelorum qui intra ſolidum feruntur* [3]). Porro viſibile longinquum ſit DED. Itaque oſtendendum cum oculus ſuperficiei B applicabitur ea proportione viſibile DED augeri, quam habet AG ad GB [4]).

Ponatur prius oculus in C non adhuc ſuperficiei BQ prope admotus, et tribus hiſce CR, CP, CB, ponatur quarta proportionalis CK, ſecundum prop. [XII] [5]). Ergo quoniam radij ex C puncto ſi egrederentur, refracti in ſuperf. BQ pertinerent ad punctum K, ideo viciſſim qui intra diaphani ſoliditatem ita feruntur ut tendant ad K, pertinebunt poſt refractionem in ſuperf. B ad punctum C.

de la lunette serait rempli entièrement d'une matière réfringente homogène bornée par deux surfaces courbes, l'oeil étant placé devant l'une d'elles.

C'est dans une lettre du 2 avril 1654 à Grégoire de St. Vincent qu'on rencontre dans la Correspondance la première allusion à la proposition présente; on y lit (p. 281 du T. I) „In reliqua autem Cartesij explicatione et præsertim ubi ad telescopij venit demonstrationem plurima mihi quoque improbantur. Seposui ad tempus quæ in hac materia conscripta habeo."

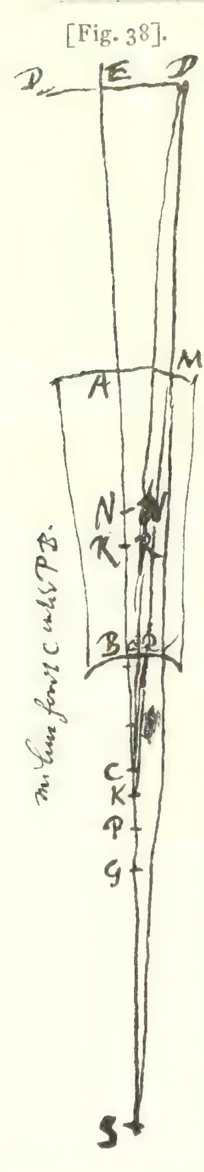
[2]) Huygens annota plus tard en marge: „Omittatur hæc vel paucioribus demonstretur. debebat dicí BG esse distantiam puncti dispersus parallelorum a parte G venientium ad cavum BQ. estque BG ∞ $\frac{1}{2}$ BR." Nous reviendrons sur cette annotation dans la note 3, p. 227.

[3]) Les mots en italiques manquent dans la leçon primitive et dans la copie de Niquet.

[4]) C'est là, en effet, la valeur de l'agrandissement dans le cas de deux lentilles dont les distances focales coïncident avec celles des surfaces AM et BQ, quand l'oeil se trouve à l'intersection de l'axe et de la surface de la lentille concave. Pour s'en convaincre il suffit de consulter la note 3 de la page 192, ou bien de considérer que, d'après la Prop. I du Livre présent (p. 173), l'agrandissement ne dépend pas de la lentille concave contre laquelle l'oeil est appliqué, mais seulement de la lentille convexe. Il est donc égal, d'après la première partie de la Prop. II, p. 175, au rapport de la distance focale AG à la distance BG du foyer à l'oeil.

[5]) Voir la p. 41 du Tome présent.

[Fig. 38].



gueurs KG, KN et KA, que les rayons qui se dirigent vers le point S et qui sont réfractés à la surface AM, se dirigent vers le point K. Tirons la droite DS qui coupe la surface AM au point M, et ensuite la droite MK qui coupe la surface BQ en Q. Joignons aussi les points Q et C. Et que la droite DC coupe la surface BQ en O. Par conséquent, le rayon provenant du point D de l'objet et qui se meut selon la droite DM, sera réfracté au point M de manière à se diriger vers le point K, mais après avoir été réfracté une deuxième fois en Q, ce rayon parviendra à l'oeil situé en C. Il est donc établi que le point D est aperçu au point Q de la surface BQ : tandis que ce point serait vu en O si, au lieu de la lunette, il n'y avait qu'une seule surface B, où n'aurait lieu aucune réfraction. Le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable, lorsque l'oeil est placé en C, est donc égal au rapport QB : OB. Mais le rapport QB : OB est composé des rapports QB : MA, MA : ED et ED : : OB qui sont respectivement égaux aux rapports KB : KA, SA : : SE et EC : BC. Or, le rapport composé des rapports SA : SE et EC : BC est égal à celui que composent les rapports SA : BC et EC : SE. Le rapport QB : OB sera donc composé des rapports KB : KA, SA : BC et EC : ES. Mais le rapport composé des rapports KB : KA et SA : BC est égal au rapport composé des rapports KB : BC et SA : KA, et le rapport EC : ES est égal à l'unité, attendu que nous supposons l'objet DED situé à grande distance. Par conséquent le rapport QB : OB est composé des rapports KB : BC et SA : KA. Mais comme, par construction, CR : CP = CB : CK, on aura PR : RC = KB : BC. De même, comme KG : KN = KA : KS, il s'ensuit NG : GK = SA : AK. Le rapport QB : OB sera donc composé des rapports PR: RC et NG : GK, l'oeil étant toujours placé en C. Mais lorsque l'oeil est supposé très-voisin de la surface BQ, le point C tombera en B, et le point K également en B; en ce cas le rapport PR : RC (ou RB) sera donc égal à l'indice de réfraction [1]), et, par conséquent, aussi au rapport AG : NG [2]). Mais le rapport NG : GK deviendra NG : GB. Le rapport QB : OB, qui est celui de la grandeur apparente à la grandeur véritable, sera donc alors composé des rapports AG : NG et NG : : GB; il sera donc égal à AG : GB. Ce qu'il fallait démontrer.

Il est nécessaire toutefois que la courbure de la surface BQ ait une valeur déterminée pour que la vision soit distincte [3]). Mettant cela de côté, l'agrandissement serait, en effet, absolument le même, soit qu'on suppose cette surface plus ou moins concave soit qu'on la suppose plane ou même convexe, si seulement

eâdem ratione ſi tribus hiſce KG, KN, KA collocetur quarta proportionalis KS, fiet ut radij ad punctum S tendentes refractique in ſuperficie AM tendant ad punctum K. Jungatur DS ſecans ſuperf. AM in M. deinde MK ſecans ſuperficiem BQ in Q, et connectatur QC. *Recta vero DC ſecet ſuperficiem BQ in O.* Itaque radiorum ex puncto viſibilis D is qui fertur ſecundum rectam DM, flectetur ab M verſus K, ſed iterum refractus in Q perveniet ad oculum in C. Quare conſtat in puncto Q ſuperficiei BQ ſpectari punctum D: quod ſpectaretur in O ſi loco ſpecilli, una tantum ſuperficies B poneretur refractionis expers. Eſt igitur ratio magnitudinis apparentis ad veram oculo in C conſtituto, ea quæ QB ad OB. Ratio autem QB ad OB compoſita eſt ex rationibus QB ad MA; et MA ad ED; et ED ad OB. quæ ſunt eædem rationibus KB ad KA; SA ad SE; et EC ad BC. Et eſt ratio compoſita ex rationibus SA ad SE, et EC ad BC, eadem compoſitæ ex rationibus SA ad BC et EC ad SE. Itaque ratio QB ad OB componetur ex rationibus KB ad KA, SA ad BC, et EC ad ES; ratio autem compoſita ex rat.s KB ad KA et SA ad BC eſt eadem compoſitæ ex rat. KB ad BC et SA ad KA, reliqua vero EC ad ES eſt ratio æqualitatis, quoniam viſibile DED longinquum ponitur. Ergo ratio QB ad OB compoſita ex ratione KB ad BC et SA ad KA. Quia verò ex conſtr. eſt CR ad CP ut CB ad CK, erit PR ad RC ut KB ad BC. Item quia KG ad KN ut KA ad KS erit NG ad GK ut SA ad AK. Igitur ratio QB ad OB componetur ex rat.s PR ad RC et NG ad GK, oculo adhuc in C conſtituto. Cum vero ſuperficiei BQ oculus contiguus ponetur cadet C in B, item K in B, *quare tunc* erit ratio PR ad RC ſeu RB eadem quæ eſt refractionis [1]), ac proinde eadem rationi AG ad NG [2]). Ratio vero NG ad GK erit NG ad GB. Ergo tunc ratio QB ad OB, quæ eſt ratio magnitudinis apparentis ad veram erit compoſita ex rat.s AG ad NG et NG ad GB hoc eſt, erit ea quæ AG ad GB; quod erat demonſtr.

Oportet autem ſuperficiem BQ certa ratione cavam eſſe ſi diſtincta viſio requiritur [3]). Nam alioqui etſi magis minuſve cava eſſet, aut plana aut convexa quoque, idem prorſus contingeret augmentum, ſi modo oculus prope admotus ponatur.

---

[1]) Voir la Prop. XI, p. 41 du Tome présent.

[2]) Voir la Prop. VIII, p. 33.

[3]) Cette condition exige, pour un oeil accommodé pour l'infini, que le foyer G de la surface convexe AM coïncide avec le point de dispersion des rayons parallèles venant du côté S et tombant sur la surface concave BQ. Or, posant n pour l'indice de réfraction, on aura alors, d'après la Prop X, p. 39, $BG = n . BP : (n - 1)$; mais d'autre part $BR = BP : (n - 1)$, d'après la Prop. XI, p. 41. On aura donc dans ce cas $BG = n . BR$, c'est-à-dire, pour le verre: $BG = \frac{3}{2} BR$.

Si nous revenons maintenant à l'annotation citée dans la note 2, p. 225, il devient évident que Huygens se propose de simplifier la démonstration en se bornant au cas de la vision distincte dans lequel on aura, en effet, $BG = \frac{3}{2} BR$ ou, plus généralement, $BG = n . BR$.

l'oeil est supposé voisin de la surface. Car on pourra démontrer toujours de la même manière que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable est égal au rapport AG : GB.

Cependant ces conclusions ne sont nullement d'accord avec la théorie par laquelle Descartes essaie d'expliquer l'invention du télescope en nous amenant à considérer un corps tubulaire solide de cette conformation. Car il veut que la surface concave soit telle qu'elle fasse changer de direction les rayons provenant des divers points de l'objet, après qu'ils auront traversé la surface extérieure du corps tubulaire, et qu'elle les dirige vers l'oeil de façon qu'ils semblent provenir de points situés à plus petite distance. Et il affirme que le rapport de la distance de ces points plus proches à la distance de l'objet lui-même est égal au rapport [1]) de la grandeur apparente à celle qu'on apercevrait à l'oeil nu [2]). Comment cela pourrait-il être vrai, attendu que pour les yeux des vieillards la construction des télescopes doit être telle que les rayons, en atteignant l'oeil, soient convergents ou au moins parallèles, mais non pas telle que ces rayons semblent provenir d'un point plus rapproché? Et l'on sait pourtant que les images s'agrandissent non moins pour les vieillards que pour ceux qui ont la vue bonne.

Il y a encore cela d'absurde dans l'explication de Descartes: il dit que tous les objets sont vus agrandis parce que les rayons provenant des divers points de ces objets se croisent à la surface extérieure convexe du corps tubulaire, tandisque, si ce corps était absent, ils se croiseraient dans la pupille de l'oeil [3]). Or, s'il y avait une surface plane ou concave au lieu de la surface convexe, il y aurait là néanmoins un semblable croisement des rayons. Ainsi tous les objets devraient être également vus agrandis lorsque le tube est retourné. Mais cela est en contradiction avec ce qui a été démontré plus haut et de plus avec l'expérience.

[1]) Il s'agit en vérité du rapport réciproque.

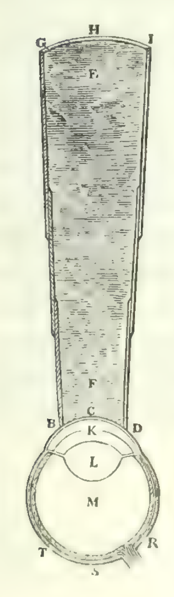
[2]) Voir le passage, d'ailleurs difficile à comprendre, qu'on trouve à la p. 158 du lieu cité dans la note 1, p. 224 et qui débute comme il suit: „Puis de rechef, que ces mesmes rayons," [venant d'un même point de l'objet] „en sortant de ce tuyau se plient & se redressent en telle sorte qu'ils puissent entrer dans l'oeil tout de mesme que s'ils n'auoient point du tout esté pliés, mais seulement qu'ils vinssent de quelque lieu qui fust plus proche. Et ensuite, que ceux qui viendront de diuers points, s'estant croisés dés l'entrée de ce tuyau, ne se decroysent point à la sortie, mais qu'ils aillent vers l'oeil en mesme façon que s'ils venaient d'un obiet qui fust plus grand, ou plus proche."

[3]) Allusion au passage suivant qui se trouve p. 155—157 du lieu cité dans la note que nous venons de mentionner: „Il ne reste plus qu' vn autre moyen pour augmenter la grandeur des images, qui est de faire que les rayons qui viennent de diuers points de l'obiet, se croisent plus loin qu'il se pourra du fonds de l'oeil; mais il est bien, sans comparaison, le plus important & le plus considerable de tous. Car c'est l'vnique qui puisse seruir pour les obiets inacces-

Nam ſemper eadem demonſtratione oſtendetur magnitudinis apparentis ad veram, eſſe rationem eandem, quæ AG ad GB.

Hiſce vero nequaquam conſentiunt ea quibus Carteſius Teleſcopij inventum explicare contendit, ſimilem huic tubum proponens ſolidum. Vult enim cavam ſuperficiem ejuſmodi eſſe ut radios à ſingulis viſibilium punctis procedentes et per ſuperficiem tubi exteriorem tranſmiſſos, ita inflectat *ac ad oculum mittat* tanquam ſi a propioribus punctis advenirent. Et quam rationem habuerit diſtantia horum punctorum propinquiorum ad diſtantiam ipſius viſibilis, eandem [1]) magnitudinis apparentis ad eam quæ ſolis oculis perciperetur definit [2]). Hoc autem quomodo verum ſit, quum ſenum oculis ea conveniat teleſcopij conſtitutio, ut radij convergentes aut certè paralleli ad oculum deferantur, non autem quaſi ex puncto aliquo propiori manantes. Et notum eſt tamen non minus ſenibus quam qui viſu pollent ſpecierum magnitudines multiplicari.

Porro illud quoque in eâdem Carteſij explicatione abſurdum, quod eam ob cauſam majora omnia videri ait, quoniam ex diverſis rei viſæ punctis venientes radij decuſſentur in exteriori convexa tubi ſuperficie, qui tubo non adhibito ad pupillam oculi decuſſarentur [3]); quoniam enim ſi plana aut concava eſſet loco convexæ ſuperficiei nihilominus decuſſatio ſimilis ibi contingeret. efficietur æque etiam inverſo tubo majora omnia conſpici debere. Quod ijs quæ ſuperius demonſtrata fuere atque ipſi adeo experientiæ adverſatur.



sibles, aussy bien que pour les accessibles, & dont l'effet n'a pas de bornes: en sorte qu'on peut, en s'en seruant, augmenter les images de plus en plus jusques a vne grandeur indefinie." Comme, par exemple, d'autant que la premiere des trois liqueurs dont l'oeil est rempli, cause a peu près mesme refraction que l'eau commune, si on applique tout contre vn tuyau plein d'eau, comme EF, au bout duquel il y ait vn verre GHI, dont la figure soit toute semblable a celle de la peau BCD qui couure cete liqueur, & ait mesme rapport a la distance du fonds de l'oeil, il ne se fera plus aucune refraction a l'entrée de cet oeil; mais celle qui s'y faisoit auparauant, (& qui estoit cause que tous les rayons qui venoient d'vn mesme point de l'obiet commençoient a se courber dés cet endroit là, pour s'aller assembler en vn mesme point sur les extremités du nerf optique, & qu' ensuite tous ceux qui venoyent de diuers points s'y croisoient, pour s'aller rendre sur diuers points de ce nerf), se fera dés l'entrée du tuyau GI: si bien que ces rayons, se croisans dés là, formeront l'image RST beaucoup plus grande que s'ils ne se croisoient que sur la superficie BCD; & ils la formeront de plus en plus grande selon que ce tuyau sera plus long. Et ainsi l'eau EF faisant l'office de l'humeur K; le verre GHI, celuy de la peau BCD; & l'entrée du tuyau GI, celuy de la prunelle; la vision se fera en mesme façon que si la Nature auoit fait l'oeil plus long qu'il n'est de toute la longueur de ce tuyau".

Proposition XII [1]).

Lorſque ſur la droite qui joint l'oeil et l'objet ſont placées des lentilles ou des ſurfaces en nombre quelconque et de forme arbitraire, ayant cette même droite pour axe commun, l'oeil apercevra après toutes les réfractions une certaine partie de l'objet, même dans le cas où l'oeil est pour ainſi dire réduit à un point unique, pourvu que ce point ne ſoit pas celui où concourent après la réfraction les rayons iſſus du point de l'objet qui ſe trouve ſur l'axe.

Soit FE l'axe commun ſur lequel ſe trouve l'oeil au point A, et les lentilles en B et en C. Cherchons enſuite d'après le théorème. . . [2]) le point F auquel correſpondent des rayons tels que GF qui par la réfraction due à la lentille B doivent parvenir à l'oeil A en ſe mouvant ſelon HA. Cherchons de même le point D auquel correſpondent des rayons tels que DG qui par la réfraction due à la lentille C doivent prendre la direction GF, de ſorte qu'ils correſpondent alors au point F; et ainſi de ſuite s'il y a un plus grand nombre de lentilles ou de ſurfaces. Or, le point F ou le point D peuvent être ſitués à une diſtance infinie et dans ces cas les rayons GF ou les rayons DG deviennent parallèles à l'axe. Alors ſi l'objet était placé au point D, il paraît que l'oeil ſerait ſitué au point de concours des rayons qui proviennent du point D, et que, par ſuite, ce point unique de l'objet donnerait alors une image quaſi infinie. Mais ſuppoſons ici que l'oeil ne ſoit pas ſitué au point de concours nommé. Le point D tombe donc ſoit au-delà ſoit endeçà de l'endroit où eſt ſitué l'objet, lequel puiſſe ſe trouver en E ou en K.

Comme la droite FHG peut être tracée de telle manière que les angles GFC, GDC ou EDN deviennent chacun auſſi petit qu'on le voudra, il paraît qu'on peut obtenir que les droites FHG et GDN ne tombent pas à l'extérieur des lentilles B et C. La dernière de ces droites, GDN, interceptera néceſſairement une partie des droites EM ou KL perpendiculaires à l'axe, telle que NE ou KO, que l'oeil apercevra sous l'angle BAH. L'oeil verra donc une certaine partie de l'objet, ce qu'il fallait démontrer.

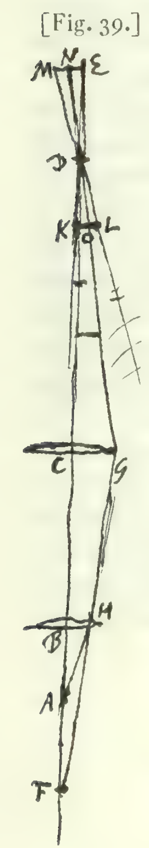
Mais ſi le point D eſt à une diſtance infinie, DG, parallèle à l'axe, interceptera de nouveau une partie des droites EM ou KL. Et ſi F eſt à une diſtance infinie, FH devient parallèle à l'axe; cela ne change rien dans la démonſtration du théorème.

[1]) Cette proposition et la suivante manquent dans la copie de Niquet. Elles doivent donc dater en tout cas d'après 1666, et probablement de beaucoup plus tard.

[Propositio XII.] [1])

Dispositis in linea recta, oculum et visibile jungente lentibus aut superficiebus quotvis et quibuslibet, communem axem habentibus eandem lineam rectam, Percipiet oculus post omnium refractiones aliquam visibilis partem etiamsi veluti ad punctum reductus fuerit dummodo hoc punctum non sit quo post refractionem concurrunt radij a puncto visibilis quod in axe est egressi.

[Fig. 39.]



Sit recta FE axis communis in quo oculus ad A punctum, lentes ad B et C. Inveniatur porro ex Theor. . . . [2]) *punctum F ad quod pertinentes radij ut GF flectantur refractione lentis B per HA ad punctum oculi A. Itemque inveniatur punctum D, ad quod pertinentes radij ut DG flectantur refractione lentis C in GF; ut pertineant ad punctum F atque ita porro si plures fuerint lentes superficiesve. Potest autem infinite distare puncta F vel D. quibus casibus axi paralleli fiunt radij GF vel DG. Quod si jam visibile ad punctum D positum esset, apparet oculum fore in puncto concursus radiorum e puncto D venientium, eoque unum hoc visibilis punctum tantummodo infinitè tunc expansum cerni. Ponimus autem hic oculum esse extra hoc concursus punctum. Ergo punctum D cadit vel ultra vel citra locum rei visibilis, quæ nempe sit in E vel K.*

Quoniam igitur ita duci potest FHG ut quamlibet exigui fiant anguli singuli GFC, GDC, seu EDN, apparet effici posse ut rectæ FHG, GDN non extra lentes B, C aberrent. Harum vero postrema GDN, necessario partem aliquam rectarum EM vel KL axi perpendicularium intercipiet, velut NE vel KO, quas oculus comprehendet angulo BAH. Itaque aliquam visibilis partem cernet, quod erat dem.

Quod si infinite distet punctum D, tunc DG axi parallela intercipiet rursus partem rectarum EM vel KL. Si vero F infinite distat fit FH axi parallela, nec id quicquam in demonstratione mutat.

---

[2]) Voir la Prop. XX, Lib. I, p. 99 du Tome présent.

Proposition XIII.

[Fig. 40.]



Si entre l'oeil et l'objet font placées un nombre quelconque de lentilles ou de furfaces d'un corps tranfparent et que des rayons iffus d'un point de l'objet fitué fur l'axe commun de toutes ces lentilles et furfaces fortent parallèles après les avoir traverfées, la grandeur et la pofition de l'image feront les mêmes à quelque diftance derrière elles que fe trouve l'oeil.

Soit ABC l'axe commun d'un nombre quelconque de lentilles ou de furfaces fphériques, et la ligne AF, perpendiculaire à l'axe ABC, l'objet. Le point F y foit fitué à fi petite diftance du point A qu'il peut être aperçu par l'oeil, placé en K ou en C, deux points quelconques de l'axe, et réduit à un point: en effet, la propofition précédente fait voir que cela eft poffible. Je dis que pour les deux pofitions de l'oeil la ligne AF donnera une image de même grandeur. En effet, attendu que les rayons iffus du point A, après avoir traverfé les corps transparents interpofés, deviennent parallèles entre eux, les rayons provenant du point F feront également parallèles entre eux en fortant*. Suppofons que de ces rayons DC parvienne à l'oeil fitué en C, et LK à l'oeil fitué en K. Attendu que les rayons DC et LK font parallèles entre eux, les angles BKL et BCD feront égaux. Mais par un oeil fitué en K la droite AF eft vue fous un angle BKL, et par un oeil fitué en C la même droite AF eft vue fous l'angle BCD. Dans l'un et l'autre cas cette droite eft donc vue fous le même angle et fon image aura, par conféquent, la même grandeur. Mais il paraît auffi que les droites CD et KL tombent du même côté de l'axe, puifqu' elles émanent parallèlement des points C et K. On apercevra donc une même pofition de la ligne AF foit qu'on regarde du point C, foit qu'on fe trouve placé en K. Ce qu'il fallait démontrer.

* Prop. XXII. Liv. I [1]).

FIN DU DEUXIÈME LIVRE.

[Propositio XIII.]

Si inter oculum et rem visam quotlibet lentes aut superficies diaphani interjaceant et a puncto rei visæ quod sit in omnium axe communi manantes radij, trajectis ijsdem lentibus aut superficiebus paralleli exeant; quocunque intervallo post ipsas oculus statuatur, eadem apparebit rei visæ magnitudo; idemque positus.

Sit axis communis [Fig. 40] *quotlibet lentium vel superficierum sphæricarum ABC, res visa linea AF, axi ABC perpendicularis in qua punctum F tam propinquum sit ipsi A, ut oculo in K aut C, quibuslibet nempe duobus axis punctis, collocato et ad punctum redacto, in conspectum venire possit. hoc enim possibile esse ex prop. antecedente constat. Dico utroque oculi positu, eadem magnitudine apparituram lineam AF. Quum enim a puncto A manantes radij, trajectis interpositis diaphanis inter se fiant paralleli, etiam ab F puncto egressi inter se paralleli exibunt*. Quorum DC ad oculum in C positum pergat, LK ad oculum positum in K. Quia igitur inter se paralleli sunt radij DC, LK, æquales erunt anguli BKL, BCD, atqui oculo in K spectatur recta AF angulo BKL, oculo vero in C spectatur eadem AF angulo BCD, Ergo utrobique æquali angulo, ideoque pari magnitudine. Sed et ad eandem axis partem cadere apparet rectas CD, KL, cum ex punctis C, K parallelæ exeant. Ergo sive ex C sive ex K idem positus percipietur lineæ AF. Quæ erant dem.*

[*Per Prop. XXII. Lib. I.] [1])

[FINIS SECUNDI LIBRI.]

[1]) Voir la p. 111 du Tome présent.

APPENDICE I [1]

AU DEUXIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

[1652.]

Propositio.

Per foramen minimum intuenti, quæ prius vel ratione diſtantiæ, vel ob interpoſitas lentes, confuſa cernebantur, diſtincta apparebunt, etſi minus lucida; quæ vero diſtincta cernebantur ita videri perſeverabunt, eademque qua prius magnitudine ac ſitu.

Manifeſtum eſt ex ſuperioribus confuſam viſionem non aliunde fieri quam quod radij ab uno viſibilis rei puncto ad oculum feruntur, ſive ſimpliciter id fiat, ſive trajectis quibuſvis lentibus, ad unum rurſus retiformis punctum non conveniant, ſed alij alio loco ſiſtantur. Quod ſi jam pupilla eouſque arctari intelligatur, ut quaſi unius puncti rationem habeat; vel ſi lamina minimo foramine pertuſa ante oculum apponatur, liquet hoc pacto tantum uni veluti radiorum, qui a ſingulis punctis innumeri alioqui ad pupillam feruntur, tranſitum concedi, qui proinde in uno tantum retiformis puncto locum ejus unde emiſſus eſt puncti ſignare queat. Ex quo diſtincta viſio ſequatur neceſſe eſt. Minus lucidam vero fore hinc manifeſtum eſt, quod cum antea tot radij, quod a viſibilis puncto pupillam intrabant, ejus puncti imaginem in fundo oculi illuſtrarent, nunc pauciſſimus ac veluti unus tantum eorum radiorum oculum ingrediatur.

Ad alteram porro propoſitionis partem demonſtrandam repetatur figura ad oculi

---

[1] Cet Appendice nous fait connaître la rédaction primitive du début du deuxième Livre, telle qu'on la retrouve aux p. 42 et 43 de la copie de Niquet.

explicationem ſuperius deſcripta [1]). Quum igitur diſtincta viſio ponatur fieri, ad quam requiritur ut radij omnes qui a punctis ſingulis rei viſæ, ut H, G, I, ad oculum promanant, ſive per aerem tantum, ſive per quaslibet lentes tranſierint, ad totidem rurſus puncta in fundo oculi colligantur, ut L, E, K; clarum eſt, quod ſi oppoſito ad oculum exili foramine, tantum unus veluti a ſingulis punctis radius admittatur, is nihilominus eodem quo prius loco in fundum oculi incidens, punctum unde effluxit, etſi minus dilucide, ibi pinget. Quare nec magnitudinem nec ſitum rei viſæ quicquam immutatum iri conſtat, ſed eodem modo ſeſe habitura atque antea cum ſine interpoſita lamina libere ad oculum radij deferebantur.

Quando igitur in ſequentibus ad ineundam apparentis ac veræ magnitudinis rationem, inſtar puncti oculum eſſe ſtatuemus recte procedere eas demonſtrationes ex his manifeſtum erit, cum nihil interſit, quantum ad perceptarum imaginum magnitudinem an ad puncti exilitatem oculi apertura reducta ſit an tota, ut ſolet, pateat.

Quando autem apparentem rei trans lentes viſæ magnitudinem ijs quoque caſibus definiviſſe inveniemus, quibus diſtincta viſio non contingit, tum quod primo loco hic oſtenſum fuit, in mentem revocetur, nempe confuſam viſionem ſemper emendari poſſe, contracta uti dictum eſt oculi apertura. Qu[am]vis et lente inſuper aliqua, cava vel convexa, oculo proxime admota, confuſionem ab alijs lentibus ortam, tolli.

[1]) Voir la fig. 100, p. 133 du Tome présent.

APPENDICE II

AU DEUXIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

[1653.]

Theorema [1]).

Manente oculo et viſibili, per lentem quamlibet interpoſitam ſpectato, ſi transferatur lens, ut quantum prius àb oculo remota fuit tantum poſtea diſtet à viſibili. Eâdem hoc quam prius magnitudine ſpectatum iri, ſimilique ſitu.

Eſto [2]) ut ſpectetur viſibile in E oculo in D, per interpoſitam lentem in A. Poſteaque ſpectetur idem per lentem in α tranſlatam ſumpta Eα aequali DA. Dico utraque poſitione viſibile in E ejuſdem apparere magnitudinis, et ſitum ſimiliter.

Nam quale apparet per lentem in A magnitudine et ſitu, tale appareret poſito oculo in E et viſibili in D, lente non môta, per anteced. [3]). Sed tale apparet viſibile in D, poſito oculo in E, per lentem in A, quale ſi ſit illud in D et lens in α; quoniam intervalla ſingula Dα, αE, æqualia ſunt intervallis EA, AD. Itaque viſibile in E oculo in D æque magnum apparet, ſpectatum per lentem in α, ſimilique ſitu, atque cum poſita ſuit in A. quod erat dem.

---

[1]) Consultez sur ce théorème les notes 2, p. 217 et 3, p. 222.

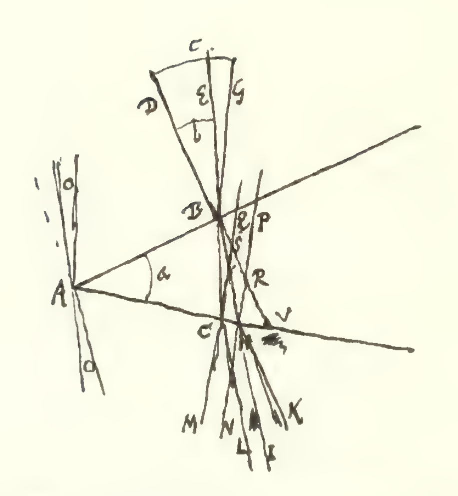
[2]) Nous donnons la leçon primitive de la démonstration. Plus tard elle fut remplacée par la suivante: „Eſt enim idem ac ſi oculus ac res viſa invicem locum permutent manente lente intermedia"; mais tout fut biffé depuis.

[3]) Voir la „Prop. VI", p. 199 du Tome présent.

APPENDICE III [1])

AU DEUXIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

[1684?]



Si ſit angulus minimus BAC quo duo plana diaphanum ſolidum terminantia inclinentur, ſit præterea in plano per ABC etiam recta DBR planum AB normaliter ſecans et ab ea minimis angulis declinantes radij EB, GB; e quibus EB intra diaphanum feratur per BH, atque exeat in HK: GB vero feratur intra per BC, exeat per CL. dico angulo EBG radiorum incidentium aequale cenſeri poſſe eum quo egreſſi HK, CL inter ſe inclinantur. quatenus nempe tam parvi ſunt anguli EBD, GBD; KHN, LCM ut ſinubus ſuis proportionales reputentur. quod uſque ad 30 gr. ſumi ſolet. tanto magis in multo minoribus quibus id applicabimus concedendum eſt.

---

[1]) La pièce est empruntée à une feuille séparée, numérotée 76α. Suivant les autres matières, traitées sur la même feuille, elle daterait de 1684 ou plus tard encore; mais il est sûr que le théorème en question était connu à Huygens bien plus tôt; comme cela résultera de la note 1, p. 340 du Tome présent. En tout cas, la pièce présente peut être considérée comme

Ducantur enim rectæ MCQ, NHP quæ secent DBR in S et R. Et angulus BAC vocetur a; DBE, b; DBG, c. Ergo ang. DBE ad RBH censetur habere rationem eandem quæ est refractionis in sinubus, propter parvitatem angulorum. hoc est in vitro, ut hic ex. gr. ponimus, eam quam 3 ad 2. Est ergo ang. RBH ∞ ∞ $\frac{2}{3}b$. hic vero additus ad ang. BHR efficit BRP seu BAC. Ergo BHR erit $a-\frac{2}{3}b$[1]). rursus vero anguli BHR sesquialter est NHK. Ergo NHK ∞ $\frac{3}{2}a-b$.

Eadem ratione, cum ang. DBG sit ∞ c, erit SBC ∞ $\frac{2}{3}c$, et BCS ∞ $a-\frac{2}{3}c$ et MCL ∞ $\frac{3}{2}a-c$. Sit HI parall. CL. Est ergo ang. IHK inclinatio rectarum HK, CL. Et ang. NHI erit $\frac{3}{2}a-c$, quippe æqu. MCL. Itaque ablatus ab NHK qui erat $\frac{3}{2}a-b$ relinquet IHK ∞ $c-b$ hoc est angulo EBG. Quod erat d[emonstrandum].

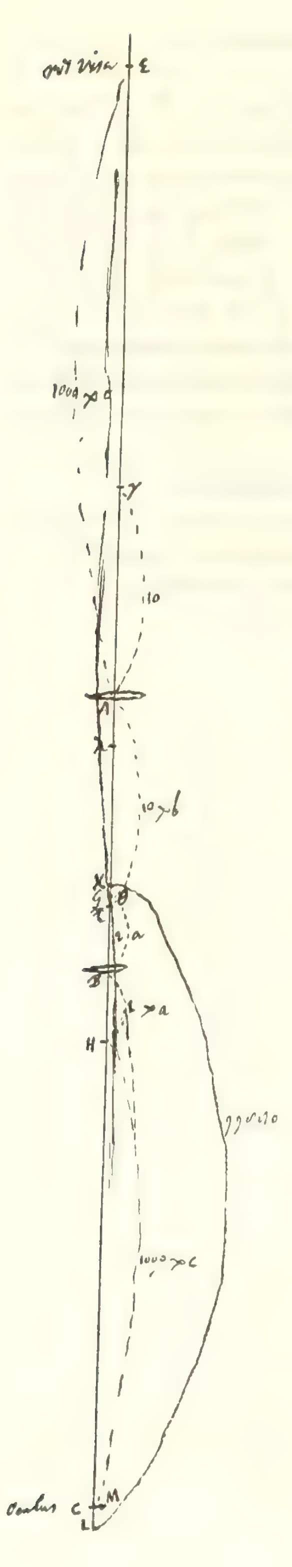
Et facile perspicitur id quavis prop. refractionis idem contingere.

Quod si igitur radij EB, GB vel ipsis paralleli incidant in ipsum velut angulum diaphani A. manifestum est ad eandem verticem A convecturos angulos duos æquales notatos o, quos bini incidentes ac bini refracti radij constituent.

---

la première rédaction d'une proposition de la même portée, qu'on rencontrera dans la troisième Partie de cette „Dioptrique".

[1]) Huygens a intercalé ici l'annotation suivante „vel altero casu ∞ $\frac{2}{3}c-a$ et MCL $c-\frac{3}{2}a$ qui tunc additum ad NHK faciet rursus IHK ∞ EBG." Et il y a encore d'autres cas à distinguer. Ainsi dans la rédaction définitive, mentionnée dans la note précédente, Huygens en traite cinq différents.



APPENDICE IV [1]

AU DEUXIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

[1692.]

Theorema ex dioptricis nostris a dubio liberatum, ac numeris comprobatum, de permutatione oculi et rei visæ mutua ac

[1]) La pièce est empruntée à la p. 24 verso du Manuscrit H. D'après le lieu où elle se trouve elle doit dater des premiers mois de l'année 1692. On y trouve une vérification numérique de la Prop. VI, Liv. II (p. 199), qui énonce que l'oeil et l'objet peuvent être échangés sans altération du grossissement. Toutefois cette vérification se borne au cas de deux lentilles A et B qui ont un foyer commun au point G.

Remarquons que les notations de la figure correspondent en général avec celles de la fig. 27 de la p. 205. Ainsi γ et G, G et H représentent les foyers des lentilles A et B, dont les distances focales sont supposées égales respectivement à 10 et à 1; E est l'objet se trouvant à la distance 1000 de la lentille A; C l'oeil qui se trouve à cette même distance de la lentille B. Ensuite K est le point correspondant à l'oeil C par rapport à la lentille B de manière que le calcul donne $CK = 1001\frac{1}{999}$, GK $\frac{1}{999}$; enfin L est le point correspondant à K par rapport à la lentille A, et on trouve $KL = 99880\frac{1}{999}$.

Ces données permettent de calculer, par la règle énoncée dans la Prop. V, Liv. II (p. 195 du Tome présent), le grossissement de l'objet placé en E et vu par l'oeil en C.

Pour obtenir ce grossissement dans le cas réciproque, où l'oeil est en E et l'objet en C, Huygens détermine successivement la position du point $\varkappa$ correspondant à E par rapport à la lentille A et celle du point λ correspondant à $\varkappa$ par rapport à la lentille B. De cette manière il retrouve la même propor-

manente eadem ratione magnitudinis apparentis ad veram. Vide ibi pag. 92 [2]).

$$\text{CH } (c-a) \text{ ad CB } (c) \text{ ut CB } (c) \text{ ad CK } ^{3)} \left(\frac{cc}{c-a}\right) \quad 999 \quad 1000 \quad 1000 \quad 1001\tfrac{1}{999}$$

$$\left.\begin{array}{r} \text{CK } \left(\frac{cc}{c-a}\right) \; 1001\tfrac{1}{999} \\ \text{CG } (c+a) \; 1001 \end{array}\right\} \text{ſ[ubtr.]}$$

$$\text{GK} \left(\frac{aa}{c-a}\right) \quad \tfrac{1}{999}$$

$$\text{KG } (\tfrac{1}{999}) \text{ ad KA } (10-\tfrac{1}{999}) \text{ ut KA } (10-\tfrac{1}{999}) \text{ ad KL } (99880\tfrac{1}{999})\ ^{4)}$$

HB ad HC ut 1 ad 999

AG ad GK ut 10 ad $\tfrac{1}{999}$

EC ad EL ut 2011 ad $1010-\tfrac{1}{999}+99880+\tfrac{1}{999}$

20110 ad 100890. bon

ratio augmenti, quæ eſt potius diminutionis oculo in C [5]).

$$\left.\begin{array}{r} \text{E}\gamma \text{ (990) ad EA (1000) ut EA (1000) ad E}\varkappa\ (1010\tfrac{10}{99})\ ^{4)} \\ \text{EG (1010)} \end{array}\right\} \text{ſ[ubtr.]}$$

$$\text{G}\varkappa \propto \varkappa\theta\ ^{6)} \propto \tfrac{10}{99}$$

$$\varkappa\theta\ (\tfrac{10}{99}) \text{ ad } \varkappa\text{B } (1-\tfrac{10}{99}) \text{ ut } \varkappa\text{B } (1-\tfrac{10}{99}) \text{ ad } \varkappa\lambda\ (8\tfrac{1}{990})\ ^{4)}$$

---

tion 20110 à 100890 représentant le grossissement, ou plutôt l'amoindrissement, dans les deux cas.

[2]) C'est la page, dans la numération en noir du manuscrit de la „Dioptrica", qui contient le commencement de la démonstration pour le cas de deux lentilles de la règle de la Prop. VI, citée dans la note précédente.

[3]) Voir la Prop. XX du Livre Premier, p. 99 du Tome présent.

[4]) Nous supprimons quelques calculs.

[5]) Voir la règle de la p. 189 du Tome présent, confirmée pour le cas de deux lentilles convexes à la p. 195.

[6]) Ici θ représente l'un des foyers de la lentille B, lequel coïncide avec G dans le cas considéré.

$A\gamma$ ad γE ut 10 ad 990

$B\theta$ ad $\theta\varkappa$ ut 1 ad $\frac{100}{990}$

CE ad $C\lambda$ ut 2011 ad $(1000 + 8\frac{1}{990} + 1 - \frac{10}{99})$ $^{99\frac{881}{990}1}$ [1])

20110 ad 100890 bon.

ratio diminutionis cum oculus eſt in E. res viſa in C.

---

radij qui ab M ad λ tendunt, flectuntur in lente B ut pergant ad $\varkappa$. hinc diminutio ingens [2]).

---

[1]) Nous supprimons quelques calculs.

[2]) Évidemment Huygens a en vue la construction suivante, qui peut conduire à une détermination, indépendante de la formule employée, du grossissement: Tirons la droite $M\lambda$ et soit β le point où elle traverse la lentille B; tirons de même la droite $\beta\varkappa$ et soit α le point où le prolongement de cette droite rencontre la lentille A; tirons enfin αE; alors la ligne brisée $M\beta\alpha E$ représentera le parcours du rayon de lumière qui, partant du point M, atteindra l'oeil placé en E. Soit donc $CM = 1$; alors on trouvera successivement pour les angles $C\lambda M$, $C\varkappa\beta$ et $CE\alpha$, supposés très-petits, les valeurs $\frac{1}{1008\frac{9}{10}}$, $\frac{1}{1008\frac{9}{10}} \times \frac{8\frac{9}{10}}{\frac{89}{99}}$ et $\frac{1}{1008\frac{9}{10}} \times \frac{8\frac{9}{10}}{\frac{89}{99}} \times \frac{10\frac{10}{99}}{1000} = \frac{1}{10089}$ et enfin $\frac{1}{2011}$ pour l'angle CEM, sous lequel l'objet CM serait vu sans l'intervention des lentilles. Le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable, c'est-à-dire le rapport des angles $CE\alpha$ et CEM, est donc de 2011 à 10089, conformément à la valeur déduite dans le texte.

Mais cela n'explique pas la remarque de Huygens qui semble manquer de justesse, puisque la réfraction en B amène le facteur $\frac{8\frac{9}{10}}{\frac{89}{99}}$ et qu'elle a donc plutôt la tendance de diminuer l'amoindrissement.

LA DIOPTRIQUE.

PREMIÈRE PARTIE. TRAITÉ DE LA RÉFRACTION ET DES TÉLESCOPES.

1653.

Livre troisième. Des télescopes.

Proposition I [1]).

Accommoder à un oeil quelconque une lunette composée de deux lentilles données.

Il eſt certain que de chaque point d'un objet partent des rayons qui atteignent toutes les parties de la pupille; et ces rayons ſont eſtimés parallèles lorſqu'ils émanent d'un point fort éloigné. Or, comme ceux qui jouiſſent d'une bonne vue ont naturellement les yeux diſpoſés de telle manière que ſans effort ils aperçoivent diſtinctement les objets éloignés, c'eſt-à-dire que leurs yeux raſſemblent en un point unique de la rétine un faiſceau de rayons incidents parallèles, il s'enſuit que pour eux il faut placer les lentilles de telle manière que les rayons émanant de chaque point de l'objet redeviennent parallèles après avoir traverſé les deux lentilles. Par conſéquent, ſi AB repréſente une lentille convexe [Fig. 1 et 2], ayant pour axe la droite BE et que les rayons émanant d'un point de l'objet ſont réfractés par cette lentille de telle façon qu'ils vont ſe réunir au point E, foyer de la lentille A, lorſque l'objet eſt à grande diſtance, et en un autre point qu'on trouve d'après la propoſition XX du premier livre [5]) lorſqu'il eſt à petite diſtance, et ſi GE eſt la diſtance focale de la ſeconde lentille DD ſuppoſée convexe [Fig. 1]

---

[1]) Huygens annota en marge „Omittetur, et docebitur hoc obiter in Explicatione peculiari telescopiorum". Il s'agit bien des Prop. I et III de la troisième Partie de la

DIOPTRICA.

[PARS PRIMA. TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS.]

[1653.]

[Liber III. De telescopiis.]

[Propositio I.] [1])

Perspicillum ex datis duabus lentibus compositum cuilibet visui accommodare.

A [2]) punctis singulis rei visæ ad totam oculi pupillam radios *manare constat* [3]): qui quidem pro parallelis habentur cum procedunt a procul remotis. Itaque cum recta oculi constitutione gaudentibus ita sponte sua disponantur ut longinqua distincte cernant, hoc est, ut radios parallelos sibi incidentes colligant in unum retinæ punctum; sequitur ijs ita lentes collocari debere, ut radij a punctis singulis rei visæ *venientes* [4]), postquam utramque lentem penetrarint denuo fiant paralleli. Quamobrem si lens convexa ponatur AB [Fig. 1 et 2], axem habens BE, et radij a rei visæ puncto exeuntes ejus refractione cogantur ad punctum E, quod erit in foco lentis A, si visibile longinquum fuerit; si vero propinquum invenietur per propos. [XX. Lib. I] [5]), fuerit autem lentis alterius DD foci

---

Dioptrique; toutefois on ne trouvera que dans la première de ces propositions quelques lignes qui se rapportent à l'accommodation d'une lunette à la vue des myopes.

[2]) Dans la copie de Niquet et dans la leçon primitive ce mot était précédé par „Notum est".

[3]) Aux lieux cités: „advehi".

[4]) „manantes", l. c.

[5]) Voir la p. 99 du Tome présent.

ou la diſtance du point de diſperſion de cette lentille ſuppoſée concave [Fig. 2]; tout ceci étant poſé, il faut porter la dite diſtance EG à partir du point E du côté de la lentille A et placer la lentille concave au point G, ou bien il faut porter la même diſtance dans le ſens oppoſé à partir du point E et placer la lentille convexe en ſon extrémité G. En effet, de cette façon il arrivera dans l'un et l'autre cas que les rayons, après avoir traverſé la lentille DD, atteignent l'oeil parallèlement, ainſi que cela réſulte des prop. XVI et XVII du Livre Premier [1]), et ainſi une image diſtincte ſera aperçue par celui dont la vue eſt bonne.

Mais lorſqu'il s'agit d'accommoder cette même lunette à un myope qui commence ſeulement à voir diſtinctement un objet lorſque celui-ci ſe trouve à la diſtance FH, il faut prendre FL [2]) égale à GE, diſtance du foyer ou du point de diſperſion à la lentille DD, car cette dernière diſtance eſt donnée. Il faut retrancher FL de FH lorſque la lentille DD eſt concave, et ajouter ces deux longueurs lorſqu'elle eſt convexe. Cherchons, de plus, une longueur qui ſoit à LF, comme LF eſt à HL. Je dis que cette longueur eſt égale à l'intervalle GF qui repréſente dans l'un et l'autre cas la grandeur dont il faut diminuer, pour qu'elle convienne au myope, la longueur de la lunette qui était auparavant GB [3]).

En effet, plaçons la lentille DD en F et prenons FK égale à FL. Comme HL : : LF = LF : FG ou = FK : KE, on aura auſſi HF : FL (ou FK) = FE : EK. Et, par permutation, HF : FE = FK : KE; donc auſſi HE : EF = FE : EK. Comme le point E eſt celui où ſe dirigent ou dont proviennent les rayons qui rencontrent la lentille DD et le point K celui auquel correſpondent les rayons réfractés provenant des rayons parallèles venant du côté oppoſé, il s'enſuit que les rayons qui ſe dirigent vers le point E ou qui en émanent ſont réfractés de telle manière par la lentille DD qu'après cette réfraction ils ſemblent provenir du point H [4]). Par conſéquent, la lunette ſera dans l'état propre à donner des images diſtinctes pour l'oeil du myope.

Proposition II [5]).

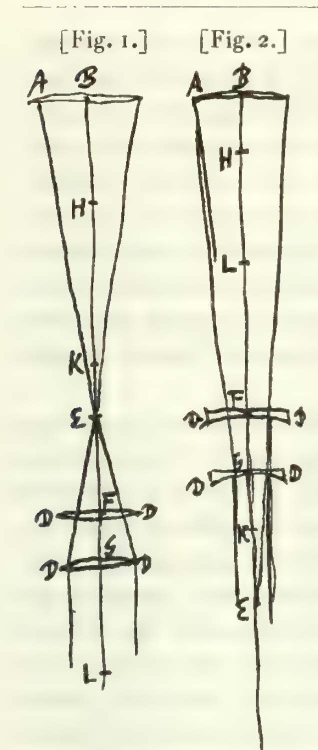
Indiquer la conſtruction d'un téleſcope ſervant à obſerver les éclipſes ou les taches du Soleil et faire voir quelle ſera la grandeur de ſon image.

---

[1]) Voir les pp. 85 et 89.

[2]) Plus tard Huygens ajouta en marge: „non definiviſti punctum F." En effet, pour exécuter la construction indiquée on doit faire une figure à part.

[3]) Soit donc d la distance de la vue distincte, f la distance focale de l'oculaire; on trouve alors dans le cas de l'oculaire convexe $GF = f^2 : (d + f)$ et dans celui de l'oculaire concave $GF = f^2 : (d - f)$.



diſtantia GE, ſi convexa ſit [Fig. 1]; ſi vero cava [Fig. 2], diſtantia puncti diſperſus. His inquam poſitis, accipienda eſt dicta diſtantia EG à puncto E verſus lentem A ponendaque lens cava in puncto G; vel eadem diſtantia accipienda verſus alteram partem a puncto E, atque in termino G ponenda lens convexa. Sic enim utroque caſu fiet ut penetrata lente DD radij paralleli ad oculum perveniant, ut conſtat ex prop. [XVI et XVII. Lib. I] [1]) atque ita diſtincta continget viſio ei qui bona eſt oculi formatione.

Si vero myopi aptandum ſit idem perſpicillum qui viſibile ad diſtantiam FH demum diſtinctè cernere poſſit, ſumatur FL [2]) æqualis diſtantiæ GE, qua focus ſuus aut punctum diſperſus abeſt a lente DD, hæc enim data eſt; Et auferatur quidem FL ab FH ſi lens DD cava ſit, addatur vero ſi convexa. Et ut HL ad LF ita ſit LF ad aliam. dico huic æquale ſumendum eſſe intervallum GF ſecundum quod minuenda eſt utroque caſu longitudo perſpicilli, quæ prius erat GB, ut myopi conveniat [3]).

Poſita enim lente DD in F et ſumtâ FK æquali FL. quia HL ad LF ut LF ad FG, ſive ut FK ad KE; erit et HF ad FL ſive FK ut FE ad EK: Et permutando HF ad FE ut FK ad KE, quare et HE ad EF ut FE ad EK. Cum itaque punctum E ſit ad quod vel a quo tendentes radij occurrunt lenti DD; punctum vero K ſit illud, quo pertinent refractiones parallelorum a parte oppoſita venientium; ſequitur radios ad E vel ab E venientes ita flecti a lente DD, ut inde ferantur tanquam egreſſi a puncto H [4]). Unde recte ſe habebit perſpicillum ad diſtinctam viſionem myopi præſtandam.

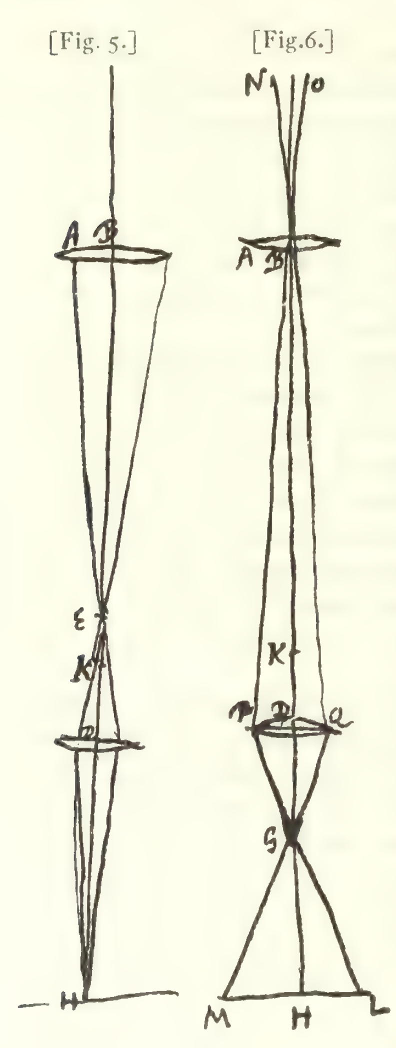
[Propositio II.] [5])

Conſtitutionem teleſcopij ad obſervandas Solis Eclipſes maculaſve demonſtrare et quanta futura ſit ejus imago.

---

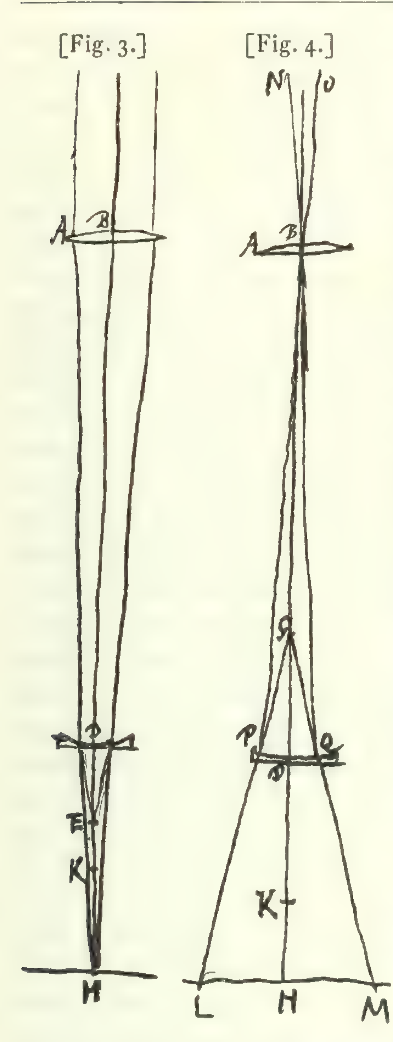
[4]) D'après la Prop. XX du Livre Premier, p. 99 du Tome présent.

[5]) Plus tard Huygens annota en marge „hoc ubi de usu telesc." Dans le manuscrit la Proposition présente précédait celles du Livre Deuxième, qui débute à la p. 173 du Tome présent.



On a trouvé que pour obſerver les éclipſes du ſoleil et les taches qui circulent à ſa ſurface, il eſt utile de ſe ſervir du téleſcope, pourvu qu'on faſſe tomber l'image du soleil, obtenue par le paſſage de ſes rayons à travers les deux lentilles, ſur une table blanche qui ne reçoit d'ailleurs aucune lumière. Pour comprendre cette invention, il faut d'abord connaître la diſpoſition des lentilles: c'eſt-à-dire ſavoir comment elles doivent être placées pour donner l'image la plus brillante du ſoleil.

Soit donc AB la lentille convexe oppoſée au ſoleil et E ſon foyer [Fig. 3 et 5]. Suppoſons la ſeconde lentille, concave ou convexe, ſituée en D. L'une et l'autre forme de téleſcope peut ſervir ici; mais la meilleure eſt celle qui eſt compoſée de deux lentilles convexes, parce qu'elle donne des images droites, tandis que l'autre les renverſe. Soit K le point de concours ou de diſperſion de la lentille D pour des rayons parallèles venant du côté H, et ſuppoſons placée en H une table blanche ſervant à recevoir l'image du ſoleil. Pour que cette image paraiſſe diſtincte et que ſon contour ſoit net, il eſt néceſſaire que les rayons, provenant d'un point du ſoleil et qui tombent donc parallèlement ſur la lentille AB, ſe réuniſſent de nouveau en un ſeul point de la table. Il faut donc que la diſtance des lentilles AB et D ſoit un peu plus grande que dans la condition moyenne du téleſcope, c'eſt-à-dire dans celle qui convient à une perſonne ayant la vue bonne: la poſition de la lentille D doit être telle que les grandeurs EK, ED et EH forment une proportion continue. En effet, de cette façon il arrivera que les rayons qui ſe dirigeaient vers E, foyer de la lentille AB, ſont réfractés de telle manière qu'ils ſe dirigent vers le point H après cette réfraction [2]). Mais dans la condition moyenne du téleſcope le point K doit coïncider avec le point E, comme nous l'avons démontré plus haut [3]). Il en réſulte qu'ici la diſtance des lentilles doit être augmentée de l'intervalle EK, lequel doit néceſſairement être d'autant plus petit que la diſtance EH eſt plus grande; car la longueur DK qui eſt donnée, vu que c'eſt la diſtance focale ou la diſtance du point de diſperſion de la lentille D, doit être diviſée par le point E de manière qu'on ait HE : ED = ED : EK.

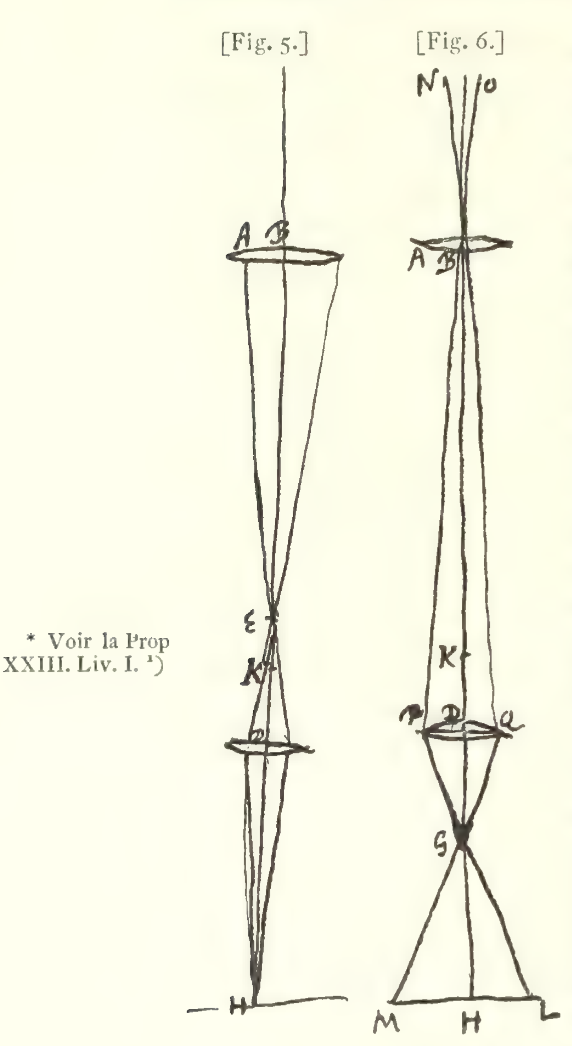


[Fig. 3.] [Fig. 4.]

Obſervandis ſolis eclipſibus nec non maculis quæ in ſuperficie ejus circumferuntur teleſcopium utiliter adhiberi inventum eſt, ſi nimirum ſolis imago per utramque lentem trajecta tabulâ alba excipiatur, in quam nullum aliunde lumen adveniat. Cujus inventi ratio ut intelligatur primum diſpoſitio lentium cognoſcenda eſt, quomodo nempe aptatæ picturam ſolis quam nitidiſſimam efficiant.

Sit igitur lens convexa AB ſoli obverſa [Fig. 3 et 5], cujus focus E punctum. Altera vero in D concava vel convexa, nam utraque teleſcopij forma huic rei idonea eſt, et magis quidem quæ duorum eſt convexorum, quoniam picturas erectas exhibet, cum altera invertat. Lentis autem D ſit K punctum concurſus vel diſperſus radiorum parallelorum à parte *qua eſt*[1]) H venientium. ſitque in H conſtituta tabula alba ad excipiendam ſolis imaginem. Quæ igitur ut diſtincta ac terminata appareat, oportet radios qui ab uno ſolis puncto procedunt, hoc eſt, qui paralleli inter ſe deferuntur in lentem AB, in uno rurſus tabulæ puncto colligi. Quapropter paulo major debet eſſe diſtantia lentium AB et D quam in conſtitutione teleſcopij media, ſive quæ bene videnti fuerit accommodata; ac talis requiritur poſitio lentis D, ut in continua ſint proportione EK, ED, EH. Sic enim fiet ut radij tendentes ad E, focum lentis AB, deducantur ad punctum H[2]). at in teleſcopij conſtitutione media congruere debet punctum K foco E, ut ſuperius eſt oſtenſum[3]). adeo ut hic diſtantia lentium augenda ſit intervallo EK, quod quidem tanto minus eſſe neceſſe eſt quanto diſtantia EH fuerit major; nam longitudo DK quæ data eſt, quippe diſtantia foci vel puncti diſperſus lentis D, ea ſic dividitur in E ut ſicut HE ad ED ita ſit hæc ad EK.

[1]) Les mots en italiques manquent dans la leçon primitive et dans la copie de Niquet.
[2]) Voir la Prop. XX, Lib. I, p. 99 du Tome présent.
[3]) Voir les pp. 245 et 247 du Tome présent.

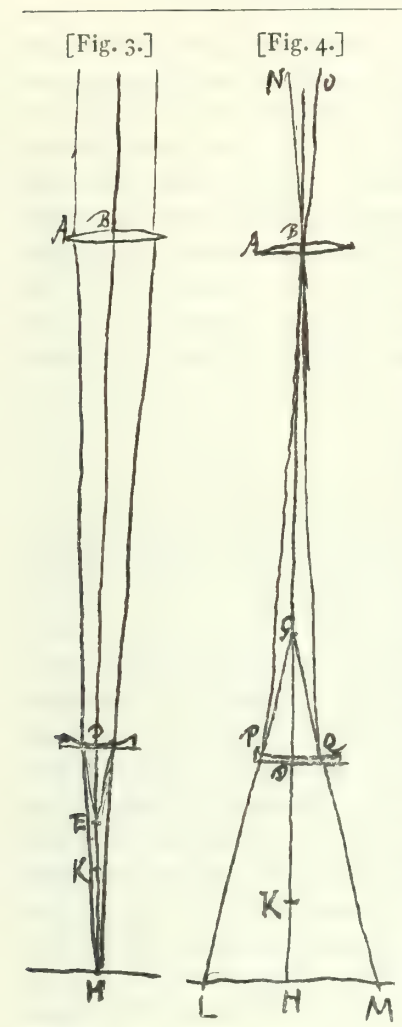


Nous apprendrons à connaître le diamètre de l'image du ſoleil ſur la table H de la manière ſuivante. Tirons les droites BP et BQ [Fig. 4 et 6] du centre de la lentille AB à la lentille D, l'angle de ces deux droites étant égal à celui ſous lequel on voit en regardant ſans téleſcope le diamètre du ſoleil. Soit BG une troiſième proportionnelle à BK et à BD. Tirons les droites GP et GQ et prolongeons-les juſqu' à ce qu'elles rencontrent la table placée en H aux points L et M. Je dis que LM ſera le diamètre du ſoleil ſur la table LHM. En effet, prolongeons PB et QB du côté de O et de N. Comme les rayons iſſus d'un point ſitué à droite du diſque ſolaire tombent ſur toute la ſurface de la lentille AB et que tous ces rayons ſont eſtimés parallèles entre eux et à la droite OB, l'un d'eux ſe mouvra ſuivant la droite OB, et ce même rayon, après avoir traverſé la lentille AB, ſuivra enſuite la route BP *, parce que B eſt le centre de la lentille, dont nous négligeons l'épaiſſeur. De la même manière un des rayons parallèles iſſus du bord gauche du ſoleil ſe mouvra ſuivant la droite NBQ. Plus tard les deux rayons nommés ſeront réfractés par la lentille D de manière à ſe mouvoir ſuivant les droites PL et QM, prolongements de GP et de GQ, d'après la propoſition XX [2]) ou... [3]) du Premier Livre. En effet, BK, BD et BG forment une proportion continue. Il eſt donc évident que l'image d'un point ſitué à droite ſur le contour du ſoleil tombe en L, et celui d'un point ſitué à gauche en M. Car en tant qu'il ſe forme une image diſtincte du ſoleil entier, il eſt néceſſaire que là où un des rayons iſſus d'un point quelconque du ſoleil eſt arrêté par la table, les autres rayons partis du même point s'y réuniſſent également. Par conſéquent le diamètre de l'image ſera LM, comme nous l'avons dit.

* Voir la Prop XXIII. Liv. I. [1])

Or il faut ſavoir que plus l'image LM du ſoleil ſera grande, lorſque les lentilles AB et D reſtent les mêmes, moins elle ſera lumineuſe. Si tous les rayons partis du ſoleil et parvenant à la lentille AB occupent de nouveau ſur la table LHM un eſpace auſſi large que la lentille AB, c'eſt-à-dire s'ils forment une image du ſoleil égale à la partie découverte de cette lentille, cette image ſera auſſi lumineuſe que ſi le ſoleil éclairait la table, aucune lentille n'étant interpoſée;

[Fig. 3.] [Fig. 4.]



Quanta porro futura fit diameter picturæ folis in tabula H fic definiemus: ducantur ex centro lentis AB [Fig. 4 et 6] ad lentem D rectæ BP, BQ comprehendentes angulum æqualem ei quo folis diameter comprehenditur abfque telefcopio fpectantibus; Et fit duabus BK, BD tertia proportionalis BG, et jungantur GP, GQ, et producantur ufque dum tabulæ ad H collocatæ occurrant in punctis L, M. Dico LM fore diametrum folis in tabula LHM. Producantur enim PB, QB verfus O et N. Itaque cum a puncto circumferentiæ folis dextro radij ferantur ad fuperficiem totam lentis AB, qui omnes inter fe et rectæ OB paralleli cenfentur, incedet unus iftorum radiorum fecundum lineam OB, idemque, penetrata lente AB, perget fecundum lineam BP *, quoniam B centrum eft lentis cujus craffitudinem pro nulla ducimus. Eadem ratione unus radiorum parallelorum è finiftro folis margine venientium incedet fecundum rectam NBQ. Porro autem uterque a lente D inflectetur ut pergant fecundum rectas PL, QM, in quas productæ funt GP, GQ per [prop. XX] [2]) vel. . . [3]) hujus [Libri] [4]) quia fcilicet in continua proportione funt BK, BD, BG. Itaque manifeftum eft punctum in dextro folis latere pingi in L, punctum vero oppofitum in finiftro in M. Quatenus enim diftincta totius folis pictura exiftit, neceffe eft ubi unus radiorum a quolibet ejus puncto venientium in tabula fiftitur, ibi quoque cæteros colligi ab eodem puncto egreffos. Ergo diameter picturæ uti diximus erit LM.

* vid. Propos. [XXIII, Lib. I] [1])

Sciendum vero, quo major erit imago folis LM, lentibus AB et D ijfdem manentibus, eo minus lucidam fore. Etenim fi radij omnes a fole in lentem AB defcendentes, occupent rurfus in tabula LHM fpatium æque latum atque eft lens AB, hoc eft, fi folem depingant lenti AB quatenus adaperta eft æqualem, erit hæc imago æque clara ac fi nullis interpofitis lentibus fol tabulam illuftraret; non

[1]) Voir la p. 119 du Tome présent.
[2]) Voir la p. 99 du Tome présent.
[3]) Nous ne savons pas quelle autre proposition Huygens aurait pu citer encore.
[4]) C'est-à-dire du Livre I, auquel la Proposition appartenait primitivement; voir la note 5 de de la p. 247.

bien entendu, ſi nous ne tenons pas compte des rayons réfléchis par les lentilles ou abſorbés par elles à cauſe du manque de tranſparence de la matière dont elles ſont formées, la réflexion et l'abſorption pouvant parfois faire perdre la moitié de tous les rayons ou davantage. Mais ſi l'image eſt plus grande, comme cela eſt néceſſaire dans les obſervations de ce genre, elle ſera auſſi d'autant plus obſcure. L'expérience fera voir quelle eſt l'amplitude la plus propre aux obſervations: pour la trouver, il faut eſſayer toutes ſortes de diſtances de la table au téleſcope. Il faut obſerver à ce ſujet que, lorſque cette diſtance augmente, on doit diminuer un peu en même temps celle qui ſépare les lentilles AB et D pour obtenir une image nette: la raiſon en eſt facile à découvrir d'après ce qui précède.

Proposition III [1]).

Faire voir que les téleſcopes précédents peuvent être rendus meilleurs lorſqu'on remplace les deux lentilles convexes par trois lentilles; ce qui eſt vrai auſſi pour ceux dont nous nous ſervons la nuit pour obſerver les étoiles.

Quoique les lentilles ne doivent pas être multipliées ſans neceſſité, parce que beaucoup de lumière eſt perdue à cauſe de l'épaiſſeur du verre et par les réflexions répétées, l'expérience a cependant montré qu'ici il y a avantage à le faire. Car ſi nous ajoutons à la grande lentille deux oculaires ayant entre eux un certain rapport et une diſtance déterminée, non ſeulement le champ du téleſcope eſt admirablement élargi, de ſorte qu'on embraſſe d'un ſeul regard beaucoup plus que lorſque l'inſtrument eſt conſtruit avec une ſeule lentille oculaire, mais auſſi les images paraiſſent moins déformées. Enfin toute impureté due aux irrégularités des oculaires eſt ſouſtraite au regard d'une façon ſi complète que, quoiqu' il y ait deux lentilles, on ne l'aperçoit aucunement tandis que dans le cas d'une ſeule lentille elle nuit beaucoup à la netteté des images [2]). Nous décrivons ici ſinon la meilleure combinaiſon des lentilles parmi toutes celles qui ſont poſſibles, ce qui ſerait d'ailleurs difficile et peut-être impoſſible, du moins celle que l'expérience nous a montré être utile.

Suppoſons donc que AB [Fig. 7] ſoit la grande lentille ou l'objectif, et LG ſa diſtance focale qui peut être de deux ou de trois pieds ſeulement, ou bien de 6, de 10 ou de 20 pieds, car nous pouvons employer les mêmes oculaires en combinaiſon avec chacun de ces objectifs. Soient EF et CD les oculaires, et ſuppoſons la diſtance focale KT du dernier quatre fois plus grande, ou un peu

[1]) La Proposition présente, où Huygens décrit l'oculaire qui porte son nom, fut presqu' entièrement refondue à une époque inconnue, mais après 1666 et probablement beaucoup plus récente. Pour cette raison, nous croyons utile de donner ici, par exception, le texte tel qu'il était en 1666, lorsque la copie de Niquet fut prise; sauf à faire connaître dans les notes

habita videlicet ratione eorum quos lentes reflectunt vel propter obſcuritatem materiæ non tranſmittunt, quo fortè dimidia pars omnium vel amplius intervertitur. Quod ſi vero major imago fuerit, ut in hujuſmodi obſervationibus exigitur, jam tanto quoque erit obſcurior. Experientia vero oſtendet quænam amplitudo ad obſervationem utiliſſimè adhibeatur, tentata alia atque alia tabulæ a teleſcopio diſtantia. Ubi illud obſervandum ut aucta hac diſtantia ſimul tantillum minuatur ea quæ eſt inter lentes AB et D, ut diſtincta pictura efficiatur: cujus ratio ex ante dictis intelligitur.

Propos[itio III] [1]).

Quomodo pro duobus convexis tria adhibendo meliora fiant præcedentia teleſcopia oſtendere, ut et illa quibus noctu ad ſidera ſpectanda utimur.

Quanquam lentes non fruſtra ſint mutiplicandæ, quod et vitri craſſitudine et iteratis reflexionibus non parum lucis depereat; hic tamen utiliter id fieri experientia docuit. Adſumtis enim præter magnam lentem ocularibus duobus certam inter ſe rationem diſtantiamque habentibus, cum mirum in modum dilatatur teleſcopij conſpectus ut plura longe unico intuitu comprehendat quam ſi ſimplici lente oculari inſtruatur; tum diſtortæ minus rerum ſpecies apparent; ac denique nævi impuritas omnis lentium ocularium ita viſui ſubducatur, ut licet binæ ſint nulla prorſus animadvertatur cum alioqui ex una lente non parum adferat incommodi [2]). Dabimus autem in his, etſi non omnium optimam lentium compoſitionem, quam inveſtigare longum eſſet ac forſan impoſſibile, at ejuſmodi quam nobis experientia utilem eſſe oſtendit.

Eſto igitur [Fig. 7] lens magna ſive exterior AB, quæ foci diſtantiam habeat LG, ſive ea ſit duorum aut trium pedum tantum, aut etiam 6 vel 10 vel 20, poſſumus enim ad omnes has ijſdem ocularibus uti, hæ vero ſint EF, CD, quarum poſterioris foci diſtantia KT quadrupla ſit, vel paulo minus,

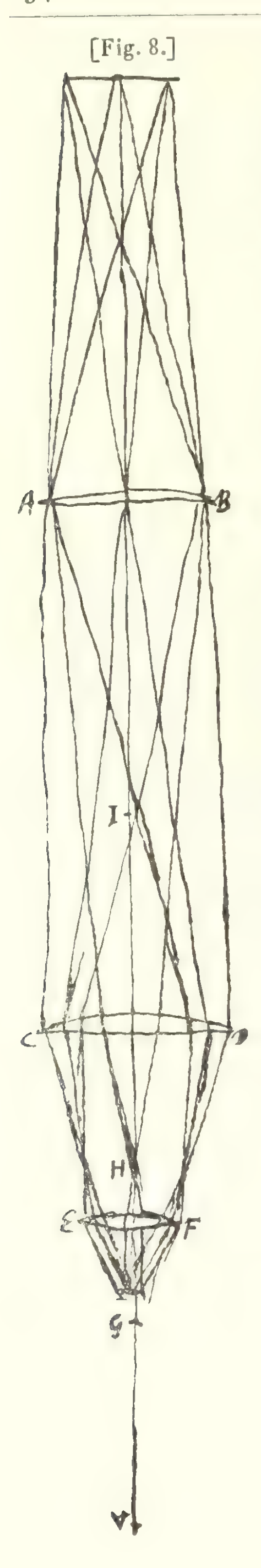
---

quelques variantes d'après une leçon encore plus primitive, qu'on retrouve, biffée, dans le manuscrit écrit par Huygens lui-même. Quant à la leçon définitive on la trouvera plus loin dans la Prop. IV de la troisième Partie de cette „Dioptrique".

Ajoutons, qu'il y a lieu de supposer que même la première leçon doit dater de 1662 ou de plus tard, puisqu'en juin 1662 (voir la p. 152 du T. IV) Huygens parle de l'emploi de deux oculaires au lieu d'un seul, pour augmenter le champ de vision, comme d'une „maniere nouvelle". En effet, dans la lunette de 23 pieds, dont il se servit en 1656 dans les observations de Saturne, les deux lentilles oculaires étaient contigues; comme cela résulte indubitablement de ce qu'on lit aux pp. 358 et 362 du T. II et à la p. 58 du T. III.

[2]) La leçon primitive fait suivre encore: „ſunt enim in ipſa vitri materia ſemper bullæ quædam minutiſſimæ quibus tranſitus radiorum impeditur, quæ veluti puncta nigra rebus ipſis quas teleſcopio aſpicimus in[hære]re videntur. Hac autem quam deſcribimus lentium compoſitione omnia evaneſcunt".

[Fig. 8.]

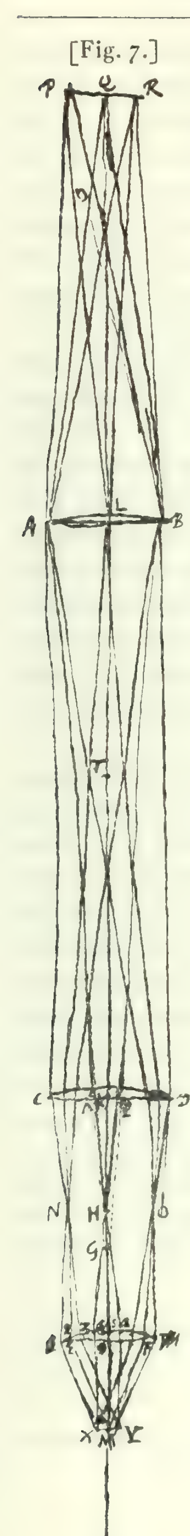


moins, que la diſtance focale SH de la lentille EF [1]), laquelle ne dépaſſe pas deux pouces. La largeur CD ſoit de $3\frac{1}{2}$ pouces et la largeur EF la moitié [2]). Suppoſons la diſtance SK des deux lentilles égale au double environ de la diſtance SH. Elles doivent être combinées avec la lentille extérieure AB de telle manière que le foyer G de cette dernière tombe entre la lentille EF et ſon foyer H, et que GT, GK et GH forment une proportion. En effet, on obtiendra ainſi que les rayons iſſus d'un point lointain, tel que Q, qui, après avoir traverſé la lentille AB, viendraient ſe diriger vers ſon foyer G, ſe réuniſſent maintenant en H [3]), s'y croiſent et arrivent à l'oeil M parallèlement après avoir paſſé par la lentille EF et y avoir été réfractés. La meilleure place qu'on puiſſe donner à l'oeil eſt une place telle que les longueurs VH, VS et VM forment une proportion, où V repréſente le point dans lequel la lentille CD réunit les rayons iſſus du centre L de la lentille AB [5]). Par cet artifice l'oculaire EF ſera vu rempli d'images, quelle que petite que ſoit l'ouverture de la lentille AB; attendu que tous les rayons qui paſſent par L ſe réuniſſent au point M après avoir traverſé les lentilles CD et EF. Et le rapport dans lequel ſeront agrandis les objets lointains ſera égal au produit des rapports LG : GK et KH : HS, ce qui ſe démontre de la façon ſuivante. Suppoſons que les rayons QA et QB, allant du point lointain Q à l'extremité de la lentille AB, ſoient ſéparés par la diſtance XY, lorſqu'ils ſont arrivés, après les réfractions par les trois lentilles, près de l'endroit M où eſt ſitué l'oeil. Par conſéquent, ſi nous faiſons changer de place l'oeil et l'objet, tranſportant l'oeil en Q et l'objet en M, nous verrons la ligne XY occuper toute la largeur de la lentille AB. Elle paraîtra

---

[1]) La leçon primitive donnait au lieu du passage qui précède: „Sit igitur lens magna sive exterior AB, oculares CD et EF, quarum CD habeat foci distantiam KT quadruplam circiter vel quintuplam foci distantiæ HS, quæ est lentis EF. Ut enim exacte quadrupla sit nihil refert, sed hanc proportionem experientia utile esse demonstravit. Distantia lentium KS sit dupla HS." Ajoutons qu'il y a encore une leçon intermédiaire qui débutait comme dans le texte mais qui, après les mots „hæ vero sint EF, CD", faisait suivre:

[Fig. 7.]



foci diſtantiæ lentis EF quæ ſit SH [1]). Et hæc quidem duos pollices non excedat. latitudo CD ſit $3\frac{1}{2}$ poll. EF duplo minor [2]). Intervallum SK inter utramque lentem ſit circiter duplum SH. Ita vero cum lente exteriori AB componantur ut hujus focus G cadat inter lentem EF et focum ejus H, atque ſint proportionales GT, GK, GH. Sic enim fiet ut radij a puncto longinquo, puto Q, advenientes, qui trajecta lente AB tenderent ad focum ejus G, nunc concurrant ad H [3]), atque ibi facta interſectione pergentes ad lentem EF, ejus refractione paralleli ferantur ad oculum M. Hic autem ita optime collocatur [4]), ut ſi punctum V ſit illud quo lens CD cogit radios ab L puncto medio lentis AB venientes, fiant proportionales VH, VS, VM [5]). quandoquidem [6]) hoc pacto, quantulocunque [7]) foramine pateat lens AB, tamen ocularis EF tota imaginibus plena ſpectabitur, quoniam radij omnes per L tranſeuntes colliguntur ad punctum M, poſtquam lentes CD, EF penetrarint. Proportio autem incrementi rerum procul diſſitarum erit ea quæ componitur ex rationibus LG ad GK et KH ad HS. quod ſic oſtenditur. Putemus radios QA, QB a puncto remoto Q ad extremam utrimque lentem AB manantes, poſt trium lentium refractiones, comprehendere latitudinem XY quo loco ponitur oculus M. Quod ſi itaque facta permutatione tranſferatur oculus in Q et res viſa in M, videbitur

„quarum posterioris foci distantiæ lentis KT tripla ſit, vel paulo amplius".

[2]) Les phrases précédentes à commencer par „Et haec quidem" furent intercalées à une époque inconnue avant 1666. Ajoutons qu'on trouve en marge du texte une figure que nous reproduisons, à côté de la fig. 7, comme fig. 8. Comme on le voit, les dimensions des diverses parties y diffèrent notablement de celles de la fig. 7, à laquelle se rapporte évidemment la description donnée dans le texte. Puisque cette figure 7 fut attachée par Huygens avec de la cire à la feuille en question du manuscrit, couvrant la fig. 8, il est clair que celle-ci est la plus primitive et qu'elle fut même dessinée avant que le texte fut écrit.

[3]) Comparez la Prop. XX, p. 99 du Tome présent. H et G sont des points correspondants par rapport à la lentille CD.

[4]) Dans la leçon primitive on trouve „constituendus".

[5]) De cette manière l'oeil est placé au point qui correspond à V par rapport à la lentille EF; c'est-à-dire au point qui correspond au centre L de l'objectif après les deux réfractions par les lentilles oculaires CD et EF. Consultez encore la note 1, p. 196 du Tome présent et le texte auquel elle se rapporte.

[6]) „quoniam", d'après la leçon primitive.

[7]) „licet exiguo tantum", d'après la leçon primitive.

donc agrandie dans le rapport AB : XY, puisque, en effet, le point Q est situé à grande distance tant par rapport à la lentille AB que par rapport à la ligne XY et que, par conséquent, les angles AQB et XQY ont entre eux le même rapport que les largeurs AB et XY [1]). Mais le rapport AB : XY ou AB : ZΔ est composé des rapports AB : ΛΦ et ΛΦ : ZΔ, dont le premier est égal à LG : GK et le second à KH : : HS. Il apparaît ainsi que, lorsque l'oeil est placé en Q et l'objet en M, le rapport qui exprime l'agrandissement est composé des rapports LG : GK et KH : HS. C'est pourquoi lorsque l'oeil est placé en M et l'objet en Q, où se trouve PR, l'agrandissement sera indiqué par ce même rapport *. C'est ce qu'il fallait démontrer.

* Prop. VI, Liv. II [2]).

Or, si nous supposons la distance focale KT exactement quatre fois plus grande que la distance focale SH, et l'intervalle KS égal au double de SH, le rapport qui exprime l'agrandissement sera simplement égal à LG : GK. Et l'intervalle HG devra être le tiers de HS ou de HK [3]). Or la distance entre l'oeil et la lentille EF dépend dans une certaine mesure de la grandeur de la distance focale LG de l'objectif. Mais elle sera toujours plus petite que SH, attendu que VH, VS et VM forment une proportion, comme nous l'avons dit plus haut. Il résulte de cette petitesse de la distance de l'oeil à la lentille que les taches ou bulles d'air très petites dont la matière du verre n'est jamais exempte ne peuvent pas être aperçues dans la lentille EF. Mais on ne les voit pas non plus dans la lentille CD, attendu que l'oeil aperçoit confusément les objets placés là et distinctement ceux qui se trouvent auprès de H [4]).

Nous avons tracé de plus dans la figure ci-jointe [Fig. 7], pour que la nature et l'effet de ce télescope puissent être mieux compris, les rayons qui proviennent de quelques autres points de l'objet non situés sur l'axe, tels que P et R. Car de même que les rayons issus du point Q, après avoir traversé les lentilles AB et CD, se réunissent au point H; de même aussi les rayons partis du point P sont assemblés en O, et ceux qui viennent de R, au point N. Mais ensuite, après avoir atteint la lentille EF, ils se dirigent tous parallèlement vers l'oeil M; c'est-à-dire ces rayons ne sont pas tous parallèles entre eux, mais ceux qui viennent du point O sont parallèles à la droite FM et ceux qui viennent de N parallèles à la droite EM, de même que ceux qui proviennent du point H deviennent parallèles à l'axe des lentilles. Il s'ensuit que l'oeil aperçoit clairement et séparément les points P, Q et R. Et si nous

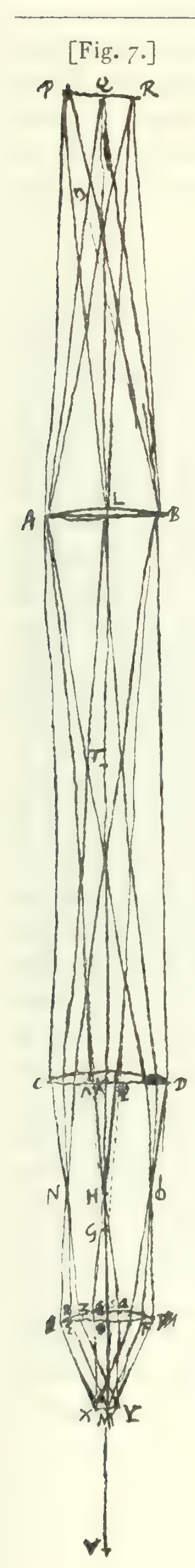
[1]) De ce raisonnement il résulte que dans chaque lunette où un anneau oculaire existe, le grossissement sera égal au rapport du diamètre de l'objectif à celui de cet anneau, quel que soit l'arrangement des lentilles. C'est, comme on sait, le principe sur lequel Ramsden a fondé l'emploi de son dynamètre.

[2]) Voir la p. 199 du Tome présent.

[3]) En effet, puisque H et G sont des points correspondants par rapport à la lentille CD dont KT est la distance focale, on doit avoir, d'après la Prop. XX, Liv. I, p. 99, HT′ : HK = = HK : HG, où T′ représente l'autre foyer de la lentille CD et HT′ = KT — HK = 3 HK; donc HK : HG = 3 : 1.

[4]) À une autre occasion, vers 1661, à la p. 23 du Manuscrit B, Huygens a formulé la condition

[Fig. 7.]



linea XY occupare latitudinem omnem lentis AB: ideoque aucta apparebit fecundum rationem ipfius AB ad XY; quia videlicet punctum Q in longinqua diftantia eft tam refpectu lentis AB quam lineæ XY, ac proinde anguli AQB, XQY eandem inter fe rationem fervant quam latitudines AB, XY [1]). Ratio autem AB ad XY five ad ZΔ, componitur ex rationibus AB ad ΛΦ et ΛΦ ad ZΔ; quarum AB ad ΛΦ eadem quæ LG ad GK et ΛΦ ad ZΔ eadem quæ KH ad HS. Itaque apparet, pofito oculo in Q, vifibili vero in M, rationem incrementi effe eam quæ ex rationibus LG ad GK et KH ad HS componitur. Quamobrem et oculo ad M collocato vifibili vero ad Q, uti eft PR, eadem quoque erit incrementi ratio *. Quod erat oftendendum. * [Prop. VI, Lib. II.] [2])

Quod fi ponatur foci diftantia KT exactè quadrupla foci diftantiæ SH, et intervallum KS duplum SH; erit ratio incrementi fimpliciter ea quæ LG ad GK, ac debebit intervallum HG effe pars tertia HS vel HK [3]). Diftantia autem inter oculum ac lentem EF pendet aliquatenus ab amplitudine foci diftantiæ lentis exterioris, LG. Sed minor femper erit quam SH, quoniam proportionales funt VH, VS, VM ut antea diximus. Atque ex hac oculi propinquitate fit primum ut nævi, feu bullulæ minutiffimæ, quibus vitri materia nunquam caret, in lente EF percipi non poffint. Sed neque in lente CD; quoniam oculus confufe cernit quæ hic objiciuntur, diftincte vero quæ ad H [4]).

Cæterum expreffimus in fchemate hoc, quo penitius perfpici queat telefcopij hujus natura atque effectus, etiam radios illos qui ab alijs punctis rei vifæ, præter id quod in axe lentium pofitum eft, procedunt: uti à P et R. Nam ficut qui a puncto Q exeunt, penetratis lentibus AB et CD, conveniunt ad punctum H; ita, qui à P, colliguntur ad O, et, qui ab R, ad N. Deinde vero ad lentem EF delati omnes paralleli ad oculum M pergunt; non quidem paralleli inter fe omnes, fed qui ab O, paralleli rectæ FM; qui ab N, rectæ EM, quemadmodum qui ab H lentium axi paralleli efficiuntur. Atque ita fingula puncta P, Q, R diftincta

---

de l'invisibilité des défauts des lentilles comme il suit: „efficiendum ne ullius coni radiorum vertex in vitrum aliquod incedat ut hic," (il s'agit du dessein d'un système de lentilles où l'un des sommets des cônes, formés par les rayons qui entrent dans l'objectif parallèles à l'axe, tombe dans l'intérieur d'une lentille) „quia omnes nævi ejus vitri apparebunt".

[Fig. 9.]

approchons de la lentille EF le miroir dont nous parlerons plus loin [1]), de telle manière que ce miroir touche à-peu-près la lentille EF, l'oeil verra les objets debout. Ce redreſſement eſt indiſpenſable dans l'emploi pendant le jour; mais lorſqu'on veut contempler les étoiles pendant la nuit il vaut mieux omettre le miroir.

Proposition IV [2]).

Voir diſtinctement et debout les objets lointains à l'aide de trois lentilles convexes, le groſſiſſement étant donné.

Prenons une grande lentille AB, dont AC eſt la diſtance focale; et enſuite deux plus petites DT et QR, dont les diſtances focales EL et HF ſont égales entre elles et telles que AC eſt à l'une d'elles dans un rapport égal à celui qui exprime l'agrandiſſement. Plaçons ces deux lentilles de telle manière que la diſtance CE qui ſépare l'une d'elles du foyer de la lentille A, ſoit égale à 2 EL, et l'intervalle EH qui les ſépare l'une de l'autre à 3 EL. Enſuite plaçons l'oeil au point K, la diſtance HK étant priſe égale au double [3]) de la longueur nommée, EL ou FH. Je dis que cet arrangement ſatisfait au problème.

En effet, ſuppoſons l'objet ſitué à grande diſtance et ſoit S le point où l'axe commun des lentilles paſſe par cet objet. Les rayons, tels que SB et SY, qui viennent du point S à la lentille AB, doivent donc être eſtimés parallèles et ſe réuniront donc au foyer C où ils ſe croiſeront. Or, L eſt le foyer de la lentille DE, CL eſt égale à la moitié de CE et EF à CE elle-même, attendu que EH eſt égale à trois fois FH ou LC. Les longueurs CL, CE et CF formeront donc une proportion continue. Il en réſulte que les dits rayons réfractés par la lentille DT aux points M et Z ſe réuniront de nouveau au point F * et qu' enſuite, rencontrant la lentille QR en I et en G, ils deviendront parallèles par la réfraction due à cette lentille, vu que F eſt le foyer de la lentille HG. Ils arrivent donc à la pupille de l'oeil, placée en K, ſelon les droites parallèles IP et GN, et de cette façon une viſion diſtincte ſera obtenue. Et nous avons placé l'oeil en ce point pour qu'il puiſſe embraſſer d'un ſeul regard un plus grand nombre d'objets: il en ſera ainſi parce que, ſi nous conſidérons des rayons tels que AT et AD allant du centre de la lentille AB aux bords de la lentille E, ces rayons ſe réuniront au-

* Prop. XX. Liv. I. [4])

visione oculus percipit. ac admoto quidem speculo de quo inferius dicetur [1]) sed ita ut pene lentem EF contingat, erecta cernet visibilia. Quod interdiu plane necesse est; noctu vero ad sidera satius est omitti.

[Propositio IV.] [2])

Tribus convexis lentibus distincta et erecta spectare visibilia longinqua et majora secundum datam rationem.

Accipiatur lens major AB [Fig. 9], cujus foci distantia sit AC. Deinde vero aliæ duæ minores DT et QR, quarum foci distantiæ EL, HF sint inter se æquales et ad quarum utramvis habeat AC rationem eam secundum quam facienda est multiplicatio. Collocentur autem hoc pacto ut distantia CE, qua altera earum abest à foco lentis A, sit dupla EL: Et EH intervallum inter utramque ejusdem EL triplum. Denique ad K punctum constituatur oculus, sumtâ HK distantia dictæ EL vel FH dupla [3]). Quibus sic comparatis propositum dico absolvi.

Sit enim visibile longinquum cui axis lentium communis occurrat in puncto S. Radij itaque ex puncto S ad lentem AB delati ut SB, SY habendi sunt pro parallelis, ideoque convenient in foco C, ibique erit eorum intersectio. Est autem L focus lentis DE, et CL subdupla CE, et EF æqualis EC, quoniam EH est tripla FH seu LC; ergo erunt in continuà proportione CL, CE, CF. Quare radij ijdem refracti in lente DT ad M et Z denuo convenient in puncto F *, atque inde occurrentes lenti QR in I et G, refractione ejus efficientur paralleli, quia F est focus lentis HG. Paralleli itaque secundum rectas IP, GN perveniunt ad pupillam oculi *quæ est in K* [5]), eoque visio fiet distincta. Posuimus autem oculum hoc loco ut unico intuitu plura simul conspiceret: cujus ratio est, quod si à centro lentis AB intelligantur radij pervenire ad extremas margines lentis E, veluti AT, AD, hi cum axe convenient post lentem in puncto O, quod *erit in foco lentis E*,

* [Prop. XX, Lib. I.] [4])

---

[1]) Voir la Prop. V, p. 265 du Tome présent.

[2]) Beaucoup plus tard Huygens ajouta en marge: „Sufficiet dicere hoc fieri posse" [Comparez le dernier alinéa de la Prop. III de la troisième Partie de cette „Dioptrique"] „sed melius adhibitis 4 lentibus" [Voir la Prop. V de cette troisième Partie] „quia majorem campum aperiunt. Varias conjugationes lentium quæsitas fuisse ante has. deinde invento diaphragmate nostro quaternas optimè junctas fuisse nescio à quo. an Campano?"

[3]) La copie de Niquet et la leçon primitive ajoutaient: „vel paulo amplius". Comparez les notes 1 et 2 des p. 260 et 261.

[4]) Voir la p. 99 du Tome présent.

[5]) „in K constituti" (l. c.).

[Fig. 9.]

-delà de la lentille au point O, foyer de la lentille E, vu qu'ils ſont parallèles à l'axe [1]). Par conſéquent OF ſera égale à FH et HK au double de FH [2]), comme nous avons dit qu'il faut la prendre, et le point K ſera celui où ſe réuniront les rayons DO et TO après avoir traverſé la lentille QR et la lentille H dont la largeur eſt égale au double de celle de la lentille E paraîtra toute entière illuminée d'images: elle nous fera voir tout ce qui eſt compris dans l'angle DAT ou VAX.

Enſuite on voit aiſément, en conſidérant les changements de direction éprouvés par les rayons, que l'objet placé en S donne une image droite. En effet, ſi nous conſidérons l'oeil, placé en K, comme un ſeul point, les droites briſées qui repréſentent les rayons ſont KQTAV et KRDAX. Il apparaît par là que le point V de l'objet eſt aperçu en Q, et le point X en R: chaque point eſt donc vu du côté de l'axe où il ſe trouve réellement.

Nous démontrerons enfin de la manière ſuivante que le groſſiſſement doit être égal à AC : CL, ou LE, ou FH. Suppoſons [6]) l'objet placé en K ſur lequel nous notons les points N et P; et que l'oeil ſe trouve au point S. Comme le rayon iſſu du point N parviendra ainſi à l'oeil S ſuivant la droite BS et celui qui vient de P ſuivant la droite YS et que l'oeil eſt placé à grande diſtance, il s'enſuit que l'oeil apercevra l'objet PN groſſi dans le rapport YB : PN, attendu que l'angle YSB ſera à l'angle formé par les droites SP et SN comme YB eſt à PN. Or, on a YB : : MZ = AC : CE et MZ : IG (ou PN) = EF (ou EC) : FH. On aura donc, en combinant ces deux proportions, YB : PN = = AC : FH, ou EL. Il en réſulte que, l'oeil étant placé en S, l'objet PN paraîtra groſſi dans le rapport AC : EL; c'eſt pourquoi auſſi le groſſiſſement de l'objet, lorſqu'il eſt placé à grande diſtance au point S, et que l'oeil eſt tranſféré en PN ou au point K, ſera le même [7]). Il eſt évident auſſi que le groſſiſſement ne change pas lorſque la diſtance de l'oeil à la lentille QR eſt augmentée ou diminuée, attendu que YB et PN conſervent leurs valeurs. C'eſt ce qu'il fallait démontrer.

Ceci [8]) peut être démontré autrement, ſans qu'il ſoit néceſſaire de ſe ſervir du théorème ſur la tranſpoſition de l'oeil et de

[1]) Au lieu des mots en italiques on lit aux lieux cités: „tantillo plus abest a lente E quam sit ejus foci distantia; quia videlicet in continua erunt proportione AL, AE, AO." Remarquons, que la

quia axi parallelæ ſunt [1]). Itaque OF *æqualis erit FH*, *et HK dupla ad FH* [2]), ſicut ſumendam diximus, punctumque K erit illud quo convenient radij DO, TO, poſtquam tranſierint lentem QR. *ac* [3]) lens tota H duplam habens latitudinem lentis E, imaginibus lucida apparebit, omniaque ſpectanda *præbebit* [4]) quæ angulo DAT ſive VAX comprehenduntur.

Porro erectum ſpectari viſibile ad S poſitum facile apparet ex ipſis radiorum flexionibus; ſi enim oculus ad K puncti inſtar conſideretur, flexiones iſtæ ſunt KQTAV, KRDAX, ex quibus manifeſtum fit punctum viſibile V ſpectari in Q, et X in R, ſingula nimirum ad eandem quam obtinent axis partem.

Denique quod ratio incrementi continget ea quæ eſt AC ad CL, *vel LE vel FH* [5]), oſtendetur hoc modo. Putemus [6]) viſibile collocari in K, inque eo notari puncta N et P: oculus autem intelligatur in puncto S. Quia itaque radius ab N puncto fluens perveniet ad oculum S per rectam BS, et qui à puncto P, per rectam YS; oculus autem in longinqua poſitus eſt diſtantia; ſequitur ipſi viſibile PN auctum videri ſecundum rationem YB ad PN, quia angulus YSB ad angulum quem facerent SP, SN, eandem rationem habebit quam YB ad PN. Quia autem YB ad MZ ut AC ad CE; MZ vero ad IG ſive PN ſicut EF, ſive ipſa EC, ad FH. Erit igitur ex æquo YB ad PN ut AC ad FH ſive EL. Itaque patet oculo in S conſtituto viſibile PN auctum videri ſecundum rationem AC ad EL. ac proinde et viſibile longinquum in S poſitum, oculo in PN ſive ad K tranſlato ſecundum eandem rationem auctum ſpectabitur [7]). Quam etiam nihil mutari liquet etſi oculus a lente QR plus minuſve removeatur, quod eædem maneant YB et PN. Atque hæc quidem erant demonſtranda.

Hoc [8]) *aliter demonſtrari poteſt*, *ut non opus ſit theoremate de tranſpoſitione*

---

leçon du texte est embrouillée. En effet, si l'adjectif „parallelæ" se rapporte aux lignes AT et AD, il est évident que les lignes indiquées ne sont parallèles que par approximation. Ainsi, ici et dans le passage qui suit, l'ancienne leçon est préférable à la nouvelle, qui doit provenir de quelque inadvertance.

[2]) „paulo tantum minor erit quam FH; ideoque si fiat ut OF ad OH ita hæc ad OK, fiet HK paulo major quam dupla FH" (l. c.).

[3]) „Unde etiamsi exiguo tantum foramine pateret lens AB, nihilo minus" (l. c.)

[4]) „præberet" (l. c.).

[5]) „sive ad HF" (l. c.).

[6]) Huygens ajouta en marge: „hoc aliter demonstrari potest, ut non opus sit theoremate de transpositione oculi et objecti." Comparez l'alinéa en italique qui va suivre.

[7]) Voir la Prop. VI du Liv. II, p. 199 du Tome présent.

[8]) L'alinéa qui suit manque dans la copie de Niquet et nous ne l'avons trouvé nulle part dans les manuscrits de Huygens. Il ne nous semble pas improbable qu'il ait été intercalé par de Volder et Fullenius lors de la préparation de l'édition de la „Dioptrique" de 1703, d'où nous l'avons emprunté.

[Fig. 10.] [Fig. 11.]

l'objet. En effet, le rapport HKR [Fig. 11][1]) : SΛX[2]), ou ΑΛΔ, eſt compoſé des rapports HKR : HOR, ou HO : HK, et HOR (ou EOD) : ΑΛΔ, c'eſt-à-dire, ΑΛ (ou AC) : EO (ou EL). Mais comme HO = HK, on aura HKR : SΛX = AC : : EL ; ce qu'il fallait démontrer.

Il n'eſt d'ailleurs nullement néceſſaire de choiſir les lentilles DT et QR également convexes. En effet, ſi au lieu d'une des petites lentilles convexes on en prend une autre, par exemple au lieu de la lentille QR une dont la diſtance focale eſt FΔ [Fig. 9], il ſuffira de placer cette dernière en Δ, tandis que les autres reſtent aux endroits qu'ils occupaient; le groſſiſſement ſera alors plus conſidérable que dans le premier cas; en effet il ſera exprimé par le rapport AC : ΔF[3]). Mais ſi au lieu de la lentille DT nous en prenons une autre de convexité quelconque et que nous la plaçons de telle manière que les cônes de rayons MCZ et MFZ ſont égaux, c'eſt-à-dire que CE = 2 EL, EL étant la diſtance focale de la lentille DT, le groſſiſſement ne ſera pas changé du tout[4]). Quant à la lentille QR, elle doit toujours être placée de telle manière que ſon foyer tombe au point F[5]).

Il[6]) faut ſavoir toutefois que les téleſcopes de ce genre ſont compoſés de plus de deux lentilles dans le ſeul but d'agrandir le champ qu'on embraſſe d'un ſeul regard; mais qu'il eſt certain d'autre part que les lunettes compoſées d'une lentille convexe et d'une lentille concave groſſiſſent davantage les objets (eu égard à leur longueur) et donnent des images plus nettes et dépourvues des bandes colorées qu'on ne peut guère éviter lorſqu'on ſe ſert de la combinaiſon décrite de trois lentilles. Cependant ces couleurs étrangères diſparaiſſent plus ou moins ſi du côté de l'oeil on ajoute encore une ou deux lentilles, et les images des objets apparaiſſent alors moins défor-

[1]) On remarquera auprès de la figure 9 l'annotation de Huygens: „Faire deux figures de celle-cy." Or, deux pages du manuscrit plus loin ce dédoublement a été accompli et les deux fig. 10 et 11 en sont le résultat. Seulement il y a un petit changement, en comparaison avec la fig. 9, dans le placement des points O et K. En effet, le point O n'est pas seulement comme dans la figure 9 (d'après la leçon primitive de la note 1, p. 260) très-près du foyer de la lentille E, mais il se confond avec ce foyer de manière que les points O et F divisent la distance des lentilles E et H en trois parties égales. Ensuite K est le

oculi et objecti. Scilicet HKR [Fig. 11] [1]) *ad SΛX* [2]) *sive AΛΔ rationem habet compositam ex HKR ad HOR, id est, ex HO ad HK, et ex HOR sive EOD ad AΛΔ, id est, ex AΛ sive AC ad EO sive EL; quia vero HO æqualis HK, erit HKR ad SΛX ita AC ad EL. q. e. d.*

Cæterum haudquaquam necesse est æqualiter convexas sumi lentes DT, QR. Etenim si e minori convexo adhibeatur alia pro lente QR, puta quæ foci distantiam habeat æqualem FΔ [Fig. 9], ea tantum in Δ collocanda erit, manentibus reliquis ut prius, eritque ratio incrementi major priori, videlicet ea quæ AC ad ΔF [3]). Quod si vero pro lente DT aliam quamvis convexam accipiamus, eamque sic collocemus, ut coni radiorum MCZ, MFZ æquales sint; hoc est, ut CE sit dupla intervalli EL, quo distat à lente DT focus suus; nihil prorsus ratio incrementi inde immutabitur [4]). Debet autem ita semper disponi lens QR ut focus ejus incidat in punctum F [5]).

Sciendum [6]) vero ea tantum gratia ex pluribus quam duabus lentibus telescopia hujusmodi componi, ut latior fiat uno intuitu prospectus, cum alioqui certum sit ea quæ ex convexa et cava lente componuntur magis augere, pro sua longitudine, res visas, atque etiam distinctiores efficere, nullisque colorum pigmentis infectas quod in hac lentium trium compositione ægre vitari potest. Veruntamen si a parte oculi alia adhuc lens vel duæ insuper addantur evanescunt aliquatenus adventitij colores isti, minusque distortæ apparent rerum imagines, ac plures etiam uno obtutu

---

point correspondant de O par rapport à la lentille H, d'où il suit HK = OH, puisqu' alors OF : OH = OH : OK (voir la Prop. XX, Liv. I, p. 99). L'oeil K n'est donc pas, comme dans la fig. 9 (d'après la leçon primitive), placé là où se trouve l'anneau oculaire, mais un peu plus près de la lentille (comparez la note 2, p. 261), ce qui ne change pas le grossissement, suivant la Prop. XIII du Liv. II, p. 233.

[2]) Le point *A*, qui manque dans la figure, est le foyer de la lentille A, par lequel passent les lignes Vθ et XΔ.

[3]) À propos de cette remarque Huygens ajouta en marge: „hoc ostende, ut est in lib. G pag. 129." Voir l'Appendice au Livre présent, p. 271.

[4]) C'est-à-dire le grossissement sera toujours mesuré par le rapport AC : FH.

[5]) Dans la copie de Niquet et dans la leçon primitive, où elles furent biffées depuis, on trouve encore les phrases suivantes: „Sed et retenta lente utraque DT, QR [Fig. 9], ac tantum situ earum mutato, amplius augere licebit visibilia. Si enim DT propior fiat foco C, erit quidem CE quam fuerat minor, at EF, distantia puncti correspondentis, major, et FH eadem quæ prius. unde major quam antea erit ratio AC ad CE, itemque ratio EF ad FH, ex quibus componitur ratio YB ad PN, secundum quam res visas augeri diximus." Plus tard Huygens annota en marge: „omittatur".

[6]) A côté de l'alinéa qui va suivre on trouve en marge les annotations suivantes: 1 „Hæc mutanda dicendumque de telescopio ex 4 lentibus cum diaphragmate" [Comparez la note 2, p. 264 qui suit] „quod est optimum ad usus diurnos diaphragma a nobis

mées et le champ visuel s'agrandit. Or, la longueur du télescope n'augmente pas par l'addition de ces lentilles, attendu qu'elles sont placées de telle manière que les rayons ne se croisent que deux fois, comme dans le cas de trois lentilles. Cependant les différentes personnes combinent différemment entre elles les lentilles oculaires de ces télescopes, cherchant le meilleur système par la seule expérience. Et certes, il serait malaisé de donner à ce sujet des préceptes théoriques, parce que la considération des couleurs ne peut être réduite à des lois géométriques, et qu'il est fort difficile de calculer d'une manière satisfaisante cette courbure des lignes droites qu'on voit souvent près des bords des lentilles. Je pourrais en vérité, en reproduisant les résultats des investigations laborieuses d'autres auteurs, faire connaître quelques constructions de télescopes de ce genre; mais comme je pense que celle que je décrirai dans ce qui suit [1]), dans laquelle les images ne sont pas redressées par la multiplication des lentilles mais par la réflexion d'un miroir, est beaucoup meilleure, il me semble que je ne dois pas m'attarder plus longtemps sur ce sujet.

Proposition V [2]).

Construire à l'aide de deux lentilles convexes un télescope donnant des images droites et qui nous permette d'embrasser d'un seul regard un champ étendu [3]).

Nous avons indiqué à la Prop. V, Liv. II [4]) comment on peut construire avec deux lentilles convexes convenablement placées, l'une par rapport à l'autre et par rapport à l'oeil, un télescope permettant d'embrasser d'un seul regard un champ étendu. Ce télescope est le plus utile de tous pour contempler les étoiles; en effet, quoiqu'il donne des images renversées, il n'en résulte qu'un inconvénient faible ou nul. Mais lorsqu'on veut observer du jour des hommes, des tours ou des navires se trouvant à grande distance, l'inversion des images ne permet

---

inventum"; 2. „An non de telescopijs singulis parvulis ex convexa et cava" [Voir les Prop. I et II de la troisième Partie] „nocturnis ex 2 convexis" [Prop. III de la Troisième Partie] „diurnis ex 4 convexis de aperturis"; 3. „de inventore" [telescopij]. „de nostra mechanica" [probablement les machines à fabriquer les lentilles]. Toutes ces annotations sont de dates probablement différentes et de beaucoup postérieures à celle du texte.

[1]) Voir la Prop. V qui suit.

[2]) Plus tard, après 1666, Huygens ajouta en marge: „Omittenda ac potius telescopium 4 lentium convexarum explicandum," [voir la Prop. V de la troisième Partie de cette „Dioptrique"] „cui diaphragma ex nostro invento additum perfectionem attulit." Le diaphragme en question est, en effet, mentionné dans la proposition citée.

[3]) Huygens a longtemps attaché beaucoup d'importance aux lunettes à miroir, dont il s'agit

comprehenduntur; nec longitudo telefcopij propterea augetur, quoniam ita lentes collocantur, ut non plures quam duæ fiant radiorum interfectiones, ficuti in compofitione trium. Alij vero aliter lentes oculares in his inter fe confociant, fola experientia duce quid optimum fit quærentes. nec fane facile foret certa ratione aliquid circa hæc præcipere, quum colorum confideratio ad geometriæ leges revocari nequeat, nec nifi difficile admodum illa quæ circa latera lentium fæpe cernitur rectarum linearum incurvatio. Poffem equidem, quæ ab alijs magno labore hic inveftigata funt, proponendo, aliquot ejufmodi perfpicillorum conftructiones docere, fed cum longè potiora exiftimem quæ in fequentibus proferam [1]), ubi non multiplicatione lentium fed fpeculi reflexione vifibilia eriguntur, non videtur diutius in his immorandum.

[Propositio V.] [2])

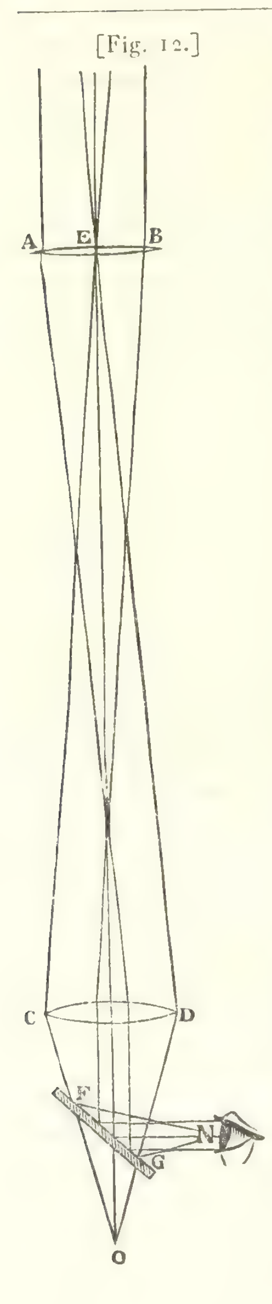
E duabus convexis lentibus telefcopium conftruere quo vifibilia erecta fpectentur ac magna copia fimul uno intuitu comprehendatur [3]).

Convexis duobus recte inter fe atque ad oculum comparatis telefcopium componi quo infignis vifibilium amplitudo uno intuitu apparet propof. [V, Libr. II] [4]) indicavimus quod ad fidera contemplanda omnium eft utiliffimum, quia licet inverfas rerum imagines referat, exiguum inde aut nullum incommodum nafcitur. Sed interdiu ad confpiciendos homines turrefve aut naves procul diftitas, fitus

ici. On les trouve mentionnées pour la première fois dans sa lettre à van Schooten du 20 sept. 1653 (p. 242 du T. I), dans laquelle il invite celui-ci à venir voir sa nouvelle forme de lunette. Ensuite le 24 août 1654 (p. 295 du T. I) le frère Constantyn avertit Christiaan qu'il a parlé à un visiteur, qui s'intéressait aux lunettes, „de vostre invention des petits miroirs d'acier sans la luy enseigner pourtant quoy qu'il l'eust voulu scauoir de tout son coeur." Et plus tard il est encore souvent question de ces sortes de lunettes; à propos de quoi on peut consulter les pp. 277 (22 nov. 1658) du T. II; 14 (25 janv. 1662), 100, 112, 118, 133, 136, 210, 215, 236, 241, 250, 303 (1 févr. 1663) du T. IV; 145 (nov. 1664) du T. V et 87 (5 nov. 1666) du T. VI.

4) Voir l'alinéa qui commence au pied de la p. 195. Toutefois cette citation et la suivante de la même portée ne se rapportent pas précisément à la Prop. V, Liv. II dans la rédaction de 1653 que nous avons donnée p. 187—197 du Tome présent, mais à une nouvelle rédaction projetée, esquissée par Huygens dans l'annotation reproduite dans la note 3 de la p. 186, où on lit „casus telescopij et microscopij rursus hic annotentur"; ce qui veut dire que Huygens se proposa de faire débuter la partie de la „Dioptrique" qui traite les téléscopes et les microscopes par une discussion du télescope et du microscope à deux lentilles. En effet, cette intention a été réalisée, quant au télescope, dans les Prop. I, II et III de la troisième Partie de la „Dioptrique", lesquelles on trouvera plus loin; mais ces propositions ne furent rédigées que bien plus tard, au moins après 1665, puisqu'on ne les trouve pas dans la copie de Niquet. Toutefois il sera utile de prendre connaissance à l'occasion présente de la troisième de ces propositions qui traite le cas de deux lentilles convexes.

[Fig. 12.]



pas de reconnaître les objets; c'eſt pourquoi on a coutume de ſe ſervir alors de pluſieurs lentilles convexes, dont quelques-unes doivent redreſſer l'image renverſée produite par deux d'entre elles. Nous avons parlé de ces choſes dans la propoſition précédente. Mais comme ce réſultat ne peut être atteint ſans qu'on augmente beaucoup la longueur du tube et que le champ viſuel ſe rétréciſſe conſidérablement, nous avons inventé la méthode ſuivante d'après laquelle les images renverſées produites par un téleſcope de deux lentilles convexes ſont renverſées en plaçant près de l'oeil un petit miroir, dont nous expliquons la poſition dans la figure ſuivante.

Soit AB [Fig. 12] [2]) la lentille extérieure, CD la lentille oculaire, leſquelles compoſent le téleſcope tel que nous l'avons décrit plus haut à la Prop. V, Liv. II [3]), où nous avons dit que le point O où il faut mettre l'oeil doit être choiſi de telle manière que ſa diſtance à la lentille CD ſoit à peu près égale à la diſtance focale [4]). Nous plaçons donc un miroir plan FG entre cette lentille et le point O où l'oeil devrait ſe trouver ſi le miroir était abſent. Ce miroir eſt de forme elliptique et a la longueur d'un pouce; il a été fondu en métal et ſoigneuſement poli (les miroirs de verre ne peuvent servir en aucune façon à cauſe de leur ſurface double). Nous l'inclinons ſous un angle de 45° ou un peu moins ſur l'axe de la lentille et nous l'enfermons dans le tube de telle manière que l'oeil N puiſſe en être approché juſqu' à une fort petite diſtance. On regarde vers le miroir d'en haut à travers une ouverture pratiquée dans la paroi du tube, en inclinant la tête vers la terre; l'oeil voit ainſi debout les objets vers leſquels le téleſcope eſt dirigé et le champ viſuel eſt auſſi étendu que ſi l'oeil ſe trouvait en O et que le miroir était abſent. La raiſon en eſt évidente pour celui qui ſait que les rayons incidents et les rayons réfléchis forment avec un miroir plan des angles égaux. On peut voir la marche de ces rayons dans la figure ci-jointe où nous avons tracé tant ceux qui, iſſus du centre de l'objet, tombent parallèlement

---

[1]) La copie de Niquet et la leçon primitive donnent „explicabimus".

everſio res agnoſci non patitur, atque ideo plures convexæ lentes adhiberi ſolent, ut imaginem quam duæ invertunt aliæ denuo erigant, de quibus propoſ. præcedenti egimus. Quia vero hoc fieri nequit quin ſimul inſigniter augeatur tubi longitudo atque amittatur multum de picturæ amplitudine; excogitavimus rationem hanc qua everſæ ſpecies in teleſcopio duorum convexorum erigantur adjecto ad oculum ſpeculo exiguo, cujus poſitum locumque ſequenti ſchemate *explicamus* [1]).

Eſto lens AB [Fig. 12] [2]) exterior, CD vero quæ oculo propinquior eſt, è quibus compoſitum ſit teleſcopium quale ſupra exhibitum fuit prop. [V, Libr. II] [3]) ubi diximus recte ſic collocari oculum in O, ut a lente CD diſtet circiter quantum focus ejus [4]). Itaque inter lentem hanc punctumque O, ubi alioqui oculus ſtatuendus foret, ſpeculum planum FG interponimus, elliptica forma, longitudine pollicari, e metallo fuſum atque accurate expolitum, (nam vitrea ob duplicem ſuperficiem omnino ad hunc uſum inepta ſunt) anguloque inclinamus ſemirecto ad axem lentium, aut paulo etiam minore, atque ita tubo includimus, ut quam proxime illi admoveri poſſit oculus N; qui deſuper per foramen, in tubi lamina excavatum, in ſpeculum aciem dirigit, inclinato capite terram verſus, atque ita viſibilia ad quæ tubus dirigitur et erecta conſpicit et eadem copia, ac ſi, nullo interpoſito ſpeculo, in O conſtitutus eſſet. Neque cauſa ignota eſſe poteſt ei qui in ſpeculo plano radios incidendo ac reſiliendo æquales angulos facere noverit, quos radios uti hic feruntur in ſchemate delineatos cernere licet; tum hos qui a medio rei viſæ puncto venientes, paralleli incidunt in lentem AB ac denique

---

[2]) La figure du manuscrit étant endommagée nous empruntons la figure présente à l'édition de de Volder et Fullenius de 1703. De plus nous reproduisons ici deux petites figures se rapportant à la partie oculaire d'une lunette à miroir. La première, qu'on trouve à la p. 62 du Manuscrit A, doit dater de 1659; l'autre, empruntée à la p. 75 du Manuscrit B, de 1662.

[3]) Voir la note 4 de la p. 265.

[4]) Plus précisément au lieu où se trouve l'image de l'objectif, formée par l'oculaire, comme, d'ailleurs, le cours des rayons ECFN et EDGN l'indique; mais ce lieu se trouve à peu de distance du foyer en question puisque, si H représente le foyer de l'oculaire, lequel est situé du côté de l'objectif, et K le point milieu de l'oculaire, on doit avoir (d'après la Prop. XX, Liv. I, p. 99) $EH:EK = EK:EO$, ou bien, $EH : HK = EK:KO$. Or, le rapport $EH : EK$ ne diffère pas beaucoup de l'unité, il en est donc de même pour le rapport $HK:KO$. Voir encore la „Prop. III" de la troisième Partie de cette „Dioptrique".

ſur la lentille AB et à la fin arrivent parallèlement à l'oeil N, que ceux qui partent des points extrêmes de l'objet et qui, après s'être croiſés au centre de la lentille AB, atteignent l'oeil en ſe mouvant ſelon les lignes ECFN et EDGN.

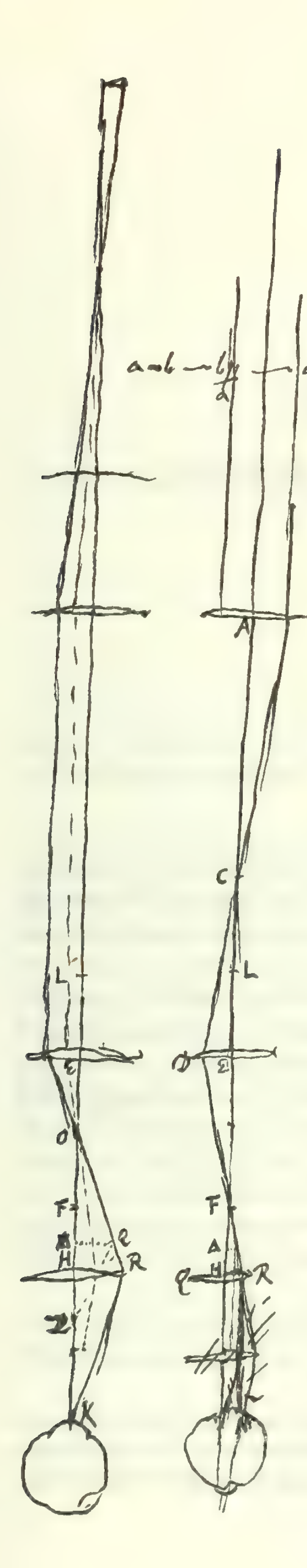
Le téleſcope ainſi conſtruit, et qui ſous d'autres rapports eſt le mieux approprié à nous donner une image des objets qu'on voit ſur la terre et ſur la mer, a cependant un ſeul défaut, celui de nous faire voir à notre gauche ce qui ſe trouve à notre droite; mais c'eſt là un faible inconvénient, pourvu qu'on en ſoit averti.

FIN DU TROISIÈME ET DERNIER LIVRE.

etiam paralleli ad oculum N deferuntur; tum eos qui ab extremis punctis mittuntur, atque in media lente AB fefe interfecantes, inde ad oculum pergunt fecundum lineas ECFN, EDGN.

Hæc vero telefcopij ratio alioqui praeftantiffima ad ea quæ terra marique fpectanda occurrunt, hoc unum habet incommodum quod quæ dextra funt finiftra videri faciat; fed hoc admonitis exiguum eft.

[FINIS TERTII ET ULTIMI LIBRI.]



APPENDICE [1]

AU TROISIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS".

[1691.]

OF ad OΔ ut OΔ ad OZ
oftendendum ∠QZΔ ad QOΔ feu RKH [2]) ut OE
feu FH ad FΔ
hoc eft OΔ ad ΔZ ut FH ad FΔ

demonftratio OF ad OΔ ut OΔ ad OZ
OF ad FΔ ut OΔ ad ΔZ
HF [3]) ad FΔ ut OΔ ad ΔZ.

---

[1]) La pièce est empruntée à la p. 129 du „Manuscrit G". Elle sert à démontrer l'assertion, faite à la p. 263 du Tome présent, que si dans la lunette représentée par les figures 10 et 11, p. 262 on remplace la lentille H, dont la distance focale FH est égale à celle de la lentille E (EL ou OE), par une autre, dont la distance focale FΔ soit plus petite, le grossissement sera mesuré par le rapport AC : FΔ, où AC égale la distance focale de l'objectif. À cet effet, après avoir supposé que la nouvelle lentille soit placé en Δ, Huygens commence par déterminer le point Z correspondant au point O, par rapport à la lentille en Δ, pour y placer l'oeil.

Or, comme il a démontré dans la Prop. IV (voir la p. 261) que dans le cas où la lentille de distance focale HF fût placée en H le grossissement se mesure par le rapport AC : EL, où EL = HF, il suffira de prouver que l'ancien et le nouveau grossissement sont dans le rapport inverse des distances focales des lentilles employées, c'est-à-dire, que le nouveau grossissement se rapporte à l'ancien comme FH à FΔ. Or, il est clair que ces grossissements sont dans le rapport des angles QZΔ et RKH, puisque l'angle qui correspond à l'angle SAX de la figure 11 de la p. 262, (voir la note 2, p. 263) et qu'on retrouve ici (également sans lettre) dans la figure de gauche, est le même dans les deux cas. Il reste donc à démontrer qu'on a ∠QZΔ : ∠RKH = FH : FΔ. C'est là la deuxième proportion du texte, où nous renvoyons pour le reste de la démonstration.

[2]) L'égalité des angles QOΔ et RKH résulte de celle des segments HK et HO; laquelle est expliquée dans la note 1, p. 262.

[3]) OF = HF puisque les points O et F divisent la distance EH en trois parties égales. Comparez la note 1, p. 262, déjà citée.

LA DIOPTRIQUE.

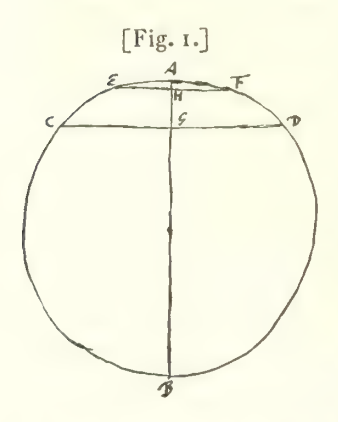
DEUXIÈME PARTIE [1]). DE L'ABERRATION DES RAYONS HORS DU FOYER.

1666.

Proposition I.

Dans des ſegments extrêmement petits d'un même cercle le rapport des hauteurs ou diamètres des ſegments peut être eſtimé égal à celui des carrés des baſes.

[Fig. 1.]



Suppoſons que CAD et EAF ſoient deux petits ſegments d'un même cercle; puiſſe le diamètre AB du cercle les diviſer l'un et l'autre en deux parties égales, et ſoient AG et AH les hauteurs de ces ſegments. Je dis que le rapport AG : AH eſt à peu près égal à celui du carré de la baſe CD au carré de la baſe EF. En effet, comme le rectangle BGA eſt égal au carré de GD et le rectangle BHA au carré de FH, il apparaît que le rectangle BGA eſt au rectangle BHA comme le carré de GD eſt au carré de HF, ou comme le carré de CD eſt à celui de EF. Mais AG eſt à AH comme le rectangle BGA eſt au rectangle BG, HA qui eſt tant ſoit peu plus petit que le rectangle BHA. Par conſéquent le rapport AG : AH eſt un peu plus grand que celui du carré de CD au carré de EF.

Suppoſons que le diamètre AB ait une longueur de 20000000 parties et que l'arc CAD ſoit égal à $\frac{1}{36}$ de la circonférence ou à 10 degrés. La droite DG

---

[1]) Sur la marge de la première feuille de la partie du manuscrit à laquelle nous empruntons cette „Pars secunda" on lit de la main de Huygens les phrases suivantes écrites à une époque inconnue après 1672: „Hæc quæ paginis hisce 38 continentur non edenda sunt;

DIOPTRICA.

[PARS SECUNDA [1]). DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO].

[1666.]

Propos[itio I].

In minimis circuli ejusdem segmentis, altitudines seu diametri segmentorum eandem inter se rationem habere censendæ quam quadrata basium.

Sint ejusdem circuli exigua segmenta CAD, EAF [Fig. 1], quæ utraque diameter circuli AB bifariam secet, sintque segmentorum altitudines AG, AH, dico rationem AG ad AH proxime eandem esse, quæ quadrati baseos CD ad quadr. baseos EF. Quia enim rectangulum BGA æquale quadrato GD: et rectangulum BHA æquale quadrato FH; apparet esse sicut quadratum GD ad qu. HF, sive ut qu. CD ad qu. EF ita rectangulum BGA ad rectangulum BHA; sicut autem rectangulum BGA ad rectangulum BG, HA, quod pauxillo minus est rectangulo BHA, ita est AG ad AH. Ergo et AG ad AH exiguo majorem rationem habet quam quadratum CD ad qu. EF.

Sit AB diameter partium 20000000; arcus CAD $\frac{1}{36}$ circumferentiæ sive 10 graduum. fit DG partium 871557, cujus si FH dimidia ponatur erit ea 435778.

---

quia aliunde quam a figura spherica imperfectus radiorum concursus oritur, nempe ex principio illo dispersionis a Newtono observato." Or, plus tard, Huygens, ayant reconnu sans doute l'exagération de ce jugement, a biffé ces phrases, et des 38 pages numerotées il a admis les 20 premières dans sa „Dioptrique" projetée. Il en a rejeté seulement les 18 dernières, qui se trouvent dans une couverture portant le titre: „Rejecta ex dioptricis nostris". Ces dernières pages n'ont jamais été publiées; nous les avons reproduites aux p. 315—353 du Tome présent.

acquiert une longueur de 871557 parties, et ſi nous ſuppoſons que FH ſoit égale à la moitié de cette droite, FH aura 435778 parties. Mais AG a une longueur 38053, et le quart de ce nombre eſt 9513. Si AH avait la longueur exprimée par ce dernier nombre, le rapport AG : AH ſerait égal à celui du carré de CD au carré de EF. On trouve cependant que AH a une longueur de 9500 parties, de ſorte que la différence n'eſt que de $\frac{13}{9500}$ ou de $\frac{1}{731}$ AH et ſeulement de $\frac{13}{2000000000}$ du diamètre AB.

Or, les ſurfaces convexes ou concaves des lentilles que nous conſidérerons dans ce qui ſuit n'embraſſent en général que la centième ou la deux-centième partie d'une circonférence de cercle, comme nous le dirons plus loin [1]). L'erreur qu'on commet en admettant la relation mentionnée plus haut entre le rapport des baſes et celui des hauteurs eſt donc beaucoup moindre.

Proposition II.

Dans des ſegments extrêmement petits appartenant à des cercles différents et qui poſſèdent la même baſe ou des baſes égales, le rapport des hauteurs des ſegments peut être eſtimé égal à l'inverſe de celui des diamètres [2]). .

Conſidérons deux petits ſegments ABC et ADC [Fig. 2] appartenant à des cercles différents et poſſédant la même baſe AC; puiſſent-ils être diviſés en deux parties égales par la droite DE ſur laquelle coïncident des diamètres des deux cercles, ſavoir BF, diamètre du cercle auquel appartient le ſegment ABC, et DG, diamètre du cercle plus petit dont le ſegment ADC fait partie. Je dis que le rapport des hauteurs DE et BE eſt à peu près égal à celui de BF à DG. En effet, comme les rectangles FEB et GED ſont égaux entre eux, vu qu'ils ſont l'un et l'autre égal au carré de EC, on aura FE : GE = DE : EB. Mais le rapport des diamètres FB et GD eſt à peu près égal à celui de FE et de GE, attendu que les parties EB et ED ſont ſuppoſées fort petites par rapport aux diamètres entiers. On en conclut que DE eſt à la hauteur BE à peu près comme le diamètre FB eſt au diamètre GD.

Suppoſons de nouveau que l'arc ADC ſoit égal à $\frac{1}{36}$ de la circonférence ou à 10 degrés et le diamètre DG à 20000000 parties. La droite ED comprendra donc 38053 parties. Et ſi nous admettons que le diamètre BF eſt égal au double du diamètre DG, donc à 40000000 parties, on trouvera que la droite EB com-

[1]) On peut consulter la Prop. XI des „Rejecta", p. 339—353, quoiqu'en vérité Huygens ne soit pas revenu expressément sur la détermination de l'étendue relative de l'arc CAD, par rapport au cercle complet, admissible dans une lentille.

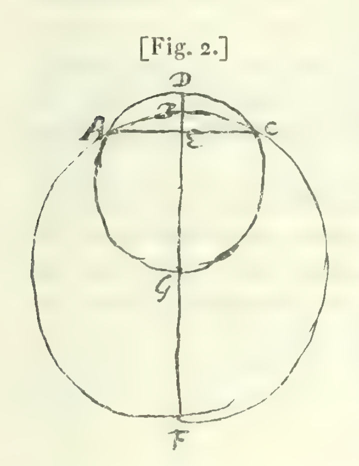
At AG eſt 38053; cujus quarta pars 9513, cui ſi æqualis eſſet AH, jam eſſet eadem ratio AG ad AH quæ quadrati CD ad qu. EF. Nunc autem invenitur AH partium 9500, adeo ut differentia tantum ſit $\frac{13}{9500}$ ſive $\frac{1}{731}$ ipſius AH, ac tantum $\frac{13}{20000000}$ diametri AB.

Superficies vero convexæ aut concavæ lentium quas in ſequentibus conſiderabimus plerumque tantum $\frac{1}{100}$ vel $\frac{1}{200}$ partem circumferentiæ complectuntur ut poſtea dicetur [1]), in quibus proinde multo minus fallit dicta baſium altitudinumque proportio.

Propos[itio II].

In minimis circulorum inæqualium ſegmentis, æquales vel eaſdem baſes habentibus, altitudines ſegmentorum, diametris ipſorum circulorum, contraria ratione reſpondere cenſendæ ſunt [2]).

[Fig. 2.]



Sint ſegmenta exigua inæqualium circulorum, ABC, ADC, eandem baſin AC habentia, ac bifariam diviſa recta DE; in qua diametri circulorum, BF quidem ejus ex quo ſegmentum ABC, DG vero minoris ex quo ſegmentum ADC. Dico ſicut BF ad DG ita proxime eſſe altitudinem DE ad BE. Cum enim rectangula FEB, GED inter ſe æqualia ſint, quippe quæ ſingula æquentur quadrato EC, Erit proinde ut FE ad GE ita DE ad EB. Sed ut FE ad GE, ita eſt proximè diameter FB ad diametrum GD, cum partes EB, ED minimæ ponantur totarum diametrorum reſpectu. Ergo etiam ut diameter FB ad diam. GD ita eſt proxime DE ad altitudinem BE.

Sit arcus ADC rurſus $\frac{1}{36}$ circumferentiæ ſive 10 gr. et diameter DG partium 20000000; Erit ED partium 38053. Jam ſi diameter BF diametri DG dupla ſtatuatur, hoc eſt, partium 40000000, invenietur EB

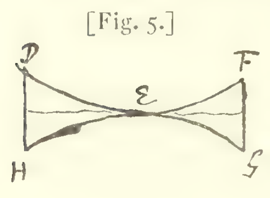
[2]) Comme nous le montrerons plus loin (voir p.e. l'Appendice I, p. 355—375 du Tome présent), c'est par l'application continuelle de cette proposition et de la précédente que Huygens a pu réussir à déduire les formules approximatives qui donnent l'aberration sphérique des lentilles en fonction de leurs rayons de courbure et de leurs épaisseurs.

prend 19000 parties, tandis qu'elle devait être égale à la moitié de ED, c'eſt-à-dire à 19026 parties. Par conſéquent, il n'y a qu' une différence de $\frac{26}{19000}$ ou $\frac{1}{731}$ EB ou de $\frac{26}{40000000}$ du diamètre BF. Et ſi nous prenons un arc ADC plus petit, le rapport des hauteurs et le rapport inverſe des diamètres feront encore moins éloignés de l'égalité.

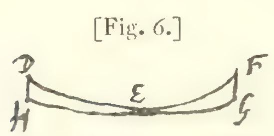
Définitions.

Appelons „épaiſſeur d'une lentille convexe" la diſtance qui ſépare les points milieux des deux ſurfaces lorſque les bords des deux ſurfaces coïncident. Ainſi l'épaiſſeur de la lentille ABCD [Fig. 3 et 4] dont les bords coïncident avec la même circonférence de cercle AC, eſt BD : en effet, c'eſt là la diſtance des points milieux des deux ſurfaces.

[Fig. 5.]



[Fig. 6.]



Par „épaiſſeur d'une lentille concave" nous entendrons au contraire la diſtance [Fig. 5 et 6] entre les bords circulaires des deux ſurfaces lorſque leurs points milieux coïncident. Ainſi l'épaiſſeur de la lentille DEFGH, dont les points milieux coïncident en E, eſt DH ou FG : en effet, c'eſt là la génératrice d'un cylindre qui renferme les deux ſurfaces.

Dans la ſuite nous conſidérerons donc toujours les lentilles de cette façon : et quoique les lentilles convexes aient le plus ſouvent une certaine épaiſſeur près des bords et que les lentilles concaves en aient toujours une au milieu, nous ne tiendrons compte que de cette épaiſſeur-là ſeulement qui reſterait ſi les deux ſurfaces coïncidaient aux bords ou ſe touchaient au milieu.

Proposition III.

Les lentilles convexes poſſédant la même diſtance focale et les lentilles concaves ayant la même diſtance du point de diſperſion, auront la même épaiſſeur ſi leurs largeurs ſont égales [4]).

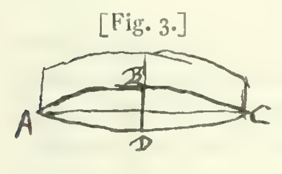
[1]) Liſez : „19000". Il est évident, en effet, que 19074 ne peut pas être juste, puisque nécessairement EB $< \frac{1}{2}$ ED.

partium 19074 [1]), quæ debebat eſſe dimidia ED, hoc eſt partium 19026. Itaque differentia tantum eſt $\frac{48}{19074}$ ſive $\frac{1}{397}$ [2]), ipſius EB, nec niſi $\frac{48}{40000000}$ [3]), diametri BF. Et ſumto minore arcu ADC tanto exactius quadrabit dicta altitudinum ac diametrorum contraria proportio.

[Definitiones.]

Craſſitudo lentis convexæ dicatur intervallum quo inter ſe diſtant puncta media utriuſque ſuperficiei, lateribus coeuntibus. Ita lentis ABCD [Fig. 3 et 4] cujus latera in unum circulum AC conveniunt, craſſitudo eſt BD, diſtantia nempe punctorum mediorum utriuſque ſuperficiei.

[Fig. 3.]



[Fig. 4.]

Craſſitudo autem lentis cavæ dicatur diſtantia [Fig. 5 et 6] circumferentiarum utriuſque ſuperficiei, coeuntibus earum punctis medijs. Ita lentis DEFGH, cujus puncta media in E ſeſe contingunt, craſſitudo eſt DH vel FG, latus nimirum cylindri utramque ſuperficiem comprehendentis.

Hoc modo enim in ſequentibus lentes conſiderabimus. Et quamvis convexæ lentes plerumque craſſitudinem aliquam in ambitu habeant, cavæ vero aliquam ſemper in medio. Eam tamen cenſebimus tantum omnium eſſe craſſitudinem, quæ ſupereſſet ſuperficiebus ſe mutuo vel in ambitu vel in medio contingentibus.

Propos[itio III].

Lentes convexæ eandem foci diſtantiam habentes, cavæ vero eandem diſtantiam puncti diſperſus ſi et latitudinem æqualem habuerint, etiam æquali erunt craſſitudine [4]).

---

[2]) Lisez: „$\frac{26}{19000}$ sive $\frac{1}{731}$”.

[3]) Lisez: „$\frac{26}{40000000}$”.

[4]) La proposition présente n'est démontrée dans ce qui suit que pour des lentilles en verre où l'indice de réfraction est supposé égal à $\frac{3}{2}$. Toutefois elle est vraie pour des lentilles d'une matière quelconque, puisqu'on a (p. 88, note 1) $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ et en même temps $e = \frac{1}{8} d^2 \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right)$ où e représente l'épaisseur de la lentille et d sa latitude ou son diamètre. On en déduit dans le cas général $d^2 = 8(r-1)ef$ et pour le verre $d^2 = 4ef$.

Suppofons en premier lieu que AB, l'une des deux lentilles, foit planconvexe; et foit DC le rayon de courbure de la furface ACB, CE l'épaiffeur de la lentille, CF la diftance focale qui fera le double de CD [1]). Prenons pour l'autre lentille la lentille biconvexe GH [Fig. 8], dont la largeur eft par hypothèfe égale à celle de la lentille AB et dont la diftance focale MP eft égale à CF. Je dis donc que l'épaiffeur KM de la lentille GH eft égale à EC, l'épaiffeur de la lentille AB.

En effet, foit LK le rayon de courbure de la furface GKH de la lentille GH, et MN celui de la furface GMH de la même lentille; et puiffe la droite GH couper l'épaiffeur KM de la lentille en O.

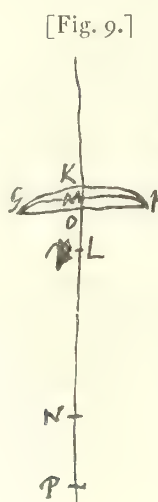
* Prop. XVI, Part. I, Liv. I [2]).

* Prop. II [3]).

* Par la même Prop. [3]).

* Prop. XVI, Part. I, Liv. I [2]).

[Fig. 9.]



On a alors : (LK+NM) : NM = 2 LK : MP *; MP étant la diftance focale qui eft fuppofée égale à CF. Par conféquent, (LK + NM) : NM = 2 LK : CF = LK : $\frac{1}{2}$ CF = LK : DC. Mais comme on a LK : NM = MO : OK *, on aura, par compofition, (LK + NM) : NM = MK : KO. Donc auffi MK : : KO = LK : DC. Mais LK : DC = CE : KO *, parce que la corde GH eft égale à la corde AB. Il s'enfuit que MK : KO = CE : : KO. Par conféquent, MK = CE; ce qu'il fallait démontrer.

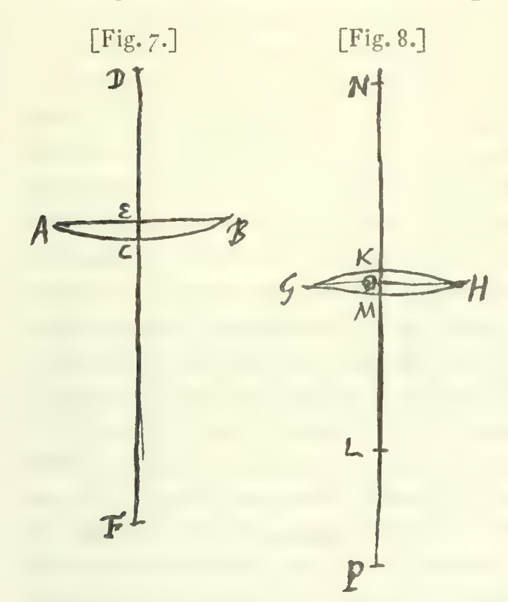
Remplaçons maintenant la lentille GH par une lentille concavo-convexe [Fig. 9], dont GMH foit la furface concave. La différence KM de KO et MO conftituera fon épaiffeur. Faifons d'ailleurs les mêmes fuppofitions qu'auparavant. Comme (NM − LK) : NM = 2 LK : MP *, diftance focale qui eft fuppofée égale à CF, on aura auffi (NM—LK) : NM = 2 LK : : CF = LK : $\frac{1}{2}$ CF = LK : DC. Mais comme NM : LK = = OK : OM, il s'enfuit qu'on a également (NM − LK) : NM = = KM : KO. Donc auffi KM : KO = LK : DC. En partant de là on démontrera de la même manière que dans le cas de la lentille biconvexe que MK = CE.

Comme donc toute lentille biconvexe ou concavo-convexe qui poffède la même diftance focale et la même largeur que la lentille planconvexe AB a auffi la même épaiffeur que cette dernière, il s'enfuit que toutes les lentilles biconvexes ainfi que toutes les lentilles concavo-convexes qui ont la même diftance focale et la même largeur auront également la même épaiffeur.

[1]) Voir le premier alinéa de la p. 83 du Tome présent, où il s'agit d'une lentille en verre.

[2]) Voir la règle exposée dans les six dernières lignes de la Proposition citée, p. 89 du Tome présent.

Sit primò lentium altera AB [Fig. 7] planoconvexa, ſitque ſuperficiei ACB ſemidiam. convexitatis DC. craſſitudo lentis CE, foci diſtantia CF, quæ erit dupla CD [1]). Lens autem altera utrimque convexa ſit GH [Fig. 8], cujus latitudo eadem quæ lentis AB, et foci diſtantia MP æqualis CF. Dico igitur et craſſitudinem KM lentis GH æqualem eſſe EC craſſitudini lentis AB.



[Fig. 7.] [Fig. 8.]

Sit enim in lente GH ſuperficiei GKH ſemidiameter convexitatis LK; ſuperficiei vero GMH ſemidiam. convexitatis MN. rectaque GH ſecet craſſitudinem lentis KM in O.

Quia igitur ut duæ ſimul LK, NM ad NM ita dupla LK ad foci diſtantiam MP *. quæ æqualis ponitur CF. Erit proinde ut duæ ſimul LK, NM ad NM ita dupla LK ad CF, ſive ita LK ad dimidiam CF hoc eſt ad DC. Quia autem ut LK ad NM ita MO ad OK *. erit et componendo ut duæ ſimul LK, NM ad NM ita MK ad KO. Itaque et MK ad KO ut LK ad DC. Sed ut LK ad DC ita quoque eſt CE ad KO *, quia ſcilicet ſubtenſa GH æqualis AB; Ergo MK ad KO ut CE ad KO; ac proinde MK æqualis CE: quod erat oſtendendum.

* Propos. [XVI, Part. I, Lib. I.] 2)

* Propos. [II.] 3)

[*] per eadem 3).

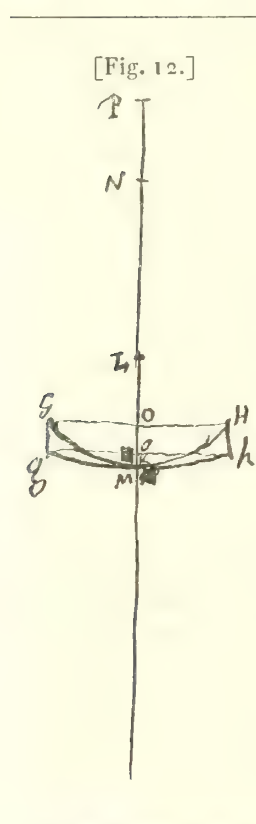
Sit jam pro lente GH meniſcus [Fig. 9], cujus ſuperficies cava GMH; craſſitudo autem meniſci KM erit id quo KO ſuperat MO. Poſitis itaque cæteris ut prius; quia ut exceſſus NM ſupra LK ad NM ita dupla LK ad foci diſtantiam MP *, quæ æqualis ponitur CF, Erit proinde ut dictus exceſſus duarum NM, LK ad NM ita dupla LK ad CF, ſive ita LK ad dimidiam CF, hoc eſt, ad DC. Quia autem ut NM ad LK ita OK ad OM erit etiam ut exceſſus NM ſupra LK ad NM ita KM ad KO. Itaque et KM ad KO, ut LK ad DC. Unde porro ſicut prius in lente utrinque convexa oſtendetur quod MK æqualis CE.

* Propos. [XVI, Part. I, Lib. I.] 2)

Cum igitur quævis lens utrimque convexa vel meniſcus, æqualem foci diſtantiam eandemque latitudinem habens atque lens planoconvexa AB, etiam craſſitudinem ei æqualem habeat, ſequitur et omnes utrimque convexas atque omnes meniſcos qui foci diſtantiam latitudinemque inter ſe æqualem habuerint, etiam pari craſſitudine futuros.

3) Voir la proposition qui précède, p. 275.

[Fig. 12.]



Confidérons maintenant une lentille planconcave ACBba [Fig. 10], dont les deux furfaces fe touchent au point C; et fuppofons de nouveau que D foit le centre de la furface ACB et CF la diftance du point de difperfion, diftance qui eft égale à 2 CD [1]). Soit Aa ou CE l'épaiffeur de cette lentille. Soit GKHhMg l'autre lentille; elle eft biconcave [Fig. 11] ou convexo-concave [Fig. 12] et a une largeur égale à AB et une diftance PM du point de difperfion égale à FC. Les deux furfaces de ces lentilles fe touchent par hypothèse au milieu, de forte que les points K et M coïncident et que l'épaiffeur de la lentille eft égale foit à la fomme des longueurs KO et Mo qui repréfentent les hauteurs des deux furfaces fphériques, foit à leur différence. Pour démontrer que cette épaiffeur eft égale à l'épaiffeur CE de la lentille ACBba, il fuffit de répéter les deux démonftrations précédentes; la première s'applique à la lentille biconcave, la feconde à la lentille convexo-concave. Il faut obferver cependant qu'au lieu de la diftance focale on doit toujours lire la diftance du point de difperfion et il faut avoir égard à ce que la fomme ou la différence des deux grandeurs KO et Mo eft maintenant Oo, tandis qu' auparavant elle était égale à KM.

Ces démonftrations nous permettent de conclure que la propofition eft vraie auffi pour les lentilles biconcaves ou convexo-concaves.

Proposition IV.

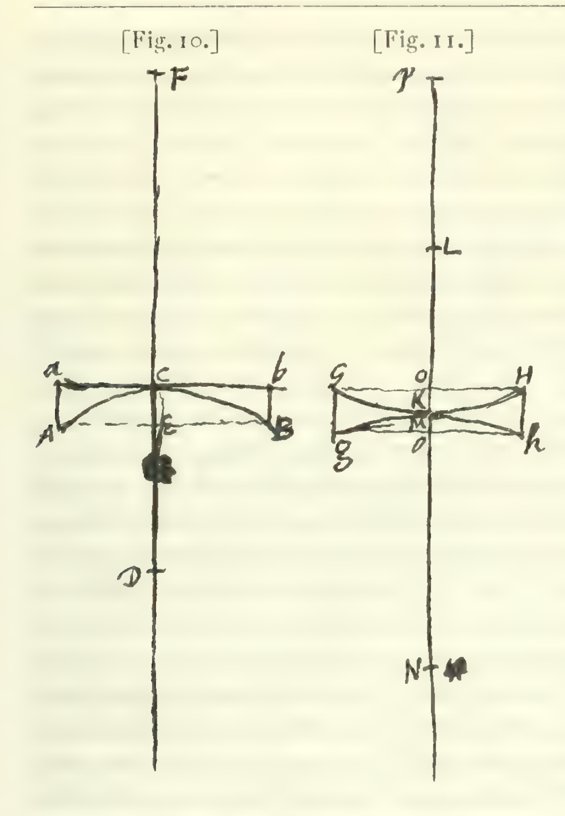
Indiquer comment on peut trouver rapidement pour les lentilles les aberrations des rayons provenant de la forme fphérique des furfaces [3]).

---

1) Voir la Prop. XV, Part. I, Liv. I, p. 83.

2) Lisez plutôt „convexoconcava", puisque la lentille, d'après les définitions de la p. 277, compte parmi les lentilles concaves. L'usage de Huygens n'est pas constant à ce propos; comparez la p. 305.

3) Dans la leçon primitive et dans la copie de Niquet cette proposition portait la suscription: „Quænam lens sphærica convexa melius radios parallelos colligat inveftigare". Or, de cette suscription et de la phrase, biffée depuis, que nous rapportons dans la note 2, p. 283, il nous semble permis de conclure que dans ses recherches sur l'aberration sphérique



[Fig. 10.] [Fig. 11.]

Sit jam etiam lens planocava ACBba [Fig. 10] ſuperficie utraque contigua in C; ſitque rurſus ſuperficiei ACB centrum D, et CF diſtantia puncti diſperſus, quæ eſt dupla CD [1]); craſſitudo autem ſit Aa vel CE. Lens autem altera, vel utrimque cava [Fig. 11] vel cavoconvexa [2]) [Fig. 12] ſit GKHhMg æqualem ipſi AB latitudinem habens, punctique diſperſus diſtantiam PM æqualem FC. Harum autem lentium ſuperficies utræque ſeſe in puncto medio contingere ponuntur, ita ut puncta K et M in unum conveniant, ac craſſitudo lentis ſit, vel ſumma duarum KO, Mo, quæ altitudines utriuſque ſphæricæ ſuperficiei referunt, vel earum differentia. Quæ craſſitudo ut æqualis oſtendatur craſſitudini CE lentis ACBba, repetenda tantum eſt utraque præcedens demonſtratio, quarum prior convenit lenti utrimque cavæ, poſterior cavoconvexæ [2]), ubi obſervandum tamen ut pro foci diſtantia ſemper legatur diſtantia puncti diſperſus, et animadvertendum ſummam aut differentiam duarum KO, Mo, hic eſſe Oo, cum illic fuerit KM.

Ex his vero rurſus ſequitur, veram quoque eſſe propoſitionem in quibuſvis lentibus utrimque cavis vel cavoconvexis [2]).

[Propositio IV.]

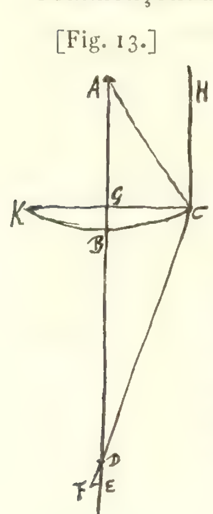
Quomodo in lentibus aberrationes radiorum quæ ex figura ſuperficierum ſphærica oriuntur compendio inveniuntur [3]).

Huygens était surtout inspiré par le désir de trouver la forme la plus avantageuse à donner, par rapport à cette aberration, à une lentille convexe. Déjà, depuis 1653, il savait p. e. que l'aberration sphérique d'une lentille planconvexe est moindre „lorsque la surface convexe est opposée aux rayons incidents, que lorsque la surface plane leur est opposée.” Voir la p. 83 du Tome présent.

Nous entendons par lentilles convexes toutes celles qui font concourir les rayons parallèles, soit qu'elles possèdent deux surfaces convexes, soit qu'elles aient une surface convexe et une surface plane ou une surface convexe et une surface concave. Parmi celles de ces lentilles qui possèdent la même distance focale, les unes font concourir les rayons parallèles mieux que les autres vers ce point qu'on appelle le foyer; c'est-à-dire en prenant égales entre elles les largeurs ou ouvertures des lentilles. Quoique cela ne soit pas de grande importance dans la construction des télescopes à cause d'une autre aberration bien plus considérable et d'une autre nature, dont nous parlerons lorsque nous serons arrivés à ce sujet [1]), ces considérations ont cependant leur utilité ailleurs dans la théorie des microscopes; nous ne devons donc pas les passer sous silence [2]). Nous prendrons partout dans ces considérations la valeur $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction du verre: en effet, on trouve à fort peu près cette valeur-là, comme nous l'avons expliqué plus haut [3]).

Commençons donc [4]) par le cas d'une lentille planconvexe placée de telle manière que sa surface plane est exposée aux rayons parallèles; c'est dans ce cas-là que le calcul est le plus facile. Je suppose que le segment de cercle KBC [Fig. 13] représente la section faite dans une lentille de ce genre par un plan passant par l'axe. Le point A est le centre de ce cercle, donc aussi celui de la surface convexe. La droite ABD représente l'axe de la lentille; elle divise l'arc KC en deux parties égales au point B et la corde KC au point G. La surface convexe KBC coupe la surface plane KC suivant une circonférence qui constitue le bord de la lentille. On demande d'examiner la réfraction du rayon HC parallèle à l'axe de la lentille et éloigné de cet axe à une distance aussi grande que possible. Le rayon réfracté est représenté par la droite CD: il est évident que dans cette lentille il n'y a qu'une seule réfraction qui a lieu à la surface convexe CBK. Quant au foyer E de la lentille, il sera situé au-delà du point D, comme cela a été démontré à la prop. IX du livre I de la première Partie [5]); on le trouvera en prenant AE = 3 AB; en effet, de cette façon on aura AE : EB = 3 : 2, valeur que nous avons adoptée ici pour celle de l'indice de réfraction. Nous devons donc trouver la grandeur du segment DE, où tous les rayons réfractés provenant de rayons incidents parallèles rencontrent l'axe de la lentille: on sait que plus un rayon est proche de l'axe AB plus aussi il rencontre l'axe à petite distance du foyer, comme nous l'avons démontré à la proposition IX citée. Tirons la droite AC et soit celle-ci, ou AB, égale à a, et CG à b: ce sont là deux grandeurs données. Soit en outre $AD = x$. Comme le rapport AD : DC est égal à l'indice de réfraction [6]), on aura $DC = \frac{2}{3}x$. Et si nous retranchons le carré GC du carré DC nous trouvons que le carré GD est égal à $\frac{4}{9}xx - bb$, et GD à $\sqrt{\frac{4}{9}xx - bb}$. D'autre part en retranchant le

[Fig. 13.]



Lentis ſphæricæ convexæ nomine omnes eas intelligimus quæ radios parallelos concurrere faciunt, ſive duabus convexis ſuperficiebus conſtent, ſive convexa et plana, ſive convexa et concava, harum vero æquales foci diſtantias habentium aliæ alijs perfectius radios parallelos verſus punctum illud quod focus dicitur inclinant, ſumptis nimirum latitudinibus ſeu aperturis lentium æqualibus. *quod licet in teleſcopiorum rationibus parum referat, propter aliam aberrationem longe majorem atque alterius naturæ, de qua, ubi eo ventum erit, dicemus* [1]), *habet tamen in microſcopiorum examine alibi utilitatem hæc cognitio, eoque non eſt prætereunda* [2]). Proportionem refractionis vitri ſeſquialteram in his ubique uſurpabimus, quæ quam proxime ejuſmodi invenitur ut in præcedentibus dictum fuit [3]).

Incipiendo [4]) itaque a planoconvexa lente atque ea illius poſitione qua ſuperficies plana radijs parallelis expoſita eſt, ubi calculi ratio omnium facillima eſt; Sit lens ejuſmodi [Fig. 13], cujus ſectio per axem ſegmentum circuli KBC, cujus circuli atque item ſuperficiei convexæ centrum ſit A, axis vero lentis ABD, ſecans bifarium arcum KC in B et ſubtenſam KC in G, conveniatque ſuperficies convexa KBC cum plana KC in lentis margine, et propoſitum ſit examinare refractionem radij HC axi lentis paralleli atque ab eo remotiſſimi, quæ refractio ponatur eſſe CD, et conſtat quidem in hac lente tantum unam fieri in ſuperficie convexa CBK. Focus autem lentis E erit ultra punctum D ut oſtenſum eſt prop. [IX, Part. I, Lib. I] [5]) invenieturque ſumendo AE triplam AB ita enim AE ad EB habebit rationem ſeſquialteram, quæ hic eſt proportio refractionis. Inveniendum itaque eſt ſpatium DE, intra quod radiorum omnium parallelorum refractiones cum axe lentis conveniunt; etenim tanto quæque propius convenit quanto vicinior radius fuerit axi AB, ut oſtenſum propoſ. [IX, Part. I, Lib. I] [5]). Jungatur AC, ſitque hæc ſive AB $\infty\, a$, CG $\infty\, b$, quarum utraque data eſt. AD vero ſit $\infty\, x$. Quia itaque AD ad DC habet rationem quæ refractiones metitur [6]), erit DC $\infty\, \frac{2}{3}x$. Et ablato quadrato GC à quadrato CD, fiet quadratum GD $\infty\, \frac{4}{9}xx - bb$, et GD $\infty \sqrt{\frac{4}{9}xx - bb}$. Rurſus ablato eodem

[1]) Voir la troisième Partie de cette Dioptrique, là où il s'agit du chromatisme des lentilles.

[2]) Au lieu de la phrase en italiques qui précède on lisait dans la rédaction primitive et dans la copie de Niquet ce qui suit: „cumque quæ cæteris hac in re præſtant ad teleſcopiorum uſum omnino præferenda ſint, operæ prætium erit omnes earum differentias pervestigare, ac definire denique quænam ſit omnium optima" [voir plus loin les p. 291—295] „quod hactenus cognitum non fuit. Cui ſimile examen deinde" [Prop. V, p. 297—307] „et in cavis lentibus instituemus".

[3]) Voir la p. 13 du Tome présent.

[4]) Plus tard Huygens annota en marge: „Oſtende originem regulæ pag. ſequ. et cæterarum calculum non perſequere ſed refer tantum quid producat."

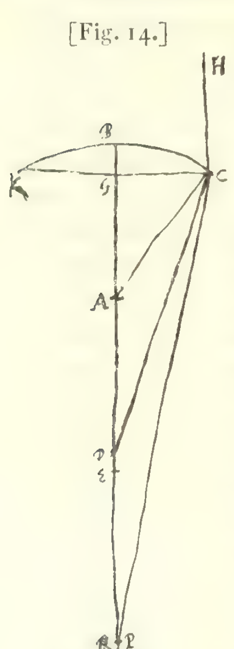
[5]) Voir la p. 37 du Tome présent.

[6]) D'après la Prop. III du Livre I de la première Partie. Voir la p. 17 du Tome présent.

même carré CG du carré AC, nous trouverons que le carré GA eſt égal à $aa - bb$ et AG à $\sqrt{aa - bb}$; et en ajoutant cette expreſſion à GD, c'eſt-à-dire à $\sqrt{\frac{4}{9}xx - bb}$, nous obtiendrons pour la longueur entière AD ou x la valeur $\sqrt{\frac{4}{9}xx - bb} + \sqrt{aa - bb}$. D'où l'on tire $x = \frac{3}{5}\sqrt{9aa - 9bb} + \frac{3}{5}\sqrt{4aa - 9bb}$. Cette formule fait voir que ſi l'on prend la longueur AB égale à 6 pieds ou à 72 pouces et la longueur GC égale à 1 pouce, on trouve que x ou AD eſt un peu plus grande que $215\frac{968747}{1000000}$; et ſi l'on retranche cette longueur de AE = 216, le reſte DE devient un peu plus petit que $\frac{31253}{1000000}$ pouce. Par conſéquent, dans une lentille de ce genre dont la diſtance focale BE eſt de 12 pieds et l'ouverture KC de deux pouces, tous les rayons coupent l'axe dans l'eſpace DE.

Nous appellerons cet intervalle DE, c'eſt-à-dire la diſtance qui pour une lentille quelconque ſépare le foyer du point où les rayons extrêmes coupent l'axe, l'aberration du rayon extrême.

[Fig. 14.]



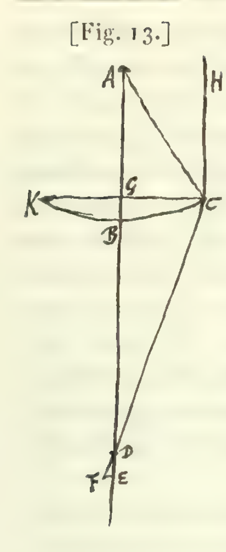
Il faut ſavoir en outre que pour une lentille donnée on peut auſſi trouver cette aberration d'une autre manière plus facile [1]), attendu que pour toute lentille planconvexe dont la ſurface plane eſt à l'extérieur l'aberration du rayon extrême eſt égale à $\frac{9}{2}$ fois l'épaiſſeur de la lentille [2]). Il eſt vrai qu'il y a une différence minimale, mais elle eſt ſi petite que pour des lentilles d'une largeur telle qu'elle convient aux téleſcopes elle n'eſt d'aucune importance. Dans la lentille conſidérée par exemple nous trouverons, en prenant DE = $\frac{9}{2}$GB, une diſtance de $\frac{31252}{1000000}$ pouce environ, tandis que le calcul antérieur nous donnait $\frac{31253}{1000000}$.

Si nous retournons cette même lentille de telle manière que les rayons ſont réfractés d'abord par la ſurface convexe, nous obtiendrons un raſſemblement des rayons bien plus parfait [3]). Or, le calcul ſe fait de la manière ſuivante. On prend d'abord BR [Fig. 14] égale au triple du rayon BA, de ſorte que R devient le foyer de la ſurface convexe KBC. On poſe enſuite GE égale aux deux tiers de GR et alors E ſera le foyer de la lentille KBC, comme on le voit par la propoſition XIV du Liv. I de la première Partie [4]); la même propoſition fait voir que la diſtance focale GE eſt à-peu-près la même que celle qui correſpondait à la poſition

[1]) Voir pour la déduction de la règle qui va suivre la première partie du § 2 de l'Appendice I, p. 359 du Tome présent.

[2]) En représentant par ν l'indice de réfraction et, comme Huygens le fera plus loin, par q l'épaisseur de la lentille, on aura pour l'aberration en question:

[Fig. 13.]



quadrato CG à quadrato AC, fiet quadratum GA ∞ $aa-bb$ et AG ∞ $\sqrt{aa-bb}$. qua addita ad GD ∞ $\sqrt{\frac{4}{9}xx-bb}$ fiet tota AD five x ∞ $\sqrt{\frac{4}{9}xx-bb}+\sqrt{aa-bb}$. Unde invenitur x ∞ $\frac{3}{5}\sqrt{9aa-9bb}+\frac{3}{5}\sqrt{4aa-9bb}$. Secundum quæ fi AB ponatur pedum 6 five pollicum 72 et GC pollicis 1, invenitur x five AD paulo major quam $215\frac{968747}{1000000}$, qua ablata ab AE ∞ 216, reliqua fit DE paulo minor quam $\frac{31253}{1000000}$ unius pollicis. Itaque in lente hujufmodi cujus foci diftantia BE eft 12 pedum, apertura vero KC duorum pollicum, radij omnes intra fpatium DE cum axe conveniunt.

Dicatur autem intervallum iftud DE, quo nempe radij extremi, in quavis lente, concurfus diftat a foco lentis: Aberratio radij extremi.

Hanc porro, in propofita lente, alia quoque faciliori ratione reperiri fciendum eft [1]); quandoquidem: In omni lente planoconvexa cujus plana fuperficies exterior eft, aberratio radij extremi eft quadrupla fefquialtera five $\frac{9}{2}$ craffitudinis lentis [2]); Exigua quidem differentiola, fed quæ in illa lentium latitudine quæ telefcopiorum ufibus idonea eft, nullius fit momenti. Ita, in propofita lente, fi fumatur DE ∞ $\frac{9}{2}$ GB, inveniemus eam $\frac{31252}{1000000}$ unius pollicis proximè, cum ex priori calculo habuerimus $\frac{31253}{1000000}$.

In lente eadem inverfa, ut fuperficies convexa primum radios inflectat, multo melior radiorum collectio invenietur [3]). Eft autem calculi ratio hujufmodi. Primo fumitur BR [Fig. 14] tripla femidiametri BA, ut fiat R focus fuperficiei convexæ KBC, deinde ponitur GE æqualis duabus tertijs GR; tumque erit E focus lentis KBC, ut conftat ex [Propof. XIV, Part. I, Lib. I.] [4]) ex qua apparet infuper foci diftantiam GE proxime eandem effe quæ fuit fuperiori lentis pofitu.

$$\alpha=\frac{\nu^2}{\nu-1}q+\frac{\nu^3}{2}\frac{q^2}{a}+\ldots;$$

formule qu'on obtient facilement par la résolution de l'équation:

$$DC^2=\frac{x^2}{\nu^2}=AD^2+AC^2-2\,AG.\,AD=x^2+a^2-2x(a-q),$$

en développant en série l'expression irrationnelle.

Pour $\nu=\frac{3}{2}$ elle donne:

$$\alpha=\tfrac{9}{2}q+\tfrac{27}{16}\frac{q^2}{a}+\ldots.$$

3) Comparez le dernier alinéa de la Prop. XIV, p. 83 du Tome présent.

4) Comparez la p. 83 du Tome présent.

précédente de la lentille. Or, le rayon extrême HC parallèle à l'axe eſt d'abord réfracté par la ſurface convexe KBC de manière à ſe diriger vers le point P, de telle façon que le rapport CP : PA devient égal à l'indice de réfraction, c'eſt-à-dire à 3 : 2 *; quittant enſuite la lentille par la ſurface plane KC le rayon eſt réfracté de manière à ſe diriger vers le point D, de telle façon que de nouveau le rapport PC : CD devient égal à l'indice de réfraction * et CD, par conſéquent, égale à AP. Pour trouver AP il faut poſer AB = a, CG = b, comme plus haut, et AP = x. Nous aurons donc PC = $\frac{3}{2}x$, et ſi du carré $\frac{9}{4}xx$ de cette expreſſion nous retranchons les carrés PA = xx et CA = aa, le reſte $\frac{5}{4}xx - aa$ ſera égal au double du rectangle PAG, c'eſt-à-dire à $2x\sqrt{aa - bb}$. De cette égalité on tire $x = \frac{4}{5}\sqrt{aa-bb} + \frac{4}{5}\sqrt{\frac{9}{4}aa - bb}$. Ayant trouvé ainſi la diſtance AP, à laquelle CD eſt égale comme nous l'avons dit, on retranche le carré CG du carré CD. Reſte le carré GD, et ſi l'on retranche GD de GE, il reſte DE comme aberration du rayon extrême.

* Prop. II, Part. I, Liv. I [1]).

* Prop. III, Part. I, Liv. I [2]).

Mais la même longueur DE peut être trouvée ſans un ſi laborieux calcul, attendu que pour une lentille planconvexe dont la ſurface convexe reçoit les rayons, l'aberration du rayon extrême est égale a $\frac{7}{6}$ fois l'épaiſſeur de la lentille [3]); et ſi nous indiquons les méthodes de calcul, c'eſt ſeulement dans le but de donner à tout-le-monde l'occaſion de ſe convaincre par des exemples numériques de la juſteſſe de nos règles. Pour la lentille conſidérée on trouve par le calcul indiqué plus haut, en poſant comme précédemment AB égal à 72 pouces et CG à 1 pouce, DE = = $\frac{81021}{10000000}$ pouce à peu près. Mais ſuivant la règle, c'eſt-à-dire en prenant pour DE les $\frac{7}{6}$ de l'épaiſſeur BG, on obtient pour cette longueur la valeur $\frac{81022}{10000000}$ à peu près.

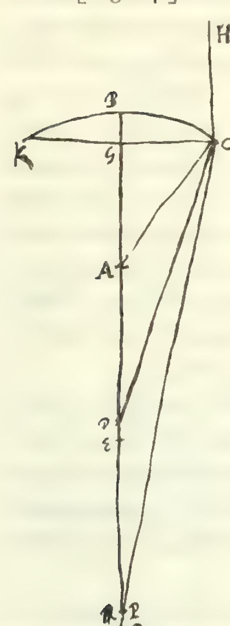
Il apparaît par là combien l'aberration eſt plus petite pour la même lentille planconvexe lorſqu'on la place dans cette poſition que lorſque ſa ſurface plane reçoit les rayons parallèles. En effet, les fractions $\frac{7}{6}$ et $\frac{9}{2}$ ſont entre elles comme 7 eſt à 27, de ſorte que l'aberration eſt à peu près quatre fois plus petite dans le premier cas.

On peut auſſi conſidérer l'aberration due ſeulement à la ſurface convexe KBC, laquelle eſt repréſentée ici par PR, R étant le foyer de cette ſurface; cette longueur PR eſt toujours égale à $\frac{4}{3}$ BG [4]), où BG repréſente la hauteur de la ſurface convexe.

---

[1]) Voir la p. 15.
[2]) Voir la p. 17.
[3]) Voir, pour la manière dont cette relation a été déduite par Huygens, la première partie du § 1 de l'Appendice I, p. 355—357. Par des procédés analogues à ceux indiqués dans la note 2, p. 284, on trouve en employant les notations de cette note:

[Fig. 14.]



Radius autem extremus HC axi parallelus a ſuperficie convexa KBC primum flectitur verſus P, ita ut CP ad PA habeat rationem quæ eſt refractionis, nempe 3 ad 2 *; deinde ex ſuperficie plana KC egrediens refringitur verſus D, ut PC ad CD rurſus habeat rationem quæ eſt refractionis *, ita ut CD proinde æqualis ſit AP. Ad inveniendam vero AP, poſitis ut ante AB ∞ a; CG ∞ b, AP vero ∞ x; erit PC ∞ ∞ $\frac{3}{2}x$. à cujus quadrato $\frac{9}{4}xx$, ſi auferantur quadrata PA ∞ ∞ xx et CA ∞ aa, quod reſtat $\frac{5}{4}xx - aa$ æquabitur duplo rectangulo PAG hoc eſt $2x\sqrt{aa-bb}$. Ex qua æquatione fit x ∞ $\frac{4}{5}\sqrt{aa-bb} + \frac{4}{5}\sqrt{\frac{9}{4}aa - bb}$. Itaque inveſtigatâ ſecundum hæc AP, cui æqualem diximus CD, aufertur deinde ab hujus quadrato quadratum CG; unde relinquitur quadr. GD. ablata autem GD à GE, reſtat DE aberratio radij extremi.

* Propos. [II, Part. I, Lib. I.] [1])

* Propos. [III, Part. I, Lib. I.] [2])

Eadem vero DE abſque tanto calculi labore haberi poteſt, quia In lente planoconvexa cujus convexa ſuperficies radios parallelos excipit, aberratio radij extremi eſt $\frac{7}{6}$ craſſitudinis lentis [3]). Atque eo tantum ſupputandi methodos deſcribimus ut has regulas veras eſſe quivis per numeros examinare poſſit. Et in hac quidem lente poſita AB ut ante pollicum 72; CG pollicis 1, invenitur prædicto calculo DE ∞ ∞ $\frac{81021}{10000000}$ unius pollicis proximè. Secundum regulam vero, hoc eſt, ſumtâ DE ∞ $\frac{7}{6}$ craſſitudinis BG, fit ipſa proxime $\frac{81022}{10000000}$.

Patet autem hinc quanto minor aberratio ſit in eadem lente planoconvexa hoc modo collocata, quam ſi plana ejus ſuperficies radios parallelos excipiat. ſicut enim $\frac{7}{6}$ ad $\frac{9}{2}$ ita 7 ad 27, adeo ut aberratio fere quadruplo minor ſit.

Poteſt etiam ſolius ſuperficiei convexæ KBC aberratio conſiderari, ut hic PR, cum R ſit focus illius ſuperficiei: Eſtque PR ſemper æqualis $\frac{4}{3}$ BG [4]) ſive altitudinis convexi.

$$\alpha = \frac{\nu^3 - 2\nu^2 + 2}{\nu(\nu-1)} q + \frac{\nu^2(\nu-1)(\nu^3-2\nu^2+2)-1}{2\nu^3}\frac{q^2}{a} + \ldots;$$

ce qui amène pour $\nu = \frac{3}{2}$:

$$\alpha = \frac{7}{6} q - \frac{1}{432}\frac{q^2}{a} + \ldots.$$

[4]) Plus généralement on trouvera:

$$PR = \frac{q}{\nu(\nu-1)} - \frac{q^2}{2\nu^3 a} + \ldots,\ \text{c'est à dire, pour } \nu = \tfrac{3}{2},\ PR = \frac{4}{3} q - \frac{4}{27}\frac{q^2}{a} + \ldots$$

Suppoſons maintenant que la lentille conſidérée IC [Fig. 15] ſoit biconvexe et que le point A repréſente le centre de la ſurface IBC qui reçoit les rayons parallèles, tandis que N eſt le centre de la ſurface IMC, par lesquels paſſe la droite NA qui ſoit prolongée des deux côtés. Nous conſidérons comme donnés les rayons AB et NM, et le rayon GC de la lentille. Si nous appelons E le foyer de la lentille IC et que nous prenons BR = 3 BA et MX = 3 MN, nous devrons avoir RX : RN = RM : RE [1]). Or, les trois premières longueurs, RX, RN et RM, ſont connues, car comme AB ou AC eſt donnée et CG auſſi, AG ſera également connue. Et de même NG ſera connue vu que NC et CG le ſont. Mais la longueur AR elle auſſi eſt donnée, vu qu'elle eſt égale à 2 AB, et de même NX = 2 NM. Par conséquent la longueur entière RX ſera donnée, ainſi que RN et RM. Il en réſulte que la quatrième proportionelle RE ſera également connue.

Suppoſons enſuite que le rayon extrème parallèle à l'axe, HC, acquière après la première réfraction à la ſurface IBC une direction telle que, s'il conſervait cette direction, il rencontrerait l'axe au point P, et que par la deuxième réfraction à la ſurface CMI ce rayon acquière la direction de la droite CD rencontrant l'axe au point D. L'aberration du rayon HC eſt donc DE, qu'on trouvera de la façon ſuivante.

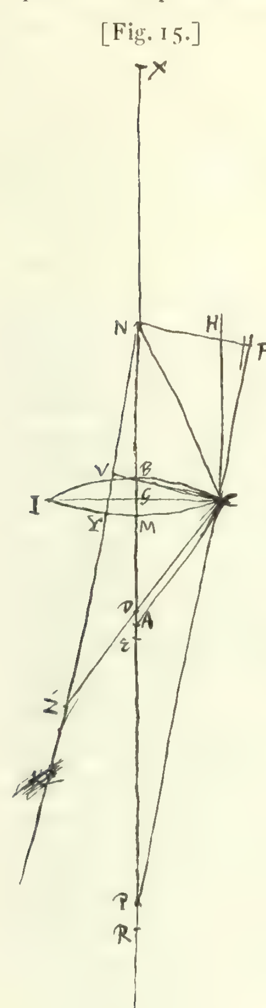
Suppoſons la droite NZ parallèle à CP et puiſſe le prolongement de CD la couper au point Z. Soit en outre CV une perpendiculaire à NZ et NF une perpendiculaire au prolongement de PC. On trouve donc premièrement AP, puiſque AB et CG ſont données, de la même manière qu' auparavant dans le cas de la lentille planconvexe [2]). Or, AP eſt à PC comme 2 eſt à 3 [3]); par conſéquent, la grandeur PC elle auſſi ſera donnée. Mais AP et AR étant données, PR l'eſt également; et ſi nous retranchons PR de RN qui eſt connue d'après ce que nous avons démontré, il reſte PN. On a enſuite PC : CG = PN : NF (ou CV); par conſéquent, cette dernière grandeur ſera également connue.

Nous devons maintenant conſidérer NZ comme l'axe de la ſurface convexe CYI qui dirige le rayon FC parallèle à l'axe vers le point Z ſitué de telle manière que le rapport NZ : ZC eſt égal à l'indice de réfraction, c'eſt-à-dire à 3 : 2 [4]); NC et CV étant données on pourra donc trouver NZ de la même manière qu' auparavant dans le cas où la lentille planconvexe ſe trouvait dans ſa première poſition [5]). Mais les triangles ſemblables ZND et CPD font voir que ZN : CP = = ND : DP; et, par compoſition, que la ſomme de ZN et de CP eſt à CP comme NP eſt à PD. Or, nous avons fait voir que les longueurs ZN, CP et NP ſont données; il en réſulte que la longueur PD elle auſſi eſt connue. Mais PR eſt également connue. DR l'eſt donc auſſi, et ſi de cette dernière l'on retranche la longueur RE antérieurement trouvée, on obtiendra l'aberration cherchée DE du

[1]) Voir la p. 87 du Tome préſent.

Eſto jam propoſita lens utrinque convexa IC [Fig. 15], ſitque ſuperficiei IBC, quæ radios parallelos excipit, centrum A; ſuperficiei vero IMC centrum N, per quæ tranſiens axis lentis NA utrimque productus ſit. datas autem ponimus ſemidiametros AB, NM, et ſemidiametrum lentis GC. Jam ſi E ponatur focus eſſe lentis IC et ſumatur BR tripla BA et MX tripla MN, debebit eſſe ut RX ad RN ita RM ad RE [1]). Dantur autem tres iſtæ priores RX, RN, RM, nam quia AB ſeu AC data eſt itemque CG, dabitur et AG. ſimiliterque propter datas NC, CG dabitur NG. ſed et AR datur, quippe dupla AB, et NX dupla NM. Ergo tota RX data erit nec non RN et RM. Quare et quarta proportionalis RE data erit.

[Fig. 15.]



Ponamus jam porro radium extremum, axi parallelum, HC, poſt refractionem primam in ſuperficie IBC ita ferri, ut cum axe concurſurus ſit in P, altera deinde refractione in ſuperficie CMI flecti ſecundum rectam CD quæ axi occurrat in D. Aberratio itaque radij HC eſt DE, quæ hoc modo invenietur.

Sit NZ parallela CP, atque ei occurrat producta CD in Z. Sit etiam CV perpendicularis ad NZ, et NF perpendicularis in PC productam. Primum itaque ex datis AB, CG invenitur AP ſicut paulo ante in lente planoconvexa [2]). Eſt autem AP ad PC ut 2 ad 3 [3]) ergo et PC data erit. Ex datis autem AP et AR, datur PR; qua ablata ab RN, quam datam oſtendimus, relinquitur PN. ſicut porro PC ad CG ita PN ad NF ſive CV, itaque et hæc dabitur.

Jam conſideranda eſt NZ tanquam axis ſuperficiei convexæ CYI, quæ radium axi parallelum FC ita flectit verſus Z, ut NZ ad ZC habeat rationem quæ eſt refractionis, hoc eſt, 3 ad 2 [4]); unde ex datis NC et CV invenietur NZ, eodem modo atque ſuperius in prima poſitione lentis planoconvexæ [5]). Jam vero propter triangula ſimilia ZND, CPD, erit ZN ad CP ut ND ad DP; et componendo, ZN una cum CP ad CP ut NP ad PD. datas autem oſtendimus ZN, CP, NP: ergo et PD hinc data erit. datur autem et PR. Ergo et DR. à qua ſi auferatur RE jam

[2]) Voir la p. 287.
[3]) Voir la Prop. II, Part. I, Lib. I, p. 15 du Tome préſent.
[4]) Voir la Prop. III, Lib. I, p. 17
[5]) Voir la p. 285.

rayon HC. Et c'eſt cette méthode qu'on devrait ſuivre pour calculer exactement cette aberration.

Mais nous avons trouvé [1]) pour ce cas auſſi une règle abrégée qui nous permet de déterminer la ligne DE d'une manière ſemblable à celle dont nous nous ſommes ſervis dans le cas précédent de la lentille planconvexe et avec le même degré de préciſion, en évitant le travail du calcul rigoureux. En effet, après avoir trouvé ſeulement BG et GM à l'aide des longueurs données AB, NM et CG, nous aurons, en poſant la longueur totale BM, c'eſt-à-dire l'épaiſſeur de la lentille, égale à q, le rayon AB égal à a, et NM à n,

$$DE = \frac{27\,aaq + 6\,anq + 7\,nnq}{6\,(a+n)^2}$$ [2]);

en d'autres termes: l'épaiſſeur BM de la lentille ſera à l'aberration DE du rayon extrême comme 6 fois le carré d'une ligne égale à la ſomme de AB et de NM eſt à la ſomme de 27 fois le carré AB, de 6 fois le rectangle AB, NM et de 7 fois le carré NM. Cette règle, de même que celles que nous donnerons dans la ſuite, a été trouvée en négligeant des quantités fort petites; ce que nous avons fait pourtant aveç le diſcernement qui était néceſſaire.

Si donc, par exemple, la lentille IC eſt une lentille biconvexe ſymétrique, c'eſt-à-dire ſi $a = n$, la longueur DE deviendra égale à $\frac{5}{3}$ de l'épaiſſeur BM. Il s'enſuit qu'une lentille ſymétrique de ce genre et qui poſſède une largeur et une diſtance focale égales aux grandeurs correſpondantes d'une lentille planconvexe, dont la ſurface convexe eſt ſituée a l'extérieur, raſſemble les rayons parallèles moins bien que cette dernière. En effet, puiſque l'épaiſſeur de ces lentilles eſt la même d'après la prop. III [3]), les rayons qui tombent ſur la lentille planconvexe atteindront l'axe dans un eſpace égal à $\frac{7}{6}$ fois l'épaiſſeur, tandis que pour la lentille ſymétrique l'eſpace correſpondant ſera égal à $\frac{5}{3}$ fois l'épaiſſeur (qui eſt la même): ces deux intervalles ſeront donc entre eux comme les nombres 7 et 10.

Si nous ſuppoſons que les rayons AB et NM ſoient entre eux comme 2 eſt à 5, c'eſt-à-dire que a ſoit compoſé de 2 et n de 5 parties, la diſtance DE deviendra égale d'après cette règle à $\frac{7}{6}q$, où q repréſente l'épaiſſeur de la lentille. Une lentille de cette eſpèce eſt donc équivalente ſous ce rapport à la lentille planconvexe conſidérée [4]). De cette façon on peut aiſément examiner la valeur relative de diverſes lentilles quelconques poſſédant des ſurfaces convexes de courbure inégale.

Mais ſi l'on demande de déterminer le minimum, c'eſt-à-dire de chercher la forme de la lentille qui donne une aberration DE moindre que celle due à toute autre lentille, je trouve [5]) qu'on doit avoir AB : NM = 1 : 6 [6]) et qu' alors la

---

[1]) Consultez sur la déduction de cette règle la première partie du § 3 de l'Appendice I, p. 360—364 du Tome présent.

ante inventa, relinquetur DE aberratio radij HC quæſita. Et hæc quidem methodus ad exactam ſupputationem adhibenda eſſet.

Invenimus [1]) autem et hic Regulam compendioſam qua, abſque labore illo, lineam DE, ſicut in præcedenti lente planoconvexa, atque æque accuratè definire licet. Repertis enim tantummodo BG, GM, ex datis AB, NM, CG; ponendoque totam BM, hoc eſt, lentis craſſitudinem ∞ q. ſemidiametrum AB ∞ a; NM ∞ n. Erit DE ∞ $\frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6\,\text{qu.}\; a+n}$ [2]), hoc eſt, ſicut ſexcuplum quadratum lineæ æqualis duabus AB, NM, ad vigintiſeptuplum quadratum AB, plus ſexcuplo rectangulo AB, NM, plus ſeptuplo quadrato NM, ita erit craſſitudo lentis BM ad aberrationem radij extremi DE. Quæ regula ut et ſequentes quas dabimus inventa eſt neglectis minimis, ſed neceſſario cum delectu.

Si itaque, exempli gratia, lens IC fuerit æqualiter utrinque convexa, hoc eſt, ſi a ∞ n, fiet DE ∞ $\frac{5}{3}$ craſſitudinis BM. Unde patet lentem utrimque æqualiter convexam, latitudine et foci diſtantia ijſdem, cum lente planoconvexa, cujus convexum exterius ſitum ſit, non æque bene atque illam radios parallelos colligere: talium enim lentium æqualis cum ſit craſſitudo, ut oſtenſum propoſ. [III] [3]), convenient radij in planoconvexa intra $\frac{7}{6}$ ſuæ craſſitudinis; at in hac æqualiter convexa intra $\frac{5}{3}$ ſuæ, hoc eſt, ejuſdem craſſitudinis. quorum intervallorum proportio eſt ea quæ 7 ad 10.

Quod ſi ſemidiameter AB ad NM ponatur ut 2 ad 5; hoc eſt, a partium 2, et n partium 5; fiet ex hac regula DE æqualis $\frac{7}{6}q$ ſive craſſitudinis lentis. adeo ut hujuſmodi lens æquiparanda ſit dictæ planoconvexæ [4]). atque ita facile in quibuslibet inæqualium convexorum lentibus inveſtigari poteſt quanto quæque melior ſit.

Quæſita vero minimi determinatione, hoc eſt, quænam forma lentis faciat aberrationem DE reliquis minorem, invenio [5]) debere eſſe AB ad NM ut 1 ad 6 [6]); ac

---

[2]) On trouve plus généralement pour l'aberration DE :

$$\alpha = \frac{\frac{\nu^2}{\nu-1}a^2 + \left(2\nu - \frac{1}{\nu-1}\right)an + \left(\nu - 1 + \frac{2-\nu}{\nu(\nu-1)}\right)n^2}{(a+n)^2}\,q + \ldots;$$

où ν représente l'indice de réfraction. On peut obtenir ce résultat assez facilement en suivant pas à pas les indications données dans le texte; pourvu qu'on néglige à tout moment les petites quantités qui sont du second ordre par rapport à l'épaisseur q de la lentille.

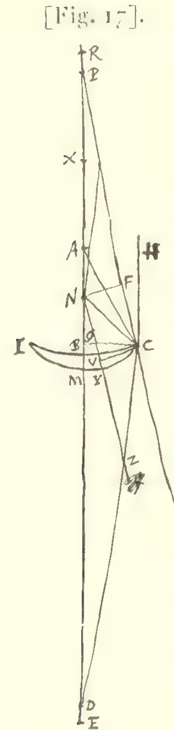
[3]) Voir la p. 277 du Tome présent.

[4]) Voir la deuxième et la quatrième partie du § 3 de l'Appendice I, pp. 365 et 367—368 du Tome présent.

[5]) Voir la troisième partie du § 3 de l'Appendice I et surtout l'εὕρηκα du 6 août 1665, p. 366—367 du Tome présent. Ajoutons encore, que le résultat ici énoncé fit partie des anagrammes envoyés en septembre 1669 au secrétaire de la Société Royale de Londres (voir les p. 486—487 du T. VI).

[6]) Dans le cas général, où ν représente l'indice de réfraction, on trouve AB : NM = $(4 + \nu - 2\nu^2) : (2\nu^2 + \nu)$.

[Fig. 17].



diſtance DE devient égale à $\frac{15}{14}$ de l'épaiſſeur [1]). Cette lentille-là doit donc être conſidérée comme la meilleure de toutes; quoique la lentille planconvexe ne lui ſoit pas beaucoup inférieure.

Il faut remarquer toutefois que le rayon AB doit toujours être conſidéré comme appartenant à la ſurface qui eſt expoſée aux rayons. Car cette même lentille la plus excellente de toutes devient beaucoup moins bonne, lorſqu'on la retourne: elle donne alors une aberration DE égale à $\frac{145}{42}$ fois ſon épaiſſeur [2]).

Si l'on demande enſuite de déterminer l'aberration DE du rayon extrême, lorſque la diſtance focale de la lentille et le rayon de courbure de la ſurface extérieure ſont donnés, on peut de la façon ſuivante déduire une nouvelle règle de celle qui précède. Soit d la diſtance focale, et ſoit comme plus haut AB $= a$, NM $=$ $= n$ et l'épaiſſeur de la lentille $= q$. Attendu que $d = \frac{2an}{a+n}$, comme cela reſſort de la propoſ. XVI, Part. I, Liv. I [3]), on aura $n = \frac{ad}{2a-d}$. En ſubſtituant partout cette valeur de n dans la formule précédente $\frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6(a+n)^2} =$ ED, on trouvera $\frac{27aaq - 24adq + 7ddq}{6aa} =$ ED [4]).

Pour une lentille concavo-convexe la méthode du calcul eſt la même que pour une lentille biconvexe, ſoit que la ſurface convexe reçoive les rayons parallèles, ſoit qu'ils tombent ſur la ſurface concave. Nous avons ajouté ici deux figures [Fig. 16 et 17] correſpondant à ces deux cas. Il faut obſerver cependant qu'ici ce n'eſt pas la ſomme des longueurs NZ et CP mais leur différence qui eſt à CP comme NP eſt à PD.

Si nous attribuons aux lettres les mêmes ſignifications qu' auparavant, c'eſt-à-dire que le rayon AB de la ſurface extérieure IBC eſt repréſenté par a, le rayon NM de la ſurface IMC par n, et BM, l'épaiſſeur de la lentille, par q, la règle qui ſert à trouver ED, ſera exprimée par la formule ED $= \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(n-a)^2}$ [5]).

Mais dans le deuxième cas, où $a > n$, on trouvera ED $= \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(a-n)^2}$ [6]).

[1]) Voir la concluſion de la troiſième partie du § 3 de l'Appendice I, p. 367 du Tome préſent. Dans le cas général on trouve DE $= \left(1 - \frac{5}{4\nu} + \frac{1}{4\nu(\nu-1)} + \frac{3}{\nu(\nu+2)}\right)q$.

[2]) En général, DE $= \left(4\nu - 3 + \frac{11}{4\nu} + \frac{1}{4\nu(\nu-1)} - \frac{9}{\nu(\nu+2)}\right)q$.

tum quidem ſit DE æqualis $\frac{15}{14}$ [1]) craſſitudinis. adeo ut hæc lens optima omnium cenſenda ſit. quanquam planoconvexa non multum ei cedat.

[Fig. 16.]

Notandum autem ſemidiametrum AB ſemper ſumi ad eam ſuperficiem pertinere quæ radios parallelos primum excipit. Nam hæc eadem lens optima, ſi invertatur, multo deterior fit, facitque aberrationem DE æqualem $\frac{145}{42}$ craſſitudinis ſuæ [2]).

Porro ſi ex data lentis foci diſtantia, ac ſemidiametro convexi exterioris invenienda ſit aberratio DE radij extremi; ex præcedente regula habebitur alia hoc modo. Nempe ſi foci diſtantia ſit ∞ d, et ſicut prius AB ∞ a, NM ∞ n, craſſitudo lentis ∞ q. quoniam d eſt ∞ $\frac{2an}{a+n}$ ut patet ex propoſ. [XVI, Part. I, Lib. I] [3]), erit n ∞ $\frac{ad}{2a-d}$. quo ubique ſubrogato in locum n in Regula priori $\frac{27aaq+6anq+7nnq}{6\text{qu. } a+n}$ ∞ ED, fiet $\frac{27aaq-24adq+7ddq}{6aa}$ ∞ ∞ ED [4]).

In meniſco eadem ratio eſt ſupputandi, quæ in lente utrimque convexa, ſive convexa ſuperficies radios parallelos excipiat, ſive cava; cujus utriuſque caſus figuram hic adſcripſimus [Fig. 16 et 17]; illud tamen obſervandum non ſummam ſed differentiam duarum NZ, CP eſſe hic ad CP ut NP ad PD.

Poſitis vero literarum ſignificationibus ijſdem, quæ prius, ut nempe ſemidiam. AB ſuperficiei exterioris IBC ſit a, ſuperficiei IMC ſemidiam. NM ∞ n, et BM craſſitudo lentis ∞ q. Regula ad inveniendam ED ∞ $\frac{27aaq-6anq+7nnq}{6\text{qu.} n-a}$ [5]).

Poſteriori vero [Fig. 17], ubi a major quam n, fit ED ∞ $\frac{27aaq-6anq+7nnq}{6\text{qu.} a-n}$ [6]).

---

[3]) Voir le dernier alinéa de cette Proposition, p. 89 du Tome présent.

[4]) Voir le début de la troisième partie du § 3 de l'Appendice I, p. 366. On a en général:

$$DE = \frac{\frac{\nu^2}{\nu-1}a^2 - (2\nu+1)ad + \left(\nu+1-\frac{2}{\nu}\right)d^2}{a^2}\,q.$$

[5]) La règle se déduit immédiatement par le changement du signe de n de celle qui précède et qui y correspond dans le cas d'une lentille convexe des deux côtés; toutefois Huygens en a donné une déduction indépendante qu'on trouvera dans la première partie du § 4 de l'Appendice I, p. 368—369.

[6]) Comparez le § 5 de l'Appendice I, p. 371.

À l'aide de ce réſultat les lentilles concavo-convexes quelconques peuvent, elles auſſi, être comparées entre elles et avec les lentilles biconvexes. Si, par exemple, dans le premier cas [Fig. 16] nous prenons le rayon NM de la ſurface concave égal à trois fois le rayon AB, c'eſt-à-dire ſi $a = 1$ et $n = 3$, la diſtance ED deviendra égale à $3q$, c'eſt-à-dire à trois fois l'épaiſſeur BM. Mais dans la meilleure lentille, définie plus haut, l'aberration DE ne ſerait égale qu'à $\frac{15}{14}$ de ſon épaiſſeur, la diſtance focale et la largeur, donc auſſi l'épaiſſeur *, étant les mêmes que pour la lentille concavo-convexe IBCM. Il apparaît ainſi qu'une lentille concavo-convexe de ce genre concentre les rayons environ trois fois plus mal que cette lentille la meilleure de toutes.

* Prop. III [1]).

Mais non ſeulement qu'aucune lentille concavo-convexe n'eſt auſſi bonne qu'une lentille planconvexe, dont la ſurface ſphérique eſt placée à l'extérieur: on peut même dire qu'elle eſt d'autant plus mauvaiſe que l'une de ſes deux ſurfaces eſt plus concave, la diſtance focale et la largeur gardant les mêmes valeurs. Dans le premier cas cela peut être démontré comme ſuit. Déſignons de nouveau par la lettre d la diſtance focale. Vu qu'elle eſt égale à $\frac{2an}{n-a}$, comme cela reſſort de la propoſ. XVI, Part. I, Liv. I [2]), on aura $a = \frac{dn}{2n+d}$. Subſtituant partout cette valeur de a dans la première règle, on trouvera $DE = \frac{7ddq + 4dnq + 7nnq}{6nn}$ ou $\frac{7}{6}\frac{ddq}{nn} + \frac{2}{3}\frac{dq}{n} + \frac{7}{6}q$. On en conclut aiſément que plus n, c'eſt-à-dire le rayon NM, eſt petit, plus la diſtance DE ſera grande [3]); et que, quelque grande que ſoit la valeur qu'on donne à n, DE ſera toujours ſupérieure à $\frac{7}{6}q$.

Dans le ſecond cas, celui où la ſurface concave de la lentille concavo-convexe eſt tournée à l'extérieur, on aura $n = \frac{ad}{2a+d}$, parce que d, la diſtance focale, eſt égale à $\frac{2an}{a-n}$. En ſubſtituant partout cette valeur de n dans la deuxième règle on trouve $DE = \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$ ou $\frac{9}{2}q + \frac{4dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa}$. Cette formule montre que plus a, le rayon de la ſurface concave, eſt petit, plus la diſtance DE devient grande; et que, quelque grande que ſoit la valeur qu'on donne à a, DE ſera toujours ſupérieure à $\frac{27}{6}q$ ou $\frac{9}{2}q$. Il en réſulte qu'une lentille planconvexe, même lorſque ſa ſurface plane eſt placée à l'extérieur, eſt toujours meilleure qu'une lentille concavo-convexe, dont la ſurface concave eſt également tournée vers l'extérieur. En effet, il a été démontré qu'une lentille de ce genre donne une aberration DE égale à $\frac{9}{2}$ fois ſon épaiſſeur [4]).

[1]) Voir la p. 277 du Tome préſent.

Secundum quæ et menisci quilibet inter se et cum lentibus utrimque convexis comparari possunt. Ut si, exempli gratia, in priore casu [Fig. 16], ponatur superficiei cavæ semidiameter NM tripla semidiametri AB, hoc est, $a \infty 1$, $n \infty 3$. fiet ED $\infty 3q$, hoc est, tripla crassitudinis BM. At in lente optima supra definita, cujus foci distantia ac latitudo eadem esset quæ menisci IBCM, ac proinde eadem quoque crassitudo*, aberratio DE tantum $\frac{15}{14}$ haberet crassitudinis suæ, itaque apparet meniscum hujusmodi fere triplo deterius radios parallelos colligere quam lens illa omnium optima. * Propos. [III] [1]).

Sed nec ullus meniscus tantum præstat quantum lens planoconvexa, cujus sphærica superficies extrorsum collocatur. et tanto quisque pejor est quanto magis cavam superficiem alteram habuerit, eâdem scilicet manente foci distantia ac latitudine. quod in priore quidem casu sic fiet manifestum. Sit rursus foci distantia ∞d. Ergo quia hæc æqualis est $\frac{2an}{n-a}$ ut patet ex propos. [XVI, Part. I, Lib. I] [2])

erit $a \infty \frac{dn}{2n+d}$, quo substituto ubique in locum a in Regula harum priori, fiet DE ∞

$\infty \frac{7ddq+4dnq+7nnq}{6nn}$ sive $\frac{7}{6}\frac{ddq}{nn}+\frac{2}{3}\frac{dq}{n}+\frac{7}{6}q$. Ubi facile perspicitur quo minor sumetur n hoc est semidiameter NM, eo majorem fore DE [3]). Et quantumlibet magna sumetur n, semper DE majorem fore quam $\frac{7}{6}q$.

Secundo casu, cum nempe cava superficies menisci extrorsum conversa est, quia foci distantia $d \infty \frac{2an}{a-n}$, erit $n \infty \frac{ad}{2a+d}$; quo ubique substituto in locum n in posteriori regula fit DE $\infty \frac{27aaq+24adq+7ddq}{6aa}$ sive $\frac{9}{2}q+\frac{4dq}{a}+\frac{7}{6}\frac{ddq}{aa}$

Ubi manifestum est, quo minor sumetur a, hoc est semidiameter superficiei cavæ, eo majorem fieri DE. Et quantumvis magna sumetur a, semper DE majorem fore quam $\frac{27}{6}q$ sive $\frac{9}{2}q$. adeo ut lens planoconvexa, licet plana superficies extrorsum collocetur, semper tamen melior sit menisco cujus cavitas itidem extrorsum conversa sit, ostensum enim est eam lentem facere aberrationem DE $\infty \frac{9}{2}$ crassitudinis suæ [4]).

---

[2]) Voir, p. 89, le dernier alinéa qui se rapporte à la Prop. XVI.

[3]) Déjà plus tôt dans la deuxième partie du § 4 de l'Appendice I, p. 369—370, Huygens avait trouvé (par l'application de la formule qui exprime DE en a, d et q) qu'il n'y avait pas d'aberration minimale dans le cas considéré; maintenant il est en possession d'une formule, qu'on ne retrouve pas dans cet Appendice, à l'aide de laquelle la nature de la relation entre l'aberration et le rayon de courbure de la surface concave se montre plus clairement.

[4]) Voir la p. 285 du Tome présent.

Proposition V.

Chercher quelles font parmi toutes les lentilles concaves celles qui difperfent le mieux les rayons parallèles.

Nous entendons par „lentilles concaves" toutes les lentilles capables de difperfer les rayons parallèles, même lorfqu'elles ont une de leurs furfaces plane ou même convexe [1]). Parmi elles il faut dire qu'une lentille quelconque difperfe d'autant mieux les rayons qu'elle leur donne à moins de chofe près des directions telles qu'ils femblent provenir d'un point unique, en d'autres termes, que les rayons réfractés prolongés en fens inverfe interceptent fur l'axe une plus petite diftance.

Confidérons d'abord la lentille planconcave KBCOI [Fig. 18] dans le cas où la furface plane OI reçoit les rayons parallèles; foit A le centre de la furface concave, ABE l'axe de la lentille et HO le rayon parallèle extrême qui traverfera la furface plane fans être réfracté. Suppofons qu'en quittant la furface concave ce rayon foit réfracté de manière à acquérir la direction de la droite CL laquelle prolongée en fens inverfe coupe l'axe au point D. Le point de difperfion de la lentille foit défigné par E; on trouve ce point en prenant BE = 2BA, comme cela reffort de la propofition XI, Part. I, Liv. I [2]).

Cette propofition fait voir auffi [3]) que tous les rayons parallèles moins diftants de l'axe que HO, rencontrent l'axe en un point plus voifin de E que celui où LCD coupe l'axe; c'eft-à-dire lorfqu'on prolonge tous ces rayons réfractés en fens inverfe. L'aberration due à cette lentille eft donc la diftance DE. Pour la trouver il faut fuivre la même méthode de calcul que pour la lentille planconvexe. En effet, prolongeons HC vers Q, prenons la droite CG perpendiculaire à AB et tirons la droite CA; fi nous fuppofons alors que KBCG défigne une lentille planconvexe, fur laquelle tombe le rayon QC parallèle à l'axe, il eft néceffaire que ce rayon foit réfracté de telle manière au point C fitué fur la furface KBC qu'il tombe enfuite dans le prolongement de CL, rayon réfracté provenant du rayon HC *. Il fuivra donc la voie CD, et l'on calculera de la même manière que plus haut pour la lentille planconvexe [5]) le point où cette droite CD coupe l'axe AE. Comme dans ce cas-là l'aberration ED fera donc dans celui-ci égale à $\frac{9}{2}$ fois l'épaiffeur OC ou BG de la lentille, épaiffeur qui eft trouvée ici, comme auparavant, à l'aide des grandeurs données AB et CG.

* Prop. I, Part. I, Liv. I [4]).

[1]) Comparez la deuxième définition, p. 277 du Tome préfent.

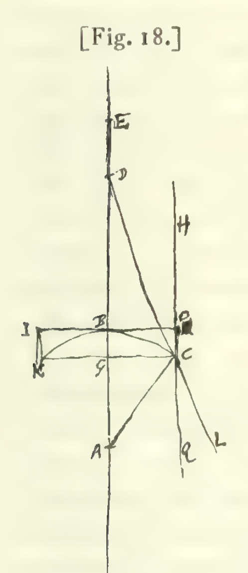
[2]) Voir la p. 41 du Tome préfent.

[Propositio V.]

Concavarum lentium quænam melius radios parallelos dispergant investigare.

Concavarum nomine omnes eas lentes intelligimus quæ radios parallelos dispergere aptæ sunt, etsi alteram superficierum planam, aut etiam convexam habeant [1]). Earum vero tanto melius quæque dispergere radios dicenda est, quanto propius ita eos inclinat ut tanquam ab uno puncto manare videantur, sive ut refractiones eorum retro productæ intra minimum spatium cum axe lentis conveniant.

[Fig. 18.]



Sit primum lens planoconcava KBCOI [Fig. 18], superficie plana OI radios parallelos excipiente, centrum vero superficiei concavæ sit A, axis lentis ABE; radius autem axi parallelus extremus sit HO, qui planam quidem superficiem irrefractus transibit. ex cava autem egrediens ita frangatur ut pergat secundum CL, quæ retro producta conveniat cum axe in D. Punctum autem dispersus lentis sit E, quod invenitur ponendo BE duplam BA, ut constat ex propos. [XI, part. I, lib. I] [2]).

Ex qua etiam apparet [3]), radios omnes parallelos qui minus ab axe distant quam HO, propius concurrere ad punctum E quam LCD, si nempe similiter refractiones eorum retro producantur. Est itaque lentis hujus aberratio DE, quæ ut inveniatur eadem est calculi ratio atque in lente planoconvexa. Producta enim HC versus Q, factaque CG perpendiculari ad AB, junctaque CA, si putemus lentem planoconvexam esse KBCG, in quam cadat radius axi parallelus QC, necesse est eum ita refringi in C, puncto superficiei KBC, ut refractio ejus sit in directum refractioni CL radij HC *. itaque incedet secundum CD. * Prop. [I, Part. I, Lib. I.] [4]) cujus proinde concursus cum axe AE, eodem calculo quo supra in lente planoconvexa investigabitur [5]). Quemadmodum igitur illic ita et hic erit aberratio ED aequalis $\frac{9}{2}$ crassitudinis lentis OC, sive BG. quæ crassitudo invenitur ut illic ex datis AB, CG.

---

3) C'est-à-dire en consultant de même la p. 37 de la Prop. IX, Part. I, Liv. I.

4) Voir la p. 13 du Tome présent.

5) Voir les pp. 283 et 285 du Tome présent.

Mais dans la même lentille placée dans la position inverse [Fig. 19], celle où la surface concave KBC est exposée aux rayons parallèles, deux réfractions des rayons se produisent. En effet, le rayon HC est réfracté d'abord au point C et se meut ensuite selon C$\varkappa$ qui, prolongée en sens inverse, doit couper l'axe en un point P; quittant ensuite la lentille au point $\varkappa$ par la surface plane ce rayon se dirige suivant une droite $\varkappa$L qui, prolongée en sens inverse, rencontre l'axe en-deçà du point P, supposons en D. Or, la distance BE du point de dispersion de la lentille ainsi placée est de nouveau égale au double de BA [1]); et l'on trouve l'aberration ED du rayon extrême de la façon qui suit.

D'abord le rayon C$\varkappa$, provenant de la réfraction du rayon HC à la surface concave KBC, tombe sur la même droite que le rayon réfracté qui proviendrait du rayon OC parallèle à l'axe de la lentille si la surface CBK était convexe. Par conséquent, la distance AP du point de concours de la droite C$\varkappa$ prolongée au centre A sera trouvée de la même manière que plus haut dans le cas de la lentille planconvexe [2]). Et on a de nouveau ici $AP:PC = 2:3$. La distance PC sera donc également donnée. Mais $GP:PC = BP:P\varkappa$. Cette dernière sera donc aussi connue, et l'on tirera B$\varkappa$ de la considération des mêmes triangles semblables. Mais comme le rayon C$\varkappa$ acquiert par la deuxième réfraction une direction $\varkappa$L telle que, si $\varkappa$L rencontre l'axe au point D, le rapport $P\varkappa : \varkappa D$ devient égal à l'indice de réfraction du verre, c'est-à-dire à $3:2$, et que P$\varkappa$ est donnée, il en résulte que $\varkappa$D sera également connue. Et si du carré de cette dernière distance nous retranchons le carré de B$\varkappa$, nous obtiendrons le carré de BD, donc aussi BD elle-même, et ensuite aussi la longueur DE.

Or, de même que pour la lentille planconvexe dont la surface sphérique est placée à l'extérieur, de même aussi pour la lentille planconcave ainsi placée l'aberration ED est à peu près égale à $\frac{7}{6}$ fois l'épaisseur CO ou GB.

Il faut donc dire que de cette façon une lentille concave disperse beaucoup mieux les rayons parallèles que lorsqu'elle les reçoit d'abord sur sa surface plane.

Considérons maintenant une lentille biconcave IBCKBι [Fig. 20]. Soit A le centre de la surface IBC exposée aux rayons parallèles et N celui de l'autre surface ιBK. L'axe NA de la lentille qui traverse ces deux centres doit être supposé prolongé dans les deux sens. Étant donc donnés les rayons AB et NM, la distance BE du point de dispersion des rayons parallèles sera également donnée. En effet, si l'on prend BR égale à 3BA et MX [3]) égale à 3MN, il est certain qu'on aura

* Prop. XVII, Part. I, Liv. I [4]). $RX:RN = RB:RE$ *; d'où il apparaît que RE, et, par conséquent, aussi EB, sont connues.

[1]) Comparez la Prop. XV, Part. I, Liv. I, à la p. 85 du Tome présent.

[2]) Voir les pp. 285 et 287.

At in eadem lente contrario modo collocata, ut nempe ſuperficies cava KBC [Fig. 19] radios parallelos excipiat, duæ fiunt radiorum refractiones. radius enim HC primum in C frangitur, ferturque inde ſecundum Cϰ, quæ retro producta cum axe convenit in P, ac rurſus ex plana ſuperficie egrediens in ϰ pergit ſecundum ϰL, quæ retro producta convenit cum axe citra punctum P, puta in D. Eſt autem diſtantia BE puncti diſperſus lentis ſic poſitæ dupla rurſus BA [1]): Inveniturque aberratio radij extremi ED hoc pacto.

[Fig. 19].

Primum refractio radij HC facta in ſuperficie cava KBC nempe Cϰ in eandem rectam convenit cum refractione radij OC axi lentis paralleli ſi ſuperficies CBK convexa foret, adeoque invenietur AP intervallum quo diſtat concurſus productæ Cϰ, à centro A, eodem modo atque ſupra in lente planoconvexa [2]); eſtque hic rurſus AP ad PC ut 2 ad 3. Ergo et PC dabitur. Sicut autem GP ad PC ita BP ad Pϰ. Ergo et hæc data erit, et ex eadem triangulorum ſimilitudine dabitur et Bϰ. Jam vero cum ſecunda refractione radius Cϰ ita inflectatur in ϰL, ut, concurrente ea cum axe in D, ratio Pϰ ad ϰD ſit eadem quæ refractiones vitri metitur, nempe quæ 3 ad 2; dataque ſit Pϰ. etiam ϰD dabitur, a cujus quadrato auferendo quadr. Bϰ, habebitur quadr. BD, unde et ipſa BD, ac proinde et DE.

Eſt autem ſicut in lente planoconvexa, cujus ſphærica ſuperficies exterior ponitur, ita et in hac lentis concavoplanæ poſitione, aberratio ED proximè $\frac{7}{6}$ craſſitudinis CO ſive GB.

Adeo ut hoc modo longe melius radios parallelos hæc lens cava diſpergere dicenda ſit quam cum ſuperficie plana illos primum excipit.

Eſto autem jam lens utrinque cava IBCKBι [Fig. 20]. Sitque ſuperficiei IBC, quæ parallelos radios excipit, centrum A alterius vero ſuperficiei ιBK centrum N. per quæ tranſiens axis lentis NA utrimque productus intelligatur. datis igitur ſemidiametris AB, NM, dabitur et BE diſtantia puncti diſperſus radiorum parallelorum. factis enim BR tripla BA, et MX [3]) tripla MN, conſtat eſſe ut RX ad RN ita RB ad RE *; unde RE, ac proinde et EB, datam eſſe liquet. * [Prop. XVII, Part. I, Lib. I] [4]).

[3]) Les points B et M coïncident; mais considérez toujours les définitions de la p. 277.

[4]) Voir la p. 91 du Tome présent.

Suppoſons enſuite que le rayon extrême parallèle à l'axe HC ſuive après la première réfraction à la ſurface IBC la voie Cϰ, de telle manière que ce rayon prolongé en ſens inverſe rencontre l'axe au point P; et que par la deuxième réfraction à la ſurface ιMK ce rayon acquière la direction de la droite ϰL qui, prolongée en ſens inverſe, coupe l'axe au point D. L'aberration du rayon extrême HC eſt donc DE, laquelle, comme nous le montrerons, doit être trouvée ici un peu autrement que pour la lentille biconvexe [1]). Mais il faut remarquer d'abord que, quoique la ſurface ιMK ſoit ſuppoſée prolongée juſqu'à ϰ et qu'elle ait donc une étendue un peu plus grande que la ſurface IBC, nous conſidérons cependant ici comme épaiſſeur de la lentille la longueur Gγ égale à CK, c'eſt-à-dire à la partie de la droite HC qui eſt interceptée par les deux ſurfaces. De même il faut conſidérer comme ouverture de la lentille le double de CG, et non pas le double de la diſtance du point ϰ à l'axe.

Suppoſons maintenant que NZ ſoit parallèle à CP et que le prolongement de ϰD la coupe en Z. Menons enſuite une perpendiculaire ϰV à NZ et une autre NF au prolongement de Pϰ.

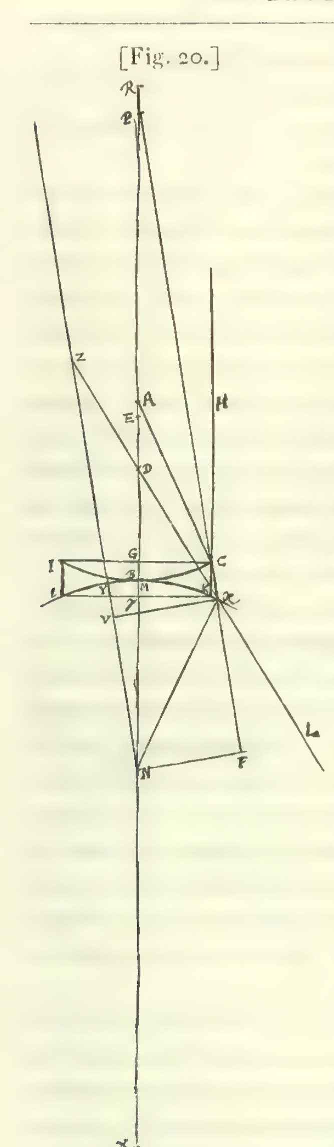
D'abord on trouve donc AP et PC, d'après les longueurs données AB et CG, comme plus haut dans le cas de la lentille planconcave. Mais AP et AR étant données, on connaît auſſi PR et ſi l'on retranche cette longueur de RN, qui eſt donnée, il reſte PN. On fait enſuite que le rapport des longueurs données PC et CG eſt égal au rapport PN : NF; et en retranchant le carré de cette dernière longueur du carré de Nϰ, on obtient comme reſte le carré de ϰF. Mais comme PC eſt à PG (qui eſt connue, vu que AP et AG ſont connues), ainſi eſt PN à PF, et ſi l'on en retranche la longueur trouvée ϰF, il reſtera Pϰ. En conſidérant de nouveau NZ comme axe de la ſurface concave ϰYι qui réfracte le rayon Cϰ de telle manière que, ſi l'on prolonge ϰL juſqu'au point Z, on a NZ : Zϰ = 3 : 2, on trouvera la diſtance NZ au moyen du rayon donné NY et de Vϰ, qui eſt égal à la longueur trouvée NF, de la même façon qu'antérieurement dans le cas de la lentille planconvexe dans ſa première poſition [2]). Mais la ſimilitude des triangles DPϰ et DNZ nous conduit à la relation NZ : Pϰ = ND : DP; d'où l'on tire, par compoſition, que la ſomme de NZ et Pϰ eſt à Pϰ comme NP eſt à PD. Si l'on ajoute cette longueur PD à la longueur donnée PR et qu'on retranche RE de leur ſomme, il reſtera ED qui était demandée. Voilà la méthode exacte de ce calcul.

Mais la même diſtance ED peut être trouvée ſans qu'on prenne la peine de faire ce calcul, d'après une règle entièrement identique à celle qui nous a ſervi pour la lentille biconvexe [3]). En effet, en poſant comme dans le cas de cette lentille AB = a, NM = n, et l'épaiſſeur de la lentille qui eſt ici CK ou Gγ = q, on

[1]) Voir la p. 289 du Tome préſent.

[2]) Voir les pp. 283 et 285.

[Fig. 20.]



Ponamus porro radium extremum HC, axi parallelum', post refractionem primam in superficie IBC, ita ferri secundum Cκ, ut, retro productus, conveniat cum axe in P. Altera vero refractione, in superficie ιMK, flecti eum secundum κL, quæ retro producta conveniat cum axe in D. Aberratio itaque radij extremi HC est DE, quam paulo alia ratione hic inveniri ostendemus quam in lente utrinque convexa [1]). Sed prius animadvertendum est, licet superficies ιMK ad κ producta intelligatur, atque ita paulo amplius pateat quam superficies IBC, crassitudinem tamen lentis eam hic statui Gγ quæ est æqualis CK parti nimirum rectæ HC inter superficiem utramque interceptæ. sicut et apertura lentis dupla CG censenda est, non vero distantia dupla ab axe puncti κ.

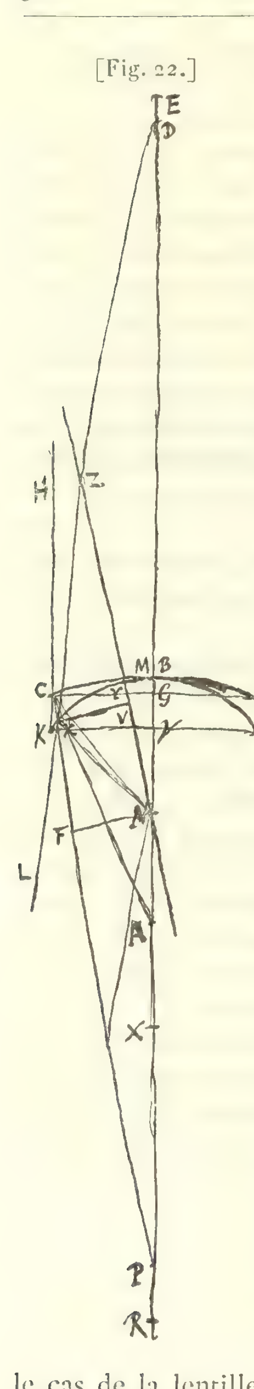
Sit jam NZ parallela CP; atque ei occurrat producta κD in Z. ducatur deinde κV perpendicularis ad NZ, et NF ad Pκ productam.

Primum itaque ex datis AB, CG, inveniuntur AP, PC, ut modo in lente planoconcava. Ex datis autem AP, AR datur PR, qua ablata ab RN quæ data est, relinquitur PN. Porro sicut PC ad CG quæ datæ sunt ita PN ad NF, cujus quadrato subtracto a quadr. Nκ, reliquum erit quadratum κF. Sicut autem PC ad PG, (quæ data est, propter datas AP, AG) ita PN ad PF, à qua si auferatur inventa κF, supererit Pκ. Consideratâ jam rursus NZ tanquam axe superficiei cavæ κYι, quæ radium Cκ ita flectit, ut producta κL ad Z, sit NZ ad Zκ ut 3 ad 2, invenietur ex data semidiametro NY et Vκ, quæ æqualis est inventæ NF, distantia NZ, eodem modo atque supra in lente planoconvexa ac positione ejus prima [2]). Propter triangula autem similia DPκ, DNZ, erit ut NZ ad Pκ ita ND ad DP, et componendo ut utraque simul NZ, Pκ ad Pκ ita NP ad PD. qua addita ad datam PR, et ablata ab utrisque RE, supererit ED quæ requirebatur. Et hæc quidem calculi ratio exacta.

Verum eadem ED, regulâ prorsus simili atque in lente utrinque convexa [3]), invenitur absque illo calculi labore. Nam posita ut illic AB ∞ a; NM ∞ n, et crassitudine lentis quæ hic est CK sive Gγ, ∞ q, fit semper ED ∞

---

[3]) Comparez la p. 291.



[Fig. 22.]

aura toujours $ED = \frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6(a+n)^2}$ [1]) avec une approximation telle que la différence eſt négligeable par rapport à la diſtance ED elle même.

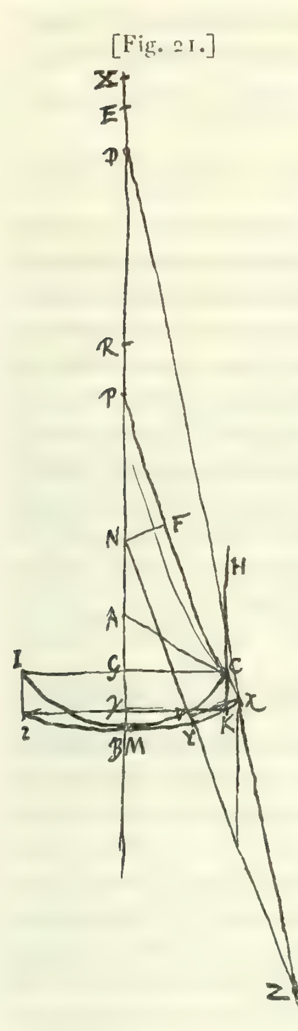
Au moyen de cette formule toutes les lentilles biconcaves peuvent être comparées entre elles et l'on peut trouver combien chacune d'elles diſperſe les rayons mieux qu'une autre. La meilleure ſera trouvée par la détermination du minimum, laquelle ſera néceſſairement identique à celle qui ſe préſentait dans l'étude de la lentille biconvexe [2]). On trouve donc que a et n, c'eſt-à-dire les rayons AB et NM, doivent être entre eux comme 1 eſt à 6 [3]). Il en réſulte qu'une lentille de ce genre doit être conſidérée comme meilleure que toutes les autres pour corriger la vue des myopes et auſſi pour rendre parallèles les rayons qui ſe dirigent vers un point unique quelconque.

Mais comme dans les téleſcopes la lentille convexe antérieure ne concentre pas parfaitement tous les rayons en un point unique, il s'enſuit que ſi l'on cherche la lentille concave la plus apte à les rendre parallèles et à les transmettre à l'oeil dans cette condition, il ne faut aucunement choiſir la lentille à rapport ſextuple dont nous avons parlé, mais d'autres lentilles moins parfaites, telles que par leurs défauts ceux de la lentille convexe ſoient compenſés et corrigés [4]); de ſorte qu'on peut obtenir par cet artifice des effets preſque auſſi excellents que ceux qu'on eſpère des lentilles de forme elliptique ou hyperbolique. Mais nous en dirons plus un peu plus loin [5]).

Ces lentilles moins parfaites mais plus utiles poſſèdent une ſurface convexe et une ſurface concave faiſant partie d'une plus petite ſphère. Or, le calcul relatif à ces lentilles eſt à peu près le même que pour une lentille biconcave. Mais il y a deux cas: la ſurface concave peut être tournée du côté des rayons parallèles incidents, ou bien c'eſt la ſurface convexe qui leur eſt oppoſée, comme on peut le voir dans les figures ci-jointes [Fig. 21 et 22]. Il faut remarquer à leur propos que ce n'eſt pas la ſomme mais la différence des deux longueurs ZN et $\varkappa$P qui eſt à $\varkappa$P comme NP eſt à PD.

Attribuons aux lettres les mêmes ſignifications que dans le cas de la lentille biconcave, c'eſt-à-dire repréſentons par a le rayon AB de la ſurface qui reçoit d'abord les rayons, par n le rayon NM de la deuxième ſurface

[Fig. 21.]



$\infty \frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6\text{qu.}\, a+n}$ [1]): tam prope nimirum ut nullius momenti ſit differentia reſpectu ipſius ED.

Secundum hæc omnes lentes utrimque cavæ inter ſe comparari poſſunt, ac quanto quæque melius radios diſpergat reperiri. Optima autem ex minimi determinatione invenietur, quæ hic neceſſario eadem eſt atque in lente utrimque convexa [2]); ut nempe ratio a ad n, hoc eſt ſemidiametri AB ad NM ſit ea quæ 1 ad 6 [3]). Adeo ut hujuſmodi lens ad corrigendam myopum viſionem omnium optima cenſeri debeat. nec non ad radios, qui ad unum aliquod punctum feruntur parallelos efficiendos.

Sed quoniam in teleſcopijs lens anterior convexa non perfecte ad punctum unum radios inflectit, hinc fit ut ſi cava quæratur quæ optime ad paralleliſmum eos reducat, atque ita ad oculum tranſmittat, nequaquam illa quam diximus rationis ſexcuplæ deligenda ſit, ſed aliæ minus perfectæ, quarum nempe vitijs compenſantur ac corriguntur vitia lentis convexæ [4]), ut idem pene, quod de Ellipticæ ac hyperbolicæ figuræ vitris ſperatur, hac arte conſequi liceat. Qua de re paulo poſt pluribus agetur [5]).

Sunt autem iſta imperfectiora ſed uſu meliora quibus ſuperficies altera convexa, altera ex minori ſphæra concava, in quibus calculi methodus eadem plane quæ in lente utrimque cava. duplex autem caſus, quia vel cava ſuperficies radijs parallelis obvertitur, vel convexa, ut in adjectis ſchematis [Fig. 21 et 22] videre eſt. In quibus obſervandum, non ſummam ſed differentiam duarum ZN, $\varkappa$P eſſe ad $\varkappa$P ſicut NP ad PD.

Poſitis vero literarum ſignificationibus ijſdem quæ in lente utrimque cava, ut nempe ſemidiameter AB, ſuperficiei quæ primum radios accipit, ſit a, ſemidia-

---

[1]) Comparez pour la déduction de cette formule le § 6 de l'Appendice I, p. 371—375 du Tome présent.

[2]) Voir la p. 291, en bas.

[3]) Consultez encore le § 5 de l'Appendice I, vers la fin, aux p. 374—375.

[4]) L'idée de compenser l'aberration sphérique de l'objectif par celle de l'oculaire s'est présentée à Huygens en septembre 1665, comme cela résulte d'une lettre à de Sluze du onzième de ce mois. Nous n'en possédons (voir p. 477 du T. V) que le sommaire où on lit: „Inventionem me invenisse æmulandi hyperbolicæ figuræ perfectionem lentibus sphaericis se mutuo corrigentibus in telescopio ex duabus tantum composito."

[5]) Voir la Prop. IX, p. 319—331, qui fait partie des „Rejecta ex dioptricis nostris."

et par q l'épaiſſeur CK, ou Gγ, de la lentille. La règle qui ſert à trouver l'aberration ED du rayon extrême ſera exprimée dans le premier cas par la formule $ED = \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(n-a)^2}$, et dans le deuxième cas, où $a > n$, par la formule $ED = \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(a-n)^2}$ [1]). Or, il apparaît que ces formules ſont abſolument les mêmes que celles que nous avons données plus haut dans le cas des lentilles concavo-convexes [2]). Elles nous permettront de comparer entre elles les lentilles concaves conſidérées et de déterminer les grandeurs relatives des aberrations propres à chacune d'elles. On peut démontrer en général que la même lentille convexo-concave placée comme dans le ſecond cas, c'eſt-à-dire de telle façon que ſa ſurface convexe reçoit les rayons, diſperſe moins bien ces rayons que lorſqu'elle eſt retournée. En effet, ſi les deux figures [Fig. 21 et 22] repréſentent la même lentille mais dans des poſitions différentes et que, par conſéquent, NM dans le deuxième cas eſt égale à AB dans le premier cas, deſquelles l'une et l'autre s'appelle a, et que, de même, AB dans la deuxième figure eſt égale à NM dans la première deſquelles l'une et l'autre s'appelle n, il eſt évident que dans le deuxième cas on aura $ED = \frac{27nnq - 6anq + 7aaq}{6(n-a)^2}$. Mais dans le premier nous avions $ED = \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(n-a)^2}$. Comme n eſt plus grand que a et que, par conſéquent, $27nn + 7aa > 27aa + 7nn$, il apparaît donc que la diſtance ED ſera toujours plus grande dans le deuxième cas que dans le premier. Et il eſt aiſé de voir que la même choſe eſt vraie pour une lentille concavo-convexe placée dans les deux poſitions conſidérees.

De même que nous avons démontré [3]) que toute lentille concavo-convexe concentre les rayons d'autant plus mal que l'une de ſes deux ſurfaces eſt plus concave, lorſque la diſtance focale et la largeur de la lentille reſtent invariables, de même auſſi nous pourrons faire voir ici qu'une lentille convexo-concave diſperſe les rayons parallèles d'autant plus mal que l'une de ſes deux ſurfaces eſt plus convexe. En effet, comme ME, ou d, diſtance du point de diſperſion, eſt égale ici, dans le premier cas, à $\frac{2an}{n-a}$ [4]) et que, par conſéquent, $a = \frac{dn}{2n+d}$, on trouvera d'après la première règle, en ſubſtituant partout pour a l'expreſſion $\frac{dn}{2n+d}$, $DE = \frac{7ddq + 4dnq + 7nnq}{6nn}$ ou $\frac{7ddq}{6nn} + \frac{2}{3}\frac{dq}{n} + \frac{7}{6}q$. Cette formule fait voir que plus la valeur qu'on prend pour n eſt petite, plus la diſtance DE ſera grande, et qu'elle ſera toujours ſupérieure à $\frac{7}{6}q$.

Dans le ſecond cas on aura $n = \frac{ad}{2a+d}$, attendu que $d = \frac{2an}{a-n}$. En ſubſti-

meter ſuperficiei alterius NM ſit n; craſſitudo lentis CK ſive Gγ dicatur q; Regula ad inveniendam aberrationem radij extremi ED, priori caſu erit iſta, ED $\infty \frac{27aaq-6anq+7nnq}{6\text{qu.}\, n-a}$. Poſteriori vero, ubi a major quam n, erit hæc, ED ∞ $\infty \frac{27aaq-6anq+7nnq}{6\text{qu.}\, a-n}$ [1]). Quas apparet plane eaſdem eſſe quas ante in meniſcis dedimus [2]). Poterimus autem ſecundum has comparationem inſtituere lentium hujuſmodi cavarum, et quanto quæque majorem aberrationem faciat definire. In univerſum vero oſtendi poteſt lentem eandem convexoconcavam, ita collocatam ut in caſu horum poſteriore, ut nempe ſuperficies convexa radios parallelos accipiat, minus bene eos diſpergere, quam ſi aliter inverſa ſit. Si enim in ſchemate horum utroque [Fig. 21 et 22] lens eadem ſed diverſo poſitu intelligatur, ſitque proinde NM caſu poſteriore æqualis AB in priore, ac utraque dicatur a: item AB in poſteriore æqualis NM in priori, atque utraque dicatur n: manifeſtum eſt, poſteriore caſu fore jam ED $\infty \frac{27nnq-6anq+7aaq}{6\text{qu.}\, n-a}$. At priore erat ED $\infty \frac{27aaq-6anq+7nnq}{6\text{qu.}\, n-a}$. Ergo cum n ſit major quam a ideoque $27nn+7aa$ major quam $27aa+7nn$, apparet ED poſteriore caſu ſemper majorem fore quam priori. Atque idem in meniſco diverſimode collocato obtinere perſpicuum eſt.

Qua porro ratione meniſcus quiſque tanto pejus radios colligere oſtenſus fuit [3]), quanto magis cavam ſuperficiem alteram habuerit, manente eadem foci diſtantia ac latitudine lentis, eâdem poterit et hic de lente convexoconcava oſtendi, tanto pejus eam radios parallelos diſpergere, quanto magis convexam alteram ſuperficiem habuerit. Etenim cum hic, priore caſu, ſit puncti diſperſus diſtantia ME, quæ dicitur d, æqualis $\frac{2an}{n-a}$ [4]): ideoque $a \infty \frac{dn}{2n+d}$, fiet ex priore regula, ſubſtituto ubique $\frac{dn}{2n+d}$ in locum a, DE $\infty \frac{7ddq+4dnq+7nnq}{6nn}$ ſive $\frac{7ddq}{6nn}+\frac{2}{3}\frac{dq}{n}+\frac{7}{6}q$. ubi patet, quanto minor ſumetur n tanto majorem fore DE, ac ſemper majorem fore quam $\frac{7}{6}q$.

Rurſus ſecundo caſu, cum ſit $d \infty \frac{2an}{a-n}$, erit $n \infty \frac{ad}{2a+d}$, quo ubique repoſito

[1]) Le manuscrit auquel nous avons emprunté l'Appendice I (voir la note 1 de la p. 355), contient encore à la p. 27 une déduction directe de cette dernière formule; mais la voie suivie ressemble tellement à celle que nous avons reproduite dans le § 6 de cet Appendice, p. 371—374, pour la déduction de la formule correspondante dans le cas d'une lentille biconcave, que nous avons cru pouvoir supprimer cette déduction.

[2]) Voir la p. 293 du Tome présent.

[3]) Voir la p. 295 du Tome présent.

[4]) D'après la Prop. XVII, Part. I, Lib. I; voir à la p. 93 l'avant-dernier alinéa qui se rapporte à cette proposition.

tuant partout cette expreſſion à n dans la ſeconde règle, on trouve DE $=$ $= \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa} = \frac{9}{2}q + \frac{4dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa}$. Cette formule fait voir que plus la valeur de a eſt petite, plus la diſtance DE, ici auſſi, devient grande, et qu'elle doit toujours être ſupérieure à $\frac{9}{2}q$. Voilà donc les formules qui permettent d'examiner le degré dans lequel chaque lentille convexe ou concave a le pouvoir de concentrer ou de diſperſer les rayons; mais avant de montrer leur utilité, nous devons commencer par établir les deux théorèmes ſuivants.

Proposition VI.

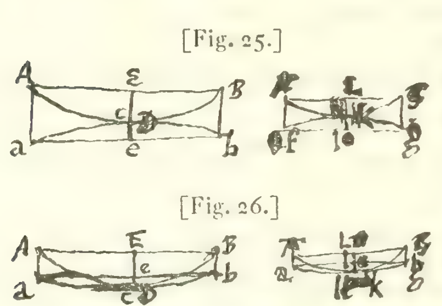
Dans des lentilles de largeurs diverſes, convexes ou concaves, dont les ſurfaces expoſées aux rayons ont la même courbure, et dont les ſurfaces oppoſeés ont également la même courbure quoique différente de la première, ou qui poſſèdent chacune une ſurface plane, les aberrations des rayons extrêmes parallèles à l'axe ſont entre elles comme les épaiſſeurs des lentilles, ou bien comme les carrés des largeurs.

On démontre facilement à l'aide de ce qui a été établi à la propoſ. I [2]) que les épaiſſeurs de différentes lentilles de ce genre ſont entre elles comme les carrés de leurs largeurs. En effet, ſi elles ſont biconvexes comme le premier couple des lentilles ici repréſentées, ACBD et FHGK [Fig. 23], dont les épaiſſeurs ou les axes ſont CD et HK, et qu'on conſidère donc dans ce cas les droites AB et FG comme définiant la largeur des lentilles, leſquelles droites coupent CD et HK en E et en L; il eſt certain, attendu que ACBE et FHGL ſont des ſegments de cercles égaux, que leurs hauteurs CE et HL ſeront l'une à l'autre comme le carré AB eſt au carré FG *, bien entendu à ſi peu de choſe près pour les petites parties des cercles conſidérées ici que la différence n'eſt d'aucune importance. Pour la même raiſon DE ſera auſſi à KL comme le carré AB eſt au carré FG, et, par conſéquent, l'épaiſſeur CD toute entière ſera à HK comme le carré AB eſt au carré FG.

* Prop. I [2]).

[Fig. 25.]

[Fig. 26.]



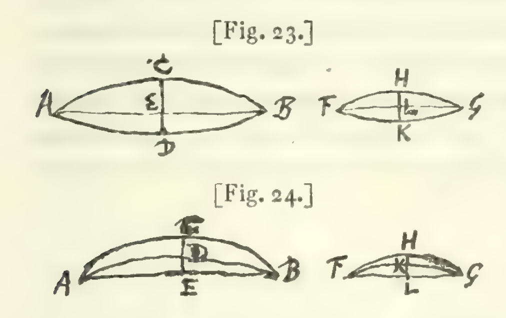
Mais dans le cas des lentilles concavo-convexes [Fig. 24] qui ſont conſidérées ici en ſecond lieu, nous conclurons auſſi que la différence des deux longueurs CE et DE eſt à celle des deux longueurs HL et KL, c'eſt-à-dire, que l'épaiſſeur CD eſt à HK comme le carré AB eſt au carré FG.

Dans le cas des lentilles biconcaves [Fig. 25], dont nous ſuppoſons que les ſur-

in locum n in posteriore regula, fit DE $\infty \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$ sive $\frac{9}{2}q + \frac{4dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa}$. Ubi apparet, quo minor sumetur a, eo majorem iterum fieri DE: Eamque semper majorem fore quam $\frac{9}{2}q$. Et hæc quidem ad examinandam cujusque convexæ aut cavæ lentis in colligendis aut dispergendis radijs facultatem ac præstantiam, quorum antequam utilitatem ostendamus, theoremata duo sequentia præmittenda sunt.

Propo[sitio VI].

In lentibus diversarum latitudinum, convexis aut concavis, quæ *superficies radijs expositas ex eadem sphæra habuerint, itemque adversas superficies ex eadem sphæra licet a priori diversa, vel quæ alteram harum superficierum planam habuerint* [1]), aberrationes radiorum extremorum axi parallelorum sunt inter se sicut lentium crassitudines, sive etiam ut latitudinum quadrata.



[Fig. 23.]

[Fig. 24.]

Crassitudines lentium hujusmodi esse inter se sicut quadrata latitudinum, facile ostenditur ex demonstratis propos. [I] [2]). Si namque sint utrimque convexæ, ut primum par hic depictarum, ACBD, FHGK [Fig. 23], quarum crassitudines seu axes CD, HK. hic ergo ductis AB, FG rectis quæ latitudines lentium definiant, secentque CD, HK in E et L; constat, quia segmenta ACBE, FHGL sunt æqualium circulorum, fore eorum altitudines CE ad HL ut quadr. AB ad quadr. FG *; tam prope nimirum in exiguis hujusmodi circulorum portionibus ut nullius momenti sit differentia. Eadem ratione et DE erit ad KL ut quadr. AB ad FG. ac proinde et tota CD ad HK ut quadr. AB ad qu. FG. * [Prop. I] [2]).

In meniscis autem, qui secundo loco hic ponuntur [Fig. 24], concludemus et differentiam duarum CE, DE, esse ad differentiam duarum HL, KL, hoc est, crassitudinem CD ad HK, ut quadr. AB ad FG.

In lentibus utrimque cavis [Fig. 25], quarum superficies ACB, aDb sese

---

[1]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent au lieu des mots en italiques: „tam anteriores quam posteriores superficies ex ijsdem sphæris habent, vel alteras planas".

[2]) Voir la p. 273 du Tome présent.

faces ACB et aDb, comme aussi FKG et fKg, se touchent, et dont les épaisseurs sont Ec et Ll, la démonstration est la même que dans le cas des lentilles biconvexes. Et dans le cas des lentilles convexo-concaves elle est identique à celle qui a servi dans le cas des lentilles concavo-convexes. Enfin, dans le cas ou l'une des deux surfaces, soit des lentilles convexes, soit des lentilles concaves, est plane, la démonstration est manifeste d'après ce qui a été dit.

Il nous reste à démontrer que pour chaque couple de lentilles les aberrations des rayons extrêmes sont entre elles comme les épaisseurs. Pour les lentilles planconvexes et planconcaves il est manifeste qu'il doit en être ainsi, attendu que pour ces lentilles-là l'aberration du rayon extrême est égale, d'après ce qui a été dit plus haut [3]), à $\frac{9}{2}$ fois l'épaisseur des lentilles lorsque la surface plane reçoit les rayons parallèles, ou à $\frac{7}{6}$ fois la même épaisseur lorsque la surface sphérique est exposée à ces rayons. Mais dans le cas des autres lentilles composées, attendu qu'il ressort des règles énoncées plus haut que, lorsque les rayons des deux surfaces restent les mêmes [4]), le rapport de l'épaisseur de la lentille à l'aberration ED [Fig. 15—22] du rayon extrême reste également le même, il s'ensuit que cette aberration diminue dans le même rapport que l'épaisseur de la lentille, en d'autres termes dans le rapport des carrés des largeurs. Par exemple, comme nous avons dit [6]) que dans le cas de la lentille biconvexe l'épaisseur de la lentille est à l'aberration ED comme 6 fois le carré de la somme des deux rayons de courbure est à 27 fois le carré AB + 7 fois le carré NM + 6 fois le rectangle AB, NM, il en résulte que le rapport de ces deux grandeurs reste le même lorsque les rayons AB et NM ne varient pas [7]) et, par conséquent, que les aberrations propres aux lentilles possédant de telles surfaces convexes sont entre elles comme leurs épaisseurs.

Proposition VII.

Dans le cas d'une lentille quelconque, convexe ou concave, les aberrations des rayons parallèles à l'axe sont entre elles comme les carrés des distances de ces rayons à l'axe.

---

[1]) Lisez plutôt: „convexoconcavis"; voir la note 2, p. 280.

[2]) La leçon primitive et la copie de Niquet intercalent: „autem".

[3]) Voir les pp. 285, 287, 297 et 299 du Tome présent.

contingere ponuntur, itemque FKG, fKg; quarumque craſſitudines Ee et Ll, eadem eſt demonſtratio, quæ in utrinque convexis. Et in cavoconvexis [1]), eadem quæ in meniſcis. Quod ſi vero vel convexarum vel cavarum lentium altera ſuperficies plana fuerit, manifeſta ex his quæ dicta ſunt eſt demonſtratio.

Supereſt [2]) ut oſtendamus aberrationes radiorum extremorum in unoquoque pari eſſe inter ſe ut lentium craſſitudines. quod in planoconvexis et planoconcavis quidem ita ſe habere manifeſtum eſt, cum in his aberratio radij extremi ex ſupra ſcriptis [3]) ſit vel $\frac{2}{2}$ craſſitudinis lentium, ſi nempe plana ſuperficies radios parallelos excipiat, vel $\frac{7}{6}$ ejuſdem craſſitudinis, ſi ſphærica ſuperficies radijs dictis exponatur. At in lentibus reliquis mixtis, quum ex Regulis ſupra traditis appareat manentibus ijſdem ſemidiametris utriuſque ſuperficiei [4]) eandem etiam manere rationem craſſitudinis lentis ad aberrationem radij extremi, ED [Fig. 15—22]; ſequitur eadem proportione aberrationem hanc imminui qua decreſcit lentis craſſitudo; *hoc eſt, ſecundum rationem quam habent latitudinum quadrata* [5]). Exempli gratia, cum in lente utrimque convexa dixerimus [6]) eſſe ſicut ſexcuplum quadratum compoſitæ ex ſemidiametris utriuſque convexitatis ad vingintiſeptuplum quadratum AB, plus ſeptuplo quadrato NM, plus ſexcuplo rectangulo AB, NM, ita craſſitudinem lentis ad aberrationem ED. apparet rationem quæ eſt inter has eandem manere, manentibus ſemidiametris AB, NM ijſdem [7]), ac proinde ſicut craſſitudines lentium talibus convexis præditarum, ita eſſe inter ſe earum aberrationes.

Propos[itio VII].

In lente quavis convexa aut cava aberrationes radiorum axi parallelorum ſunt inter ſe ſicut quadrata diſtantiarum eorundem radiorum ab axe.

---

[4]) La leçon primitive et la copie de Niquet intercalent: „vel tantum manente eadem proportione semidiametrorum”.

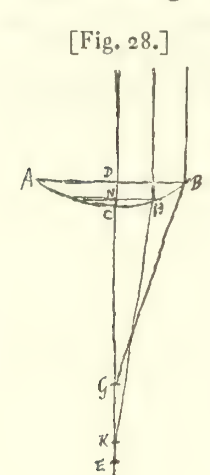
[5]) Aux lieux cités on trouve au lieu des mots en italiques: „manentibus nempe superfierum convexitatibus vel cavitatibus ijsdem: imo etiam manente tantum eadem semidiametrorum proportione”.

[6]) Voir la p. 291 du Tome présent.

[7]) Aux lieux cités on trouve intercalée la phrase: „vel ut eandem inter se rationem servent”.

Dans le cas des lentilles concaves la démonſtration de cette propoſition eſt la plus facile: elle dépend de la démonſtration précédente. En effet, ſoit ACBDCF [Fig. 27] la lentille concave, CE ſon axe et E ſon point de diſperſion. Suppoſons en outre que le rayon parallèle à l'axe qui frappe le point B ſoit diſperſé de telle manière que prolongé en ſens contraire il rencontre l'axe au point G, tandis qu'un autre rayon parallèle à l'axe mais plus près de ce dernier et frappant le point H ſoit diſperſé de telle manière que prolongé en ſens inverſe il coupe l'axe au point K. Pour qu'il apparaiſſe que l'aberration EG eſt à l'aberration EK comme le carré de la diſtance du point B à l'axe eſt au carré de la diſtance correſpondante du point H, il faut conſidérer que le cas eſt le même que s'il y avait deux lentilles différentes DBA et NHF dont les demies largeurs ſeraient égales aux diſtances reſpectives des points B et H à l'axe. Et comme les ſurfaces ſphériques des deux lentilles ſont les mêmes, il réſulte de la propoſition précédente que leurs épaiſſeurs BD et HN ſont entre elles comme les carrés de ces demies largeurs. Mais comme les épaiſſeurs BD et HN, ainſi ſont entre elles les aberrations EG et EK. Par conſéquent le rapport de ces dernières eſt de même égal à celui des carrés des diſtances des points B et H à l'axe.

[Fig. 28.]



La démonſtration eſt ſemblable dans le cas de la lentille planconvexe, lorſque la ſurface plane reçoit les rayons parallèles. En effet, ſoit ACB [Fig. 28] une lentille de ce genre, ayant l'axe DE et le foyer E, laquelle réfracte les rayons parallèles qui tombent ſur la ſurface convexe aux points B et H après qu'ils ont traverſé la ſurface plane AB ſans changer de direction; ſuppoſons que ces rayons rencontrent l'axe aux points G et K. On peut donc, après avoir mené à l'axe DC la perpendiculaire HN, procéder de nouveau comme s'il y avait deux lentilles planconvexes, dont les épaiſſeurs ſont DC et NC. Mais DC eſt à NC, comme le carré BD eſt au carré HN; et l'aberration EG eſt à l'aberration EK comme DC eſt à NC, attendu que $EG = \frac{9}{2} DC$ [1]) et $EK = \frac{9}{2} NC$. Par conſéquent auſſi l'aberration EG eſt à l'aberration EK comme le carré BD eſt au carré NH.

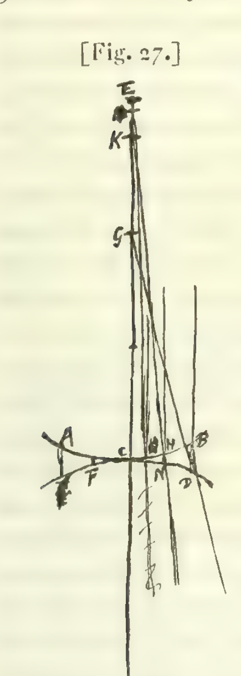
Suppoſons maintenant la même lentille inverſement placée [Fig. 29], c'eſt-à-dire de telle manière que les rayons parallèles tombent d'abord ſur la ſurface convexe ACB, dont IC ſoit le rayon. Le foyer E peut donc être trouvé en prenant d'abord $CR = 3\ CI$ et enſuite $DE = \frac{2}{3}\ DR$ [2]). Suppoſons que le rayon

---

[1]) Voir la p. 285 du Tome préſent.

In cavis lentibus facilior hujus rei eſt demonſtratio pendetque à proximè præcedenti. Sit enim lens cava ACBDCF [Fig. 27] cujus axis CE: punctum diſperſus E. Radiuſque axi parallelus in B punctum incidens ita diſpergatur ut retro productus conveniat cum axe in G. alius vero radius parallelus axi, ſed propinquior incidens in H punctum diſpergatur, ita ut productus retro conveniat cum axe in K. Ut igitur appareat aberrationem EG eſſe ad EK ſicut quadr. diſtantiæ puncti B ab axe, ad quadr. diſtantiæ puncti H, conſiderandum eſt ita ſe rem habere ac ſi ſint lentes duæ diverſæ DBA, NHF, quarum dimidiæ latitudines ſint dictæ diſtantiæ punctorum B et H ab axe. Cumque ſphæricæ ſuperficies utrique lenti ſint eædem, patet ex prop. præcedenti craſſitudines earum BD, HN, ita eſſe inter ſe ſicut quadrata illarum dimidiarum latitudinum. Sicut autem craſſitudines BD, HN, ita ſunt inter ſe et aberrationes EG, EK. Ergo et harum ratio eadem eſt quæ quadratorum à diſtantijs punctorum B et H ab axe.

[Fig. 27.]



Non abſimilis quoque demonſtratio eſt in lente planoconvexa, cum plana ſuperficies radijs parallelis oppoſita eſt. Si enim ſit lens hujuſmodi ACB [Fig. 28], axem habens DE, focum E, in qua refringantur radij paralleli qui incidunt in puncta B et H, ſuperficiei convexæ, poſtquam planam AB irrefracti tranſierint: occurrant autem axi in G et K. Hîc igitur ductâ HN perpendiculari ad axem DC, rurſus tanquam duæ lentes planoconvexæ conſiderandæ ſunt, quarum craſſitudines DC et NC. ſicut autem quadratum BD ad quadratum HN ita eſt DC ad NC; et ſicut DC ad NC ita aberratio EG ad EK, cum EG æquetur $\frac{9}{2}$ DC [1]), et EK $\frac{9}{2}$ NC. Ergo ſicut quadr. BD ad quadr. NH ita quoque aberratio EG ad EK.

Sit autem nunc eadem lens contraria ratione diſpoſita [Fig. 29], ut nempe radij paralleli incidant primùm in ſuperficiem convexam ACB, cujus ſemidiameter ſit IC. Focus ergo E invenitur ſumta primum CR tripla CI, ac deinde poſita DE æquali $\frac{2}{3}$ DR [2]). Ponatur radius extremus axi parallelus incidens in B, convenire cum axe in G, adeo ut aberratio ejus ſit EG, radius vero parallelus

[2]) Voir la Prop. XIV, Part. I, Liv. I à la p. 83 du Tome préſent. Le point R foyer de la surface BCA, remplace le point G de la Fig. 44 de la Prop. citée.

extrême parallèle à l'axe qui tombe fur la lentille au point B rencontre l'axe au point G, de forte que fon aberration foit EG, et que le rayon parallèle qui rencontre la lentille au point H fe meuve enfuite felon la droite HP qui coupe la furface AB en S, où il eft réfracté de nouveau, rencontrant enfuite l'axe au point K, de forte que l'aberration de ce rayon foit EK. Il faut donc démontrer que l'aberration EG eft à l'aberration EK comme le carré BD eft au carré HN. Menons la droite HQ parallèle à SK; puiffe-t-elle rencontrer l'axe en Q. Soit également HT une parallèle à l'axe CD qui coupe la furface AB au point T; et fuppofons enfin que la droite KS prolongée rencontre la droite HT au point V.

Si nous confidérons maintenant la partie HCFN comme une autre lentille planconvexe, fon foyer O pourra être trouvé en prenant NO $= \frac{2}{3}$ NR [1]). Or, le rayon extrême parallèle à l'axe qui tombe fur cette lentille au point H et qui eft réfracté d'abord à la furface BCA de manière à fe diriger vers le point P, fe mouvra néceffairement felon la droite HQ après la deuxième réfraction à la furface plane HN; cette droite HQ étant parallèle à la droite SK fuivant laquelle le rayon fe meut après avoir été réfracté à la furface BD. Par conféquent, QO ferait l'aberration du rayon extrême de la lentille HCFN; et il eft connu que cette aberration eft à l'aberration GE du rayon extrême de la lentille ACB comme le carré HN eft au carré BD*. Si donc on démontre que l'aberration EK du rayon HH, après que celui-ci a traverfé la lentille ACB, eft égale à l'aberration OQ, il s'enfuivra auffi que l'aberration EG eft à l'aberration EK comme le carré BD eft au carré HN. Mais c'eft ce qu'on démontre comme fuit: Comme le rapport PS : SK eft à peu près égal au rapport PD : DK [2]), et que le rapport PS : SK égale 3 : 2*, on aura auffi approximativement PD : DK $=$ 3 : 2. Mais comme PD eft à DK ainfi HT eft à TV, à caufe de la fimilitude des triangles SPD, SHT et SKD, SVT. Par conféquent, on a auffi à peu de chofe près HT : TV $=$ 3 : 2; et par fuite HV eft à peu près égale au tiers de HT. Mais HV $=$ QK. La longueur QK eft donc égale elle auffi au tiers de HT ou de ND. Mais comme d'après notre conftruction RE eft égale au tiers de RD et RO au tiers de RN, la différence OE des longueurs RE et RO fera égale au tiers de la différence DN des longueurs RD et RN. Il apparaît donc que OE $=$ QK. C'eft pourquoi, en ajoutant ou en retranchant (car ce cas-là peut auffi fe préfenter) des deux côtés la longueur OK, on aura KE $=$ QO. C'eft ce qu'il reftait à démontrer. Il faut entendre cette démonftration en ce fens qu'elle eft valable fi l'on néglige de fort petites différences qui par rapport à KE et à QO ne font d'aucune importance. En ce même fens le théorème fera vrai auffi pour toutes les autres lentilles convexes ou concaves, comme nous l'avons trouvé par un calcul analytique [4]).

* Par la Prop. préc.

* Prop. III, Part. I, Liv. I [3]).

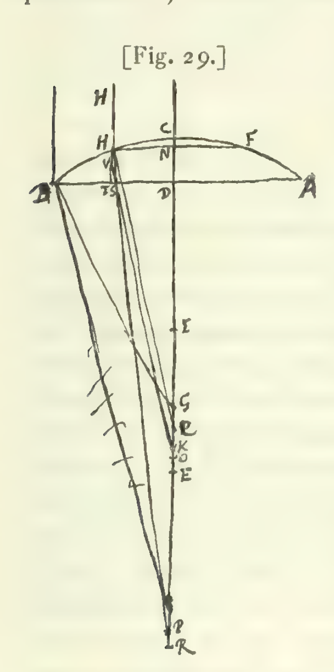
---

[1]) Voir la note 2, p. 311.

incidens in punctum H, feratur inde secundum rectam HP quæ secet superficiem AB in S, ubi facta altera refractione, conveniat cum axe in K, adeo ut aberratio radij hujus sit EK. Ostendendum est igitur, quod sicut quadr. BD ad quadr. HN ita aberratio EG ad EK. Ducatur HQ parallela SK; atque occurrat axi in Q. Sit etiam HT parallela axi CD, quæ superficiei AB occurrat in T; ac denique producta KS occurrat ipsi HT in V.

Quod si jam consideretur tanquam lens alia planoconvexa HCFN, ejus focus O invenietur sumendo NO æqualem $\frac{2}{3}$ NR [1]). Radius autem ejus extremus axi parallelus qui incidit in H, primaque refractione in superficie BCA flectitur versus punctum P, is necessario post secundam refractionem in superficie plana HN feretur secundum HQ, quia hæc parallela est SK, secundum quam incedit refractus a superficie BD. Esset itaque QO aberratio radij extremi lentis HCFN; quam constat esse ad aberrationem GE radij extremi lentis ACB, sicut quadr. HN ad quadr. BD *. Quare si ostendatur aberrationem EK radij HH, trans lentem ACB missi, æqualem esse aberrationi OQ; patebit etiam esse quemadmodum quadr.BD ad qu. HN ita aberrationem EG ad EK. Illud vero sic ostenditur. quum PS ad SK habeat eandem proxime rationem quam PD ad DK [2]); ratio autem PS ad SK sit ut 3 ad 2 *, erit et PD ad DK ut 3 ad 2 proximè. Sicut autem PD ad DK ita est HT ad TV, propter similitudinem triangulorum SPD, SHT, et SKD, SVT. Ergo et HT ad TV proxime ut 3 ad 2; ac proinde HV proxime pars tertia HT. Sed HV æqualis est QK. Ergo et QK similiter pars tertia HT vel ND. Cum vero ex constructione sit RE pars tertia RD; et RO pars tertia RN; erit et differentia duarum RE, RO, nempe OE, pars tertia differentiæ duarum RD, RN, quæ est DN. Itaque apparet OE æqualem esse QK. quare si utrique addatur OK, vel utrinque auferatur (nam et hoc contingere potest) erit et KE æqualis QO; quod ostendendum supererat. Hæc autem intelligenda sunt ita se habere neglectis minimis differentijs quæ respectu ipsarum KE, QO nullius momenti sunt. Qua ratione theorema in cæteris quoque omnibus convexis cavisque lentibus verum erit, ut calculo analytico comperimus [4]).

[Fig. 29.]



* Prop. præc.

* [Prop. III, Part. I, Lib. I.] [3])

[2]) La leçon primitive et la copie de Niquet intercalent: „propter exiguam differentiam inter PS, PD, et inter KS, KD."

[3]) Voir la p. 17 du Tome présent.

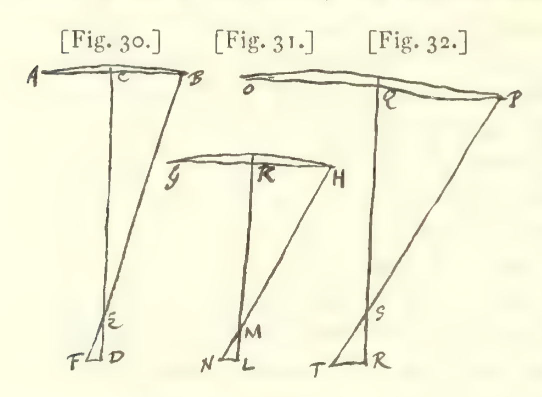
[4]) Voir l'Appendice II à la présente Partie de la Dioptrique, p. 376—378.

PROPOSITIONS ÉCARTÉES DE NOTRE DIOPTRIQUE [1]).

Proposition VIII [2]).

Dans les lentilles de même efpèce les aberrations des rayons extrêmes, parallèles à l'axe, ont entre elles un rapport composé du rapport des carrés des diamètres de l'ouverture des lentilles et de celui des diftances focales pris inverfement. Mais les diamètres des cercles d'aberration [3]) ont entre eux un rapport compofé du rapport des cubes des diamètres des dites ouvertures et du rapport inverfe des carrés des diftances focales.

Nous difons que deux lentilles font de même efpèce lorfqu'elles font, foit toutes les deux planconvexes, foit l'une et l'autre biconvexes ou convexes d'un côté et concaves de l'autre de manière que les rayons de courbure des deux furfaces, convexes ou concaves, ont entre eux la même proportion. Et nous fuppofons ici de plus que les lentilles font placées de la même façon par rapport aux rayons parallèles qu'elles reçoivent, c'eft-à-dire que la furface la plus convexe de toutes les deux lentilles fe trouve, foit du côté des rayons incidents, foit du côté oppofé.



Confidérons donc deux lentilles de ce genre. Soit AB [Fig. 30] l'ouverture de la première, CD fa diftance focale, BEF le rayon réfracté correfpondant au rayon extrême parallèle à l'axe, lequel donne lieu à l'aberration ED, et, par fuite, DF le rayon du petit cercle d'aberration. L'autre lentille eft cenfée avoir une ouverture GH [Fig. 31] et une diftance focale KL; le rayon réfracté HMN, correfpondant au rayon inci-

[1]) Les quatre propositions (VIII - XI) qui suivent et qui sont publiées ici pour la première fois faisaient partie pendant plusieurs années du manuscrit de la „Dioptrique". On les retrouve de même dans la copie de Niquet. Or, vers 1673, sous l'influence des découvertes de Newton sur l'aberration chromatique, elles furent écartées du manuscrit en question et réunies dans une couverture portant la suscription: „Rejecta ex dioptricis nostris". Voir, pour plus de détails sur les circonstances qui déterminèrent leur rejet, l'„Avertissement" qui se trouve au début du Tome présent.

[2]) Cette proposition et sa démonstration, desquelles on trouvera une autre leçon plus primitive dans l'Appendice III à la présente Partie de la Dioptrique (p. 379—381) ont été rédigées

REJECTA EX DIOPTRICIS NOSTRIS [1]).

[Propositio VIII.] [2])

In lentibus ejuſdem generis, aberrationes radiorum extremorum, axi parallelorum, rationem habent compoſitam ex ratione quadratorum à diametris aperturæ lentium, et ex ea quam habent foci diſtantiæ, contrarie ſumta. Diametri vero circellorum aberrationis [3]) rationem habent compoſitam ex ratione cuborum a dictis aperturarum diametris, et ex ratione quadratorum a foci diſtantijs, contrarie ſumta.

Lentes duas ejuſdem generis eſſe dicimus cum ambæ vel planoconvexæ ſunt, vel utrinque convexæ, vel cava et convexa ſuperficie compoſitæ, ac ſemidiametri utriuſque convexi vel cavi eandem inter ſe rationem ſervant. Et hìc quidem ſimiliter poſitas eſſe inſuper poſtulamus reſpectu radiorum parallelorum quos excipiunt, ut nempe utriuſque lentis ſuperficies convexior ad illos obverſa ſit vel ab ijſdem averſa.

Sunto igitur duæ ejuſmodi lentes, quarum alterius apertura AB [Fig. 30], foci diſtantia CD, radij extremi ad axem paralleli refractio BEF, faciens aberrationem ED, ſemidiametrum vero circelli aberrationis DF. Alterius vero apertura GH, [Fig. 31] foci diſtantia KL, radij extremi refractio HMN, faciens aberrationem

après la Prop. IX qui suit, puisqu'on trouve en marge du Manuscrit des „Rejecta" l'annotation suivante, écrite de la main de Huygens: „Inserenda ante propositionem pag. 20.", ce qui se rapporte à la Prop. IX.

[3]) C'est ici qu'apparaissent pour la première fois dans l'œuvre de Huygens ces „cercles d'aberration"; la raison en est qu'il est arrivé à la conclusion que la netteté de la vision dépend du diamètre de ces cercles et non pas de l'aberration sur l'axe, qu'il a considérée exclusivement jusqu'ici. Voici, à ce propos, une annotation qu'on trouve à la p. 23 du manuscrit dont il sera question dans la note 1 de l'Appendice I, p. 355 du Tome présent:

„in pictura tabulæ" [d'une chambre obscure] „considerandæ OQ non OL. in oculo vero si eadem proportione pictura hæc diminuatur, latitudines OQ similiter minuentur. Sed ſi diminuatur pictura in oculo, jam tanto quoque minuitur OQ. Puta primo tabulam idem eſſe quod fundum oculi."

Comparez encore les p. 341—345 qui suivent. On remarquera d'ailleurs que les cercles d'aberration de Huygens ne sont pas identiques avec ceux de la dioptrique moderne qui représentent la section minimale du faisceau de lumière par un plan parallèle au plan focal. Toutefois les rayons des deux cercles ont entre eux un rapport constant; voir la note 1 de la p. 390 qui suit.

dent extrême, y donne lieu à l'aberration ML, et LN repréſente le rayon du cercle d'aberration. Il faut donc démontrer en premier lieu que le rapport des aberrations ED : ML eſt compoſé du rapport $AB^2 : GH^2$ ou $CB^2 : KH^2$ et du rapport KL : CD.

Prenons une troiſième lentille OP [Fig. 32], également de même eſpèce, dont la diſtance focale QR ſoit égale à CD, tandis que le rayon QP de l'ouverture eſt à la diſtance focale QR comme HK eſt à KL. Soit PST pour cette lentille le rayon réfracté provenant du rayon incident extrême, SR l'aberration correſpondante et RT le rayon du cercle d'aberration.

Le rapport ED : ML eſt compoſé des rapports ED : SR et SR : ML, dont le premier ED : SR eſt égal à $CB^2 : QP^2$ [1]), et le ſecond SR : ML à QR (ou CD) : : KL [2]). Il en réſulte que le rapport ED : ML eſt compoſé des rapports CB^2 : : QP^2 et CD : KL. Or, le rapport $CB^2 : QP^2$ eſt compoſé à ſon tour des rapports $CB^2 : KH^2$ et $KH^2 : QP^2$, ou $KL^2 : QR^2$, ou $KL^2 : CD^2$. Mais le rapport CD : KL eſt égal à celui du carré CD au rectangle CD, KL. Le rapport ED : ML ſera donc compoſé des rapports $CB^2 : KH^2$, $KL^2 : CD^2$ et CD^2 : CD. KL, mais le rapport compoſé des deux derniers rapports eſt égal au rapport du carré KL au rectangle CD, KL, ou à KL : CD. Le rapport ED : ML eſt donc compoſé du rapport $CB^2 : KH^2$ et du rapport KL : CD, ce qui conſtitue le premier théorème qu'il fallait demontrer.

Nous démontrerons maintenant le ſecond théorème, ſuivant lequel le rapport DF : LN eſt compoſé du rapport $CB^3 : KH^3$ et du rapport $KL^2 : CD^2$.

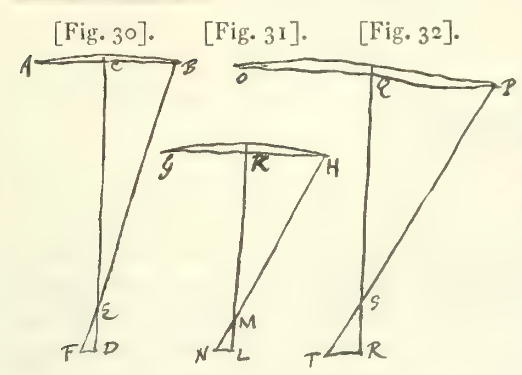
En effet, le rapport DF : LN eſt compoſé des rapports DF : DE, DE : ML et ML : LN, dont le premier DF : DE eſt égal à CB : CE ou CB : CD (car ici la petite différence ED eſt négligeable) et le dernier ML : LN à MK (ou LK) : KH. Le rapport DF : NL eſt donc compoſé des rapports CB : CD, KL : : KH et ED : ML. Mais le rapport compoſé des deux premiers rapports eſt égal au rapport des rectangles BC, KL et CD, KH, c'eſt-à-dire au rapport compoſé des rapports CB : KH et KL : CD. Le rapport FD : NL eſt donc compoſé des rapports CB : KH, ED : ML et KL : CD. Mais il a été démontré que le rapport ED : ML eſt compoſé des rapports $CB^2 : KH^2$ et KL : CD. Par conſéquent, le rapport FD : NL ſera compoſé des rapports CB : KH et $CB^2 : KH^2$, qui enſemble produiſent le rapport $CB^3 : KH^3$, et de deux fois le rapport KL : CD. Il apparaît donc que le rapport FD : NL eſt compoſé des rapports $CB^3 : KH^3$ et KL^2 : : CD^2. C'eſt là le ſecond théorème que nous nous propoſions de démontrer.

---

[1]) Par la Prop. VI, p. 307. En effet, il est clair que pour les deux lentilles ACB, OQP dont les rayons de courbure des surfaces antérieures et postérieures sont dans le même rapport les distances focales seront proportionnelles à ces rayons. Si donc ces distances sont égales il faut que les rayons le soient aussi. La proposition mentionnée est donc applicable.

[2]) À cause de la similitude complète des figures 31 et 32.

[Fig. 30]. [Fig. 31]. [Fig. 32].



ML, ſemidiametrum vero circelli aberrationis LN. Primo itaque oſtendendum eſt aberrationem ED ad ML rationem habere compoſitam ex ratione quadrati AB ad qu. GH, ſive qu. CB ad qu. KH, et ex ratione KL ad CD.

Eſto lens tertia OP [Fig. 32] ejuſdem quoque generis, cujus foci diſtantia QR ſit aequalis CD, aperturae vero ſemidiameter QP ad foci diſtantiam QR ſe habeat ut HK ad KL. Refractio autem radij extremi in hac lente ſit PST, faciens aberrationem SR, et ſemidiametrum circelli aberrationis RT.

Quia ergo ratio ED ad ML componitur ex rationibus ED ad SR et SR ad ML; quarum ED ad SR eadem quæ quadrati CB ad qu. QP [1]); altera SR ad ML eadem quæ QR ſive CD ad KL [2]); apparet rationem ED ad ML componi ex rationibus quadrati CB ad qu. QP et rectæ CD ad KL. Ratio autem quadrati CB ad qu. QP rurſus compoſita eſt ex rationibus quadrati CB ad qu. KH, et quadrati KH ad qu. QP, ſive quadrati KL ad qu. QR, hoc eſt, ad qu. CD. At ratio CD ad KL eſt eadem quæ quadrati CD ad rectangulum CD, KL. Itaque ratio ED ad ML jam compoſita erit ex rationibus quadrati CB ad qu. KH, et quadrati KL ad qu. CD et quadrati CD ad rectangulum CD, KL: quæ duæ poſteriores rationes æquantur rationi quadrati KL ad rectang. CD, KL, ſive rationi KL ad CD. Ergo ratio ED ad ML componitur ex ratione quadrati CB ad qu. KH et ex ea quam habet KL ad CD, quod erat primum.

Nunc alterum quoque oſtendemus nimirum rationem DF ad LN componi ex ratione cubi CB ad cubum KH et ex ratione quadrati KL ad qu. CD.

Quia enim DF ad LN rationem habet compoſitam ex rationibus DF ad DE et DE ad ML et ML ad LN, quarum prior DF ad DE eadem eſt quæ CB ad CE ſive CD, (nam exigua differentia ED hìc nullius momenti eſt,) poſterior vero ML ad LN eadem quæ MK ſeu LK ad KH. Componitur igitur ratio DF ad NL ex rationibus CB ad CD, et KL ad KH et ED ad ML. Harum vero priores duæ conſtituunt rationem rectanguli BC, KL ad rectang. CD, KH, hoc eſt eandem compoſitæ ex rationibus CB ad KH, et KL ad CD. Itaque ratio FD ad NL compoſita eſt ex rationibus CB ad KH, et ED ad ML et KL ad CD. Demonſtratum vero fuit rationem ED ad ML componi ex rationibus quadrati CB ad qu. KH et ex ratione KL ad CD. Ergo FD ad NL componetur jam ex rationibus CB ad KH et quadrati CB ad qu. KH; quæ ſimul efficiunt rationem cubi CB ad cubum KH; et ex ratione KL ad CD duplicata. Patet itaque rationem FD ad NL componi ex ratione cubi CB ad cubum KH et quadrati KL ad qu. CD. quod erat alterum eorum quæ demonſtrando proponebantur.

Proposition IX.

Compofer à l'aide de lentilles fphériques concaves et convexes des télefcopes plus parfaits que les télescopes ainfi conftruits qu'on connaît jufqu' à ce jour et qui puiffent égaler en perfection ceux qui font compofés de lentilles elliptiques ou hyperboliques [1]).

Dans les télefcopes compofés d'une lentille convexe et d'une lentille concave, il eft néceffaire que les rayons parallèles, c'eft-à-dire, ceux qui proviennent d'un point fort éloigné de l'objet, et qui font réunis en un point unique par la lentille convexe, redeviennent parallèles par la réfraction de la lentille concave et parviennent ainfi à l'oeil. Mais ni la lentille fphérique convexe ne peut raffembler exactement en un point unique les rayons parallèles; ni la lentille concave, en fuppofant qu'ils tendent réellement vers un point unique, ne peut les rendre de nouveau exactement parallèles. On a donc cru jufqu'ici que les furfaces fphériques font, pour ces deux raifons, moins propres à cet ufage: personne ne foupçonnait que le défaut des lentilles convexes pût être corrigé à l'aide des lentilles concaves. Mais nous démontrerons ici que cette correction eft poffible et que, par conféquent, les télefcopes de ce genre peuvent être rendus plus parfaits que ceux qu'on conftruit ordinairement.

Si l'on pouvait également corriger à l'aide d'une lentille oculaire convexe l'aberration de la lentille extérieure (en effet, pour obferver les étoiles il faut néceffairement fe fervir de télefcopes compofés de lentilles convexes parce que ceux-ci embraffent un champ plus large), rien ne ferait plus défirable dans cet art [2]). Mais il eft certain que cette correction mutuelle n'a pas lieu dans le cas d'une combinaifon de deux lentilles convexes. Au contraire, le défaut de la lentille extérieure eft toujours quelque peu augmenté par la lentille oculaire [3]) et il n'y a aucun moyen d'y rémédier.

Mais lorfque la lentille convexe eft combinée avec une lentille concave, la méthode à fuivre fera la fuivante.

---

[1]) Comparez la note 4 de la p. 303.

Propos[itio IX].

Ex lentibus ſphæricis cavis et convexis telescopia componere hactenus cognitis ejus generis meliora, perfectionemque eorum quæ ellipticis hyperbolicisve lentibus conſtant æmulantia [1]).

Cum in teleſcopijs, ex convexa et concava lente compoſitis, requiratur ut radij paralleli, hoc eſt, à puncto longinquo rei viſæ venientes, atque opera convexæ lentis verſus punctum unum contracti, lentis cavæ refractione rurſus paralleli fiant, atque ita ad oculum perveniant; cumque nec lens ſphærica convexa exacte ad punctum unum radios parallelos flectere poſſit; neque cava ut jam ad punctum unum tendant, exactè denuo parallelos efficere, creditum eſt hactenus utraque de cauſa fieri ut ſphæricæ ſuperficies minus aptæ eſſent his uſibus, nemine ſuſpicante vitium convexarum lentium lentibus cavis tolli poſſe. Hoc autem fieri licere, eoque teleſcopia hujus generis præſtantiora quam ſolita ſint conſtrui, hic oſtendere pergemus.

Quod ſi perinde convexa lente oculo admota aberratio lentis exterioris corrigi poſſet (ad ſidera enim ſpectanda ex convexis lentibus teleſcopia componi neceſſe eſt quo amplius ſpatium intercipiant), nihil in hac arte foret optabilius [2]). Sed certum eſt in convexis inter se compoſitis emendationem illam mutuam non reperiri. Imo contra, vitium exterioris lentis a lente oculari augetur ſemper nonnihil [3]) neque id ulla ratione impediri poteſt.

In compoſitione autem convexæ lentis cum cava hæc erit methodus.

---

[2]) Voici de cette phrase une leçon plus primitive, qui fut biſſée et remplacée par celle du texte avant que la copie de Niquet fut prise (en 1667 probablement): „Quod ſi convexa lente oculo admota aberratio lentis exterioris ſimiliter corrigi poſſet, nihil in hac arte foret optabilius. Ad ſidera enim ſpectanda ex convexis lentibus teleſcopia componi neceſſe eſt quum longa eſſe debeant multæque multiplicationis; nam in his ſi cava lens a parte oculi adhibeatur, tam exiguum ſpatium viſu comprehenditur ut difficile ſit ſtellas invenire, et inventæ ſubito ob coeli motum diffugiant."

[3]) Comparez la p. 341 qui suit.

Suppofons donnée la grande lentille, c'eft-à-dire la lentille extérieure ABCD [Fig. 33] du télefcope, laquelle a une diftance focale DE. Nous fuppofons également donné le groffiffement, c'eft-à-dire le rapport fuivant lequel le télefcope à conftruire doit agrandir les diamètres des objets; foit $b : c$, par exemple 10 : 1, ce rapport. Divifons la droite DE en F de telle manière que DE foit à EF comme b eft à c, ou dans le cas confidéré comme 10 eft à 1. Il eft connu que la lentille concave doit être placée au point F pour que le groffiffement requis ait lieu *; il faut bien entendu que le point de difperfion de cette lentille pour des rayons parallèles venant du côté E foit le point E. Mais comme les furfaces de la lentille ABCD font données, l'aberration propre à cette lentille fera également donnée, c'eft-à-dire, le rapport de l'aberration du rayon extrême à l'épaiffeur de la lentille; foit $f : g$ ce rapport. Par exemple fi la lentille ABCD eft de la meilleure forme telle que nous l'avons définie précédemment [2]), le rapport $f : g$ fera égal à 15 : 14, vu que l'aberration due à une lentille de ce genre eft égale à $\frac{15}{14}$ fois fon épaiffeur. Prenons un nombre tel que c foit à b (ici 1 : 10) comme $\frac{f}{g}$ (ici $\frac{15}{14}$) eft à ce nombre; ce nombre fera $\frac{bf}{cg}$ (ici $\frac{150}{14}$ ou $\frac{75}{7}$). Il faut alors trouver une lentille concave à placer au point F, ayant FE comme diftance du point de difperfion et dont l'aberration du rayon parallèle à l'axe venant du côté E foit égale au produit de fon épaiffeur par le nombre $\frac{bf}{cg}$, c'eft-à-dire dans le cas confidéré, à $\frac{75}{7}$ fois fon épaiffeur. Cette lentille pourra être biconcave fi la fraction $\frac{bf}{cg}$ eft inférieure à $\frac{9}{2}$ [3]); mais fi cette fraction eft plus grande, comme dans le cas confidéré, il faut prendre une lentille convexo-concave et la meilleure fera celle dont la furface convexe doit être tournée du côté de l'oeil [4]), vu qu' alors elle

* Prop. V, Part. I, Liv. II [1]).

[1]) Voir la p. 193 du Tome présent.

[2]) Voir la p. 291 en bas.

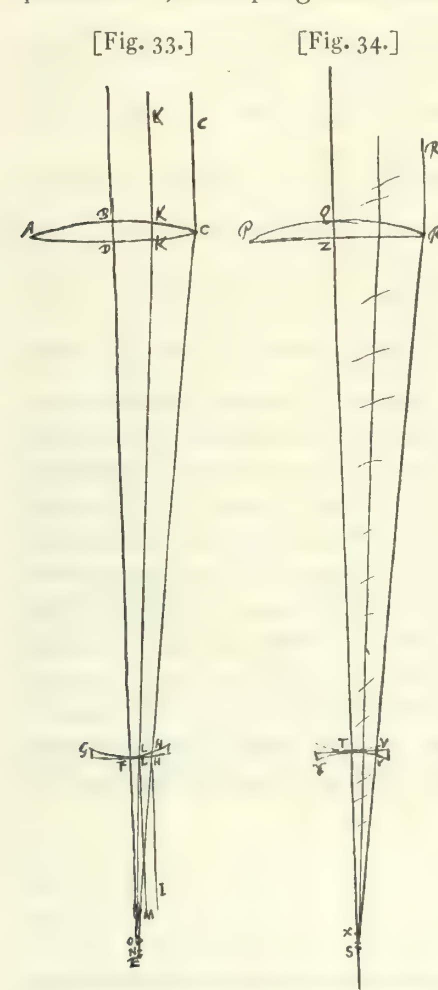
[3]) Puisqu'alors l'aberration se trouve être plus petite que celle d'une lentille planconcave, recevant les rayons sur le côté plan (voir la p. 297) et qu'elle est nécessairement plus grande que celle d'une lentille de la meilleure forme, attendu que $b : c$ surpasse toujours l'unité et que $f : g$ est égal ou supérieur à l'aberration d'une telle lentille.

[4]) La leçon primitive donnait au lieu des quatre derniers mots: „radijs parallelis obverfa est." Or, cette leçon primitive ne fut pas biffée, mais les mots du texte furent écrites au-dessus comme constituant une leçon alternative. Et, en effet, les deux leçons indiquent la

Data ſit lens teleſcopij magna ſive exterior ABCD [Fig. 33], foci diſtantiam habens DE. ac data præterea ratio multiplicationis, hoc eſt, ſecundum quam res viſas teleſcopio conſtruendo augeri cupimus ſecundum diametrum; quæ ſit ea quæ *b* ad *c*, exempli gratia 10 ad 1. Diviſa igitur DE in F, ut ſit ſicut *b* ad *c*, vel hîc, 10 ad 1, ita DE ad EF; conſtat lentem cavam ad F conſtituendam fore, ut fiat dicta multiplicatio *. cujus nimirum lentis punctum diſperſus radiorum parallelorum a parte E venientium ſit in E. Quoniam vero et ſuperficies lentis ABCD datæ ſunt, dabitur et Aberratio ejus, hoc eſt, ratio quam habet aberratio radij extremi ad lentis craſſitudinem, quæ ſit ea quæ *f* ad *g*. Ex. gr. ſi lens ABCD ponatur omnium optima, quam in præcedentibus definivimus [2]), erit ratio *f* ad *g* ea quæ 15 ad 14, quia aberratio lentis ejuſmodi eſt $\frac{15}{14}$ ſuæ craſſitudinis. Jam ſicut *c* ad *b*, (hîc 1 ad 10) ita ſit $\frac{f}{g}$ (hic $\frac{15}{14}$) ad alium numerum qui erit $\frac{bf}{cg}$ (hic $\frac{150}{14}$ ſive $\frac{75}{7}$). Inveniaturque lens cava ad F conſtituenda, ac puncti diſperſus diſtantiam habens FE, cujus aberratio radij axi paralleli à parte E venientis æquetur craſſitudini ſuæ ductæ in numerum $\frac{bf}{cg}$; hoc eſt, in hoc exemplo, cujus aberratio ſit $\frac{75}{7}$ ſuæ craſſitudinis. Quæ quidem lens poterit utrinque cava eſſe, ſi $\frac{bf}{cg}$ ſit minus quam $\frac{9}{2}$ [3]); ſi vero majus, ut hic, quærenda eſt cavoconvexa, meliorque erit cujus ſuperficies convexa ad oculum convertenda erit [4]), quia minus cavam ſuperficiem quam altera requi-

* [Prop. V, Part. I, Lib. II.] [1])

[Fig. 33.] [Fig. 34.]



même position de la lentille puisque les rayons parallèles de la leçon primitive sont ceux qui, sortant de la lentille, vont pénétrer dans l'oeil.

exige une ſurface moins concave que dans l'autre cas [1]). Si donc nous appelons a le rayon de courbure de la ſurface convexe de la lentille cherchée, d la diſtance EF du point de diſperſion, et q l'épaiſſeur de la lentille, l'aberration du rayon extrême eſt donnée d'après la règle énoncée plus haut [2]) par l'expreſſion $\frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$. Il faut donc que cette expreſſion ſoit égale à $\frac{bf}{cg}q$, et dans le cas conſidéré à $\frac{75}{7}q$. Cette équation permet de trouver a, le rayon de la ſurface convexe, lequel aura ici à-peu-près la valeur $\frac{86}{100}d$ [3]). Mais lorſque le rayon a eſt connu, on trouvera auſſi n, le rayon de la ſurface concave, attendu que, comme nous l'avons dit plus haut [4]), $n = \frac{ad}{2a + d}$. Ici l'on aura $n = \frac{86}{272}d$ ou $\frac{32}{100}d$. Suppoſons donc la lentille GH [Fig. 33] conſtruite avec les rayons trouvés de la ſurface convexe et de la ſurface concave. Je dis qu'un rayon quelconque parallèle à l'axe, tel que CC et KK, qui tombe ſur la lentille AC, ſortira de nouveau parallèlement à l'axe après avoir traverſé cette lentille-là et enſuite la lentille GH. En effet [5]), pour démontrer ce théorème d'abord pour le rayon extrême CC, ſuppoſons que celui-ci après avoir traverſé la lentille AC ſe meuve ſuivant la droite CO, qui coupe la lentille GH au point H, par lequel nous tirons la droite HI parallèle à l'axe. Conſidérons enſuite une autre lentille PQR [Fig. 34], qui ſoit planconvexe et dont la diſtance focale ZS et la largeur ſoient les mêmes que pour la lentille AC. Prenons ST = EF et plaçons au point T une lentille planconcave YTV, ayant le point de diſperſion en S. Soit, pour la lentille PQR, RR le rayon extrême parallèle à l'axe, lequel après avoir été réfracté par la lentille ſe meuve ſuivant la droite RX qui coupe la lentille YTV au point V.

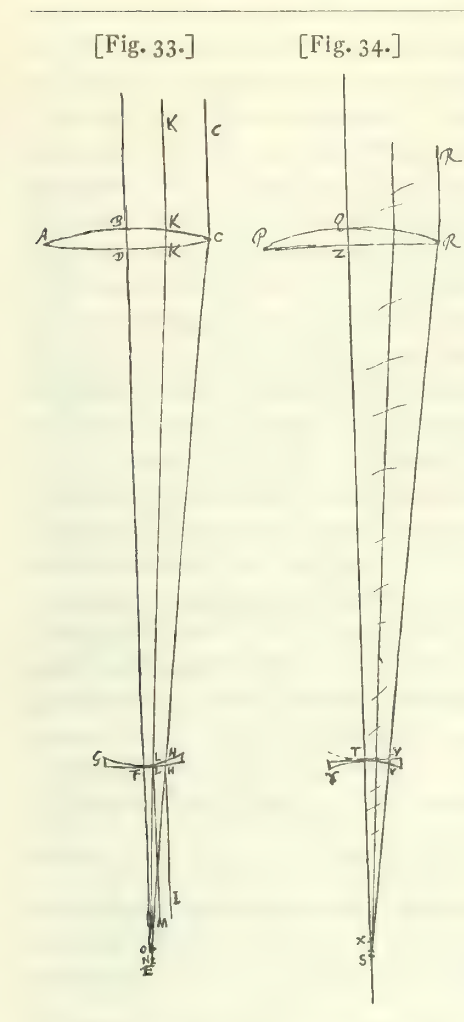
---

[1]) En effet, il s'agit ici de choisir des deux positions possibles de la lentille celle pour laquelle son aberration pour des rayons parallèles, arrivant du côté de l'oeil, est la plus grande, puisqu' ainsi l'aberration désirée, qui doit compenser celle de l'objectif, peut être obtenue avec une moindre déviation de la forme planconcave.

[2]) Voir la p. 307 du Tome présent.

[3]) Il s'agit de la résolution de l'équation quadratique $261\,a^2 - 168\,ad - 49\,d^2 = 0$. Pour l'une des racines on trouve, en effet, $a = 0{,}861\,.d$; pour l'autre $a = -0{,}218\,.d$. De cette dernière il résulte $n = -0{,}386\,.d$. Elle se rapporte donc à une lentille convexo-concave dont la surface concave, plus courbée que celle de la lentille choisie par Huygens, est tournée vers l'oeil.

[4]) Voir la p. 305.



[Fig. 33.] [Fig. 34.]

rit [1]). Quia igitur, positâ semidiametro convexæ superficiei lentis quæsitæ ∞ a et puncti dispersus distantia EF ∞ d; crassitudine vero lentis ∞ q; fit secundum regulam supra traditam [2]) aberratio radij extremi ∞ ∞ $\frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$, oportet proinde hanc æquari $\frac{bf}{cg}q$, et in hoc exemplo $\frac{75}{7}q$. Ex qua æquatione invenietur a semidiameter superficiei convexæ; quæ hic erit proximè $\frac{86}{100}d$ [3]). data autem a invenietur et n semidiameter superficiei cavæ; quia, ut superius dictum est [4]), n ∞ $\frac{ad}{2a+d}$. fietque hic n ∞ $\frac{86}{272}d$, sive $\frac{32}{100}d$. His itaque semidiametris superficiei convexæ et concavæ formata sit lens GH. Dico radium quemvis axi parallelum atque in lentem AC incidentem ut CC et KK, penetrata illa, ac postea lente GH, rursus axi parallelum evadere. Ut enim [5]) de radio CC extremo primùm hoc demonstremus, ponamus eum ex lente AC egressum pergere secundum rectam CO, quæ secet lentem GH in H, unde agatur HI axi parallela. Sit deinde lens alia planoconvexa PQR [Fig. 34], cujus foci distantia, ZS, atque etiam latitudo, eadem sit quæ lentis AC. Et sumta ST æquali EF, ponatur in T lens planoconcava YTV, punctum dispersus habens S. Sitque in lente PQR radius extremus axi parallelus RR, qui ab ea fractus incedat secundum rectam RX secantem lentem YTV in V.

---

[5]) À propos de la démonstration assez longue qui va suivre Huygens, à une époque inconnue, annota en marge: „P. S. non videtur tota hac demonstratione opus esse, cum ex dictis in constructione omnia appareant."

Voici, en effet, de quelle manière il nous semble que la formule $27a^2 + 24ad + 7d^2 = \frac{6bf}{cg}a^2$, qui résume le résultat de cette démonstration, aurait pu être obtenue sans l'arti-

[Fig. 33.] [Fig. 34.]

Comme donc la diſtance focale ZS eſt égale au diamètre de la ſurface PQR [1]), et la diſtance TS du point de diſperſion au diamètre de la ſurface concave YTV [2]); comme en outre ZS : ST = RZ : VT (car les points X et S ſont ſi peu éloignés l'un de l'autre que le rapport ZS : ST peut ici être eſtimé égal au rapport ZX : XT), les arcs de cercle QR et TV ſeront ſemblables; et, par conſéquent, le rapport de l'épaiſſeur QZ à celle de la lentille concave au point V ſera égal à ZS : : ST. Or, l'épaiſſeur BD de la lentille AC eſt égale à l'épaiſſeur QZ de la lentille PR, à cauſe de l'égalité des diſtances focales et des largeurs des deux lentilles *, et pour la même raiſon l'épaiſſeur de la lentille concave GH au point H ſera égale à celle de la lentille YV au point V. Par conſéquent, l'épaiſſeur BD ſera auſſi à l'épaiſſeur de la lentille GH au point H comme ZS eſt à ST, ou comme DE eſt à EF, c'eſt-à-dire comme b eſt à c. Si l'on poſe DB = e, l'épaiſſeur de la lentille GH au point H ſera donc égale à $\frac{ce}{b}$; mais l'aberration du rayon IH, réfracté par la lentille GH et prolongé en ſens inverſe, eſt égale, d'après la conſtruction, à l'épaiſſeur de la lentille au point H multipliée par l'expreſſion $\frac{bf}{cg}$. Cette aberration ſera donc égale au produit de $\frac{ce}{b}$ par $\frac{bf}{cg}$, c'eſt-à-dire, à $\frac{ef}{g}$. Mais comme l'épaiſſeur DB eſt e et que cette épaiſſeur eſt à l'aberration du rayon extrême due à la lentille AC comme g eſt à f, on voit que cette aberration-là eſt également exprimée par $\frac{fe}{g}$. Attendu que l'aberration du rayon IH eſt donc égale à celle de ce rayon extrême et que par conſéquent le rayon réfracté provenant du rayon conſidéré correſpond au point O, lorſqu' on le prolonge en ſens inverſe, il s'enſuit que le

* Prop. III [3]).

fice, d'ailleurs très ingénieux, employé par Huygens en introduisant le système de lentilles de la fig. 34.

Soient donc, à cet effet, e_1 = BD l'épaisseur de la lentille ABCD, d_1 = AC sa largeur,

Quia ergo foci diſtantia ZS eſt diameter convexitatis PQR [1]), et diſtantia puncti diſperſus TS diameter cavitatis YTV [2]); ſicut autem ZS ad ST ita RZ ad VT; (nam puncta X, S, tam parum diſtant ut ratio ZS ad ST eadem hic quæ ZX ad XT cenſeri poſſit) erunt arcus ſimiles QR, TV; ideoque et craſſitudo QZ ad craſſitudinem lentis cavæ in V ſicut ZS ad ST. Eſt autem craſſitudo lentis AC, nempe BD, æqualis craſſitudini QZ lentis PR, propter focorum diſtantias latitudineſque utriuſque æquales*; eandemque ob rationem lentis cavæ GH craſſitudo in H æqualis craſſitudini lentis YV in V. Erit ergo et craſſitudo BD ad craſſitudinem lentis GH in H ſicut ZS ad ST, ſive ut DE ad EF, hoc eſt ut b ad c. Unde ſi DB dicatur e, erit craſſitudo lentis GH in H æqualis $\frac{ce}{b}$, atqui aberratio radij IH, refracti in lente GH, retroque producti, æqualis eſt, ex conſtructione, craſſitudini ejus quam habet in H, ductæ in $\frac{bf}{cg}$. Ergo hæc aberratio erit id quod ſit ducto $\frac{ce}{b}$ in $\frac{bf}{cg}$, nempe $\frac{ef}{g}$. Sed cum craſſitudo DB ſit e, cumque ipſa ſit ad aberrationem radij extremi in lente AC ut g ad f, patet etiam hanc aberrationem eſſe $\frac{fe}{g}$. Cum igitur huic æqualis ſit aberratio radij IH, ac proinde refractio ejus retro producta pertineat ad punctum O; ſequitur et radium CH ad O tendentem ita

*[Prop. III.] [3])

$e_2 = $ HH l'épaisseur et $d_2 = 2$FH la largeur de la partie effective de la lentille GFH, f_1 et f_2 les distances focales de ces lentilles ($f_1 : f_2 = b : c$), $\alpha_1 e_1$ et $\alpha_2 e_2$ les aberrations des rayons CC et IH ($\alpha_1 = f : g$); alors, si E est le foyer commun des deux lentillis, il faut qu' on ait $\alpha_2 e_2 = \text{EO} = \alpha_1 e_1$ pour que le rayon extrême CC, dirigé vers O après sa réfraction par la lentille ABCD, redevienne parallèle à l'axe optique après la réfaction par la lentille GFH. On a donc $\alpha_2 = \frac{fe_1}{ge_2}$; mais, d'après un théorème qui se déduit facilement de le dernière remarque de la note 4, p. 277, et qu'on s'étonne un peu de ne pas trouver parmi les propositions énoncées par Huygens, on doit avoir $\frac{e_1}{e_2} = \frac{f_2}{f_1} \cdot \frac{d_1^2}{d_2^2}$. Or, dans le cas de la figure 33 on a $d_1 : d_2 = \text{BC} : \text{FH} = \text{BO} : \text{FO} = f_1 : f_2$. Il en résulte: $\alpha_2 = \frac{f}{g} \cdot \frac{f_1}{f_2} = \frac{fb}{gc}$; ce qui amène dans les notations de Huygens:

$$27a^2 + 24ad + 7d^2 = \frac{6bf}{cg} a^2.$$

[1]) D'après la Prop. XIV, Liv. I, Part. I; voir la p, 83 du Tome présent.
[2]) D'après la Prop. XV, Liv. I, Part. I; voir la p. 85.
[3]) Voir la p. 277.

rayon CH qui se dirigeait vers le point O est réfracté de telle manière par la lentille concave au point H qu'il se meut ensuite suivant la droite HI parallèle à l'axe.

Or, la même chose peut maintenant aisément être démontrée pour un rayon quelconque plus rapproché de l'axe, tel que KK. Supposons que ce rayon, après avoir été réfracté par la lentille AC, se meuve suivant la droite KN qui coupe la lentille GH au point L et rencontre l'axe au point N, et soit LM une droite parallèle à l'axe. Comme la distance du point H à l'axe est alors à la distance de L comme la distance de C est à la distance de K, les carrés des distances nommées seront aussi dans les mêmes rapports. Or, comme le carré de la distance de C est au carré de la distance de K, ainsi est l'aberration OE du rayon CC à l'aberration NE du rayon KK *. Et comme le carré de la distance de H est au carré de la distance de L, ainsi est l'aberration du rayon IH, réfracté par la lentille GH, aberration égale à OE d'après ce qui a été démontré, à l'aberration du rayon ML. Par conséquent, l'aberration du rayon ML, elle aussi, sera égale à l'aberration NE. Il en résulte que comme le rayon réfracté provenant du rayon ML correspond au point N lorsqu'on le prolonge en sens inverse, le rayon KL qui se dirige vers le point N doit réciproquement être réfracté selon LM; en d'autres termes, ce rayon réfracté se mouvra parallèlement à l'axe, ce qu'il fallait démontrer.

* Prop. VII [1]).

Nous avons trouvé par le calcul, d'après la méthode décrite, les rayons des surfaces contenus dans le tableau suivant; ce sont ces valeurs qu'il faut donner aux rayons de courbure des deux surfaces de la lentille convexo-concave pour obtenir quelques télescopes parfaits de cette espèce. La plus grande des deux lentilles y est supposée planconvexe, avec la surface sphérique tournée vers l'extérieur, parce qu'une lentille de ce genre est plus facile à construire que la lentille de la meilleure forme décrite plus haut possédant un rayon 6 fois plus grand que l'autre [2]), et que son aberration peut être corrigée par une lentille concave tout aussi bien que celle de la lentille de la meilleure forme [3]).

[1]) Voir la p. 307.

[2]) Voir les pp. 289 et 291.

[3]) Dans le cas de la table qui suit, on a donc $\frac{f}{g} = \frac{7}{6}$ (voir la p. 285). Posant ensuite γ pour le grossissement, on arrive aux formules:

$$\frac{27a^2 + 24ad + 7d^2}{6a^2} = \frac{7}{6}\gamma, \quad n = \frac{ad}{2a + d},$$

où d représente la distance focale de l'oculaire, laquelle est égale à la $\gamma^{\text{ième}}$ partie de celle de

frangi à lente cava in H ut inde feratur ſecundum rectam HI axi parallelam.

Idem vero et de radio quolibet axi propiore ut KK facile nunc oſtendetur. Pergat enim hic, poſt refractionem in lente AC, ſecundum rectam KN quæ ſecet lentem GH in L, et conveniat cum axe in N, et ſit LM axi parallela. Cum ergo diſtantia puncti H ab axe ſit ad diſtantiam L ut diſtantia C ad diſtantiam K erunt et quadrata earum diſtantiarum in eadem ratione. Sicut autem quadr. diſtantiæ C ad quadr. diſtantiæ K ita eſt aberratio radij CC quæ eſt OE ad aberrationem radij KK, quæ eſt NE *. Et ſicut quadr. diſtantiæ H ad quadr. diſtantiæ L ita eſt aber- * [Prop. VII.] [2])
ratio radij IH, fracti in lente GH, quæ aberratio ipſi OE æqualis oſtenſa eſt, ad aberrationem radij ML. Itaque aberratio radij ML æqualis quoque erit ipſi NE. Quare cum refractio radij ML retro producta pertineat ad punctum N, etiam radius KL tendens ad N flectetur ſecundum LM, hoc eſt, axi parallelus feretur, quod erat oſtendendum.

Secundum hæc inſtituto calculo invenimus ſemidiametros ſuperficierum, ſequenti tabella comprehenſas, quibus utrumque latus lentis cavoconvexæ formari debeat, ad perfecta aliquot hujuſmodi teleſcopia. Ponitur autem in his lens major planoconvexa, ſuperficie ſphærica extrorſum verſa, quod parabilior ſit hæc lens quam optima illa ſuperius deſcripta rationis ſexcuplæ [2]), aberratioque ejus lente cava æque ut in altera corrigatur [3]).

---

l'objectif, a le rayon de courbure de la surface convexe de l'oculaire, n celui de sa surface concave. Il s'agit donc chaque fois de calculer en premier lieu la racine positive de l'équation:

$$(7\gamma - 27)\,a^2 - 24ad - 7d^2 = 0,$$

la racine négative correspondant à un oculaire dont la surface concave devrait être tournée vers l'oeil. Ainsi dans le second cas de la liste on a $\gamma = 9$ et l'équation $36a^2 - 24ad - 7d^2 = 0$ donne $a = \frac{1}{3}d + \frac{1}{6}d\sqrt{11}$, ou bien, pour $d = \frac{8}{9}$, $a = 0{,}7876\ldots$; ensuite on trouve $n = 0{,}2841\ldots$ Notons, en passant, que le premier exemple de la liste est calculé fautivement.

D'ailleurs pour montrer tout de suite par un exemple la grandeur de la courbure qu'on doit donner aux surfaces de l'oculaire pour obtenir la compensation désirée, nous reproduisons ici une petite figure empruntée au manuscrit dont il sera question dans la note 1 de la p. 355. Elle y est accompagnée de l'annotation suivante: „talis circiter lens ad augmentum 25cuplum in telescopio 3 pedum 7 poll. habet punctum dispersus ad 2 pollices."

	Diſtance focale de la grande lentille (qui eſt planconvexe).	Groſſiſſement du téleſcope ſuivant le diamètre.	Rayon de la ſurface convexe de la lentille oculaire en parties de pouces.	Rayon de la ſurface concave de la lentille oculaire en parties de pouces.
pouces	4	5	$\frac{1564}{1000}$ [1]	$\frac{318}{1000}$ [2]
	8	9	$\frac{788}{1000}$	$\frac{284}{1000}$
pieds	1	12	$\frac{619}{1000}$	$\frac{277}{1000}$
	$1\frac{1}{2}$	16	$\frac{519}{1000}$	$\frac{270}{1000}$
	2	20	$\frac{452}{1000}$	$\frac{258}{1000}$
	$2\frac{1}{2}$	24	$\frac{404}{1000}$	$\frac{245}{1000}$
	3	27	$\frac{393}{1000}$	$\frac{247}{1000}$
	$3\frac{1}{2}$	30	$\frac{380}{1000}$	$\frac{246}{1000}$
	4	34	$\frac{350}{1000}$	$\frac{238}{1000}$
	5	40	$\frac{331}{1000}$	$\frac{230}{1000}$
	6	46	$\frac{313}{1000}$	$\frac{224}{1000}$
	8	58	$\frac{283}{1000}$	$\frac{219}{1000}$
	10	68	$\frac{272}{1000}$	$\frac{208}{1000}$
	12	78	$\frac{261}{1000}$	$\frac{204}{1000}$
	12	100	$\frac{175}{1000}$	$\frac{141}{1000}$

L'uſage du tableau eſt manifeſte. Si j'ai par exemple une lentille planconvexe poſſédant une diſtance focale de 3 pieds et que je déſire conſtruire avec cette lentille un téleſcope qui groſſit les diamètres des objets dans le rapport de 1 à 27, le tableau m'apprend qu'il faut prendre le rayon de la ſurface convexe de la lentille oculaire égal à $\frac{393}{1000}$ ou $\frac{2}{5}$ pouce à peu près et le rayon de la ſurface concave de cette même lentille à $\frac{247}{1000}$ ou $\frac{1}{4}$ pouce environ.

Mais ſi avec cette même lentille convexe de 3 pieds je déſire conſtruire un téleſcope qui groſſit 40 fois le diamètre des objets et trouver la lentille concave néceſſaire à ce but, il faut, puiſque le tableau indique ce groſſiſſement pour un téleſcope de 5 pieds dont les rayons de la lentille concave ſont $\frac{331}{1000}$ et $\frac{230}{1000}$, prendre un

Foci diſtantia lentis majoris plano-convexæ.		Multiplicatio Teleſcopij ſecundum diametrum.	Semidiam. ſuperficiei convexæ lentis ocularis in partibus pollicum.	Semidiam. ſuperficiei cavæ lentis ocularis in partibus poll.
pollices	4	5	$\frac{1564}{1000}$ [1]	$\frac{318}{1000}$ [2]
	8	9	$\frac{788}{1000}$	$\frac{284}{1000}$
pedes	1	12	$\frac{619}{1000}$	$\frac{277}{1000}$
	$1\frac{1}{2}$	16	$\frac{519}{1000}$	$\frac{270}{1000}$
	2	20	$\frac{452}{1000}$	$\frac{258}{1000}$
	$2\frac{1}{2}$	24	$\frac{404}{1000}$	$\frac{245}{1000}$
	3	27	$\frac{393}{1000}$	$\frac{247}{1000}$
	$3\frac{1}{2}$	30	$\frac{380}{1000}$	$\frac{246}{1000}$
	4	34	$\frac{350}{1000}$	$\frac{238}{1000}$
	5	40	$\frac{331}{1000}$	$\frac{230}{1000}$
	6	46	$\frac{313}{1000}$	$\frac{224}{1000}$
	8	58	$\frac{283}{1000}$	$\frac{219}{1000}$
	10	68	$\frac{272}{1000}$	$\frac{208}{1000}$
	12	78	$\frac{261}{1000}$	$\frac{204}{1000}$
	12	100	$\frac{175}{1000}$	$\frac{141}{1000}$

Uſus tabellæ manifeſtus eſt; ut ſi habeam lentem planoconvexam cujus foci diſtantia 3 pedum, cupiamque ex ea teleſcopium adaptare quod 27^{ties} res viſas ſecundum diametrum multiplicet; docet tabella ſemidiametrum ſuperficiei convexæ lentis ocularis debere ſumi $\frac{393}{1000}$ ſive $\frac{2}{5}$ proxime unius pollicis; ſemidiametrum vero ſuperficiei cavæ ejuſdem lentis, $\frac{247}{1000}$ ſive proxime $\frac{1}{4}$ pollicis.

Quod ſi vero eadem lente convexa 3 pedum teleſcopium parare velim cujus multiplicatio ſit quadragecupla, lentemque cavam reperire quæ ad hoc requiritur, quoniam tabella hanc multiplicationem dat teleſcopio pedum 5, cujus cavæ lentis ſemidiametri ſunt $\frac{331}{1000}$, $\frac{230}{1000}$, oportet facere ut longitudo pedum 5 ad longit.

[1]) Lisez $\frac{2614}{1000}$. [2]) Lisez $\frac{347}{1000}$.

nombre tel que la longueur de 5 pieds soit à la longueur de 3 pieds comme la fraction $\frac{331}{1000}$ est à ce nombre. On trouve ainsi le nombre $\frac{199}{1000}$ qui représente le rayon de la surface convexe de la lentille oculaire cherchée. En prenant de nouveau un nombre tel que 5 est à 3 comme $\frac{230}{1000}$ est à ce nombre-là, on trouve le nombre $\frac{138}{1000}$. Il représente le rayon de la surface concave.

Il est suffisamment clair d'après ce qui a été dit plus haut qu'il faut tourner du côté de l'oeil la surface convexe de la lentille oculaire. Il faut avoir soin de placer les axes des deux lentilles exactement sur la même droite et d'amener la pupille de l'oeil au centre de la lentille concave. Pour pouvoir le faire plus facilement, on doit couvrir le reste de la lentille et laisser au centre une ouverture de la grandeur de la pupille ou même un peu plus petite. Car quoique le champ visuel du télescope devienne moins étendu de cette façon, sa clarté ne sera diminuée en aucune façon, attendu que le cône des rayons à l'endroit où se trouve la lentille oculaire est réduit déjà à un si petit diamètre que souvent il ne remplit ni la moitié, ni même le tiers, de la largeur de la pupille, comme on le voit aisément par le calcul. Si, par exemple, dans le télescope de 12 pieds qui donne un grossissement centuple, l'ouverture de la plus grande des deux lentilles est de 3 pouces, ce qui suffit amplement, comme nous l'expliquerons plus loin [1]), la largeur du cône lumineux là où il coupe la lentille oculaire sera seulement la centième partie de 3 pouces, c'est-à-dire, les $\frac{3}{100}$ d'un seul pouce, largeur inférieure au tiers d'une pupille médiocrement ouverte.

L'utilité des lunettes de ce genre, l'avantage qu'elles ont sur celles qu'on a construit ordinairement jusqu' à ce jour à l'aide de lentilles convexes et concaves sera d'abord celui-ci qu'ils rendront la vision plus nette, attendu qu'ils envoient parallèlement à l'oeil les rayons issus des différents points de l'objet, à-peu-près comme le feraient des verres de forme elliptique ou hyperbolique [2]); mais surtout que, sans être plus longs que les télescopes ordinaires, ils pourront grossir beaucoup plus les objets, vu que leurs lentilles extérieures souffriront une ouverture plus grande que celles des télescopes ordinaires parce que l'aberration de cette lentille due à la propriété de la figure sphérique est corrigée par la lentille oculaire. Mais il faut savoir surtout que, pour atteindre ce but, il est indispensable que les surfaces de la plus grande lentille, aussi bien que celles de la lentille oculaire, soient parfaitement sphériques. Or, il y a raison de croire que même les surfaces qu'on pense être travaillées avec la plus grande perfection, en sont en réalité bien éloignées, comme nous le ferons voir après plus explicitement [3]); de sorte qu' à mon avis il faut avec un nouveau zèle et en se servant de nouveaux instruments, s'appliquer à la construction des lentilles, si nous désirons obtenir des résultats supérieurs à ceux de nos prédécesseurs et faire en sorte que les effets s'accordent avec les démonstrations [4]).

pedum 3, ita $\frac{331}{1000}$ ad aliud, nempe $\frac{199}{1000}$, quæ erit ſemidiameter ſuperficiei convexæ lentis ocularis quæſitæ, ac rurſus ut 5 ad 3 ita $\frac{230}{1000}$ ad aliud, nempe $\frac{138}{1000}$, quæ erit ſemid. ſuperficiei cavæ.

Porro convexam lentis ocularis ſuperficiem ad oculum obvertendam ex jam dictis ſatis patet. cura autem adhibenda eſt ut axes utriuſque lentis in eandem exacte lineam diſponantur, atque oculi pupilla ad punctum medium cavæ admoveatur, quod quo facilius fiat, tegendæ ſunt reliquæ partes lentis, ac foramen in medio relinquendum ad pupillæ magnitudinem, vel etiam minus aliquanto. Nam licet hoc modo anguſtius fiat ſpatium quod conſpectu teleſcopij comprehenditur, claritati tamen nihil decedet, quoniam conus radiorum, eo loco ubi lens ocularis conſiſtit, adeo jam in arctum contrahitur ut nec dimidiam nec ſæpe tertiam partem pupillæ latitudinis æquet, ut calculo facile deprehenditur. Si enim ex. gr. in teleſcopio 12 pedum, cujus multiplicatio centupla, apertura lentis majoris ſit 3 pollicum, quæ abunde ſufficit, ut inſequentibus dicetur [1]), hic jam latitudo coni radioſi, quo loco lenti oculari occurrit, centeſima tantum pars eſt pollicum trium, id eſt, $\frac{3}{100}$ pollicis unius, quæ latitudo minor eſt parte tertia pupillæ mediocriter apertæ.

Utilitas autem ac præſtantia hujuſmodi perſpicillorum, præ ijs quæ huc uſque ex convexis et cavis lentibus fieri conſuerunt, hæc primum erit, quod diſtinctiorem viſionem efficient, quoniam radios à ſingulis rei viſæ punctis manantes parallelos ad oculum mittunt, ſicuti fere figuræ ellipticæ aut hyperbolicæ vitra [2]); præcipua vero quod, longitudine vulgaribus æqualia, longe magis res viſas multiplicare poterunt, eo quod in lente exteriori ſolito majorem aperturam ferent, quum aberratio ejus lentis a figuræ ſphæricæ proprietate profecta, lente oculari corrigatur. Sed ad hæc requiri omnino ſciendum ut tam majoris quam ocularis lentis ſuperficies perfectam ſphæricæ convexitatis figuram accipiant, a qua multum abeſſe, etiam illas quæ exquiſitiſſime elaboratæ creduntur, putandum eſt, ut poſtea pluribus docebitur [3]). adeo ut nova induſtria noviſque machinationibus hac in re incumbendum exiſtimem, ſi quid præteritis majus conſequi cupimus, atque efficere ut cum demonſtrationibus effectus conſentiant [4]).

[1]) Voir la p. 335 qui suit, où il est dit qu'une ouverture de $2\frac{1}{3}$ pouces suffit pour un grossissement de 125 fois.

[2]) Voir le „Discours Huictiesme" de la Dioptrique de Descartes, p. 165—196 du T. VI de l'édition d'Adam et Tannery des „Œuvres de Descartes".

[3]) On n'en trouve rien dans la „Dioptrique".

[4]) Comme il était à présumer, Huygens n'a pas manqué de mettre sa découverte à l'épreuve de la pratique. Toutefois, par des circonstances faciles à deviner, ce ne fut que plus de deux années plus tard que des efforts sérieux furent faits dans cette direction. En effet, en septembre 1665, date de l'invention, il était depuis trois mois (voir la p. 375 du T. V) en possession de l'appel de Louis XIV de venir demeurer à Paris. Il n'y donna suite qu'en avril

Proposition X.

Examiner le degré de clarté qu'on peut obtenir avec des télescopes quelconques.

Le grossissement qu'on obtient avec des télescopes composés de deux lentilles convexes est égal au rapport de la distance focale de la lentille extérieure à celle de la lentille intérieure. Il est donc évident qu'on peut donner à cette lentille intérieure ou oculaire des rayons de courbure si petits que les objets considérés, même avec un télescope de petite longueur, paraissent grossis dans un rapport arbitrairement grand. Il en est de même pour les télescopes composés d'une lentille convexe et d'une lentille concave, attendu que le grossissement est égal au rapport de la distance focale de la lentille extérieure à la distance du point de dispersion de la lentille concave. Il y a pourtant deux raisons pour lesquelles il faut dans l'un et l'autre cas observer une certaine mesure. La première, c'est que, lorsque l'ouverture de la lentille extérieure reste la même, le télescope rend les objets d'autant plus obscurs qu'il les grossit davantage. La seconde, c'est qu'il donne aussi des images de moins en moins distinctes; nous traiterons plus loin de ce sujet [1]). Mais pour comprendre comment il faut évaluer le degré de l'obscurité, il faut faire attention à l'image qui, comme nous l'avons dit souvent [2]), se forme au fond de l'oeil et observer qu'elle est d'autant plus lumineuse qu'un plus grand nombre et d'autant plus obscure qu'un plus petit nombre de rayons, issus de l'objet, arrivent à l'oeil pour la former. Par exemple, si je regarde d'abord un objet à l'oeil nu et que je considère ensuite le même objet à travers une ouverture placée fort près de l'oeil et dont le diamètre n'est que la moitié de celui de la pupille et la surface donc quatre fois moindre, l'image formée au fond de l'oeil de l'objet regardé à travers l'ouverture, deviendra aussi quatre fois plus obscure

---

1666; mais, comme il écrivit à Moray (voir la p. 23 du T. VI), depuis plus de six mois il était „tousjours comme sur son depart". Ensuite les préoccupations de son installation et de sa nouvelle position retardèrent, sans doute, le moment où enfin, en avril 1668 (voir la p. 209 du T. VI), il pria son frère Constantin de lui procurer des lentilles oculaires construites sur les mesures qu'on retrouve dans la quatrième entrée de la table de la p. 329, laquelle se rapporte à une lunette d'un pied et demi.

De même, le 11 mai de la même année, il communique (p. 214 du T. VI) à son frère les mesures d'un oculaire pour une lunette de $2\frac{2}{3}$ pieds „comme vous en faites", calculées pour un grossissement de 30; calcul qu'on retrouve, en effet, à la p. 245 du Manuscrit C „Ce composè" lui écrit-il „doibt faire autant que les lentilles hyperboliques.... C'est pourquoi je ne puis pas determiner l'ouverture de l'objectif qui peut estre pourra estre 3 ou 4 fois plus grande qu'a l'ordinaire, mais si nous la pouvons seulement faire double ce sera beaucoup gaignè et la clartè sera assez grande pour la multiplication de 30."

L'essai fait enfin en juin 1668 (p. 220 du T. VI) avec la moitié d'un oculaire des dimensions demandées diminue de beaucoup l'espoir d'un grand succès dont une lettre de quelques jours

[Propositio X.]

Rationem lucis et obſcuritatis in perſpicillis quibuſlibet examinare.

Quandoquidem ratio incrementi ſecundum quam ſpecies rerum augentur in teleſcopijs, quæ duabus convexis lentibus conſtant, eſt ea quæ foci diſtantiæ lentis exterioris ad foci diſtantiam interioris, manifeſtum eſt adeo exigui convexi aſſumi poſſe lentem hanc interiorem ſive ocularem, ut res viſæ, etiam brevi teleſcopio, quantumlibet auctæ appareant. Eodemque modo ſe res habet in his quæ ex convexa et cava lente componuntur, quum ratio incrementi ſit ea quæ foci diſtantiæ lentis exterioris ad diſtantiam puncti diſperſus lentis cavæ. Cur tamen modus utrobique adhibendus ſit duplex cauſa eſt: una, quod manente eadem apertura lentis exterioris, quanto magis teleſcopium res viſas dilatat tanto quoque obſcuriores videri facit. altera quod et minus diſtinctas exhibet, cujus conſideratio ad ſequentia [1]) pertinet. Obſcuritatis autem ratio quomodo eſtimanda ſit ut intelligatur ad picturam illam attendendum eſt quæ in fundo oculi ſæpe fieri diximus [2]), ac tenendum eam tanto lucidiorem aut obſcuriorem contingere quanto plures paucioreſque radij ad eam formandam ex re viſa affluunt. Ut ſi ex. gr. oculo libero primum rem aliquam intuear, deinde vero trans foramen eandem aſpiciam oculo proxime admotum cujus diameter tantum dimidia ſit diametri pupillæ, ac proinde capacitas quadruplo minor. fiet in fundo oculi imago rei trans foramen ſpectatæ

plus tôt (p. 219 du T. VI) témoignait encore. Ce demi oculaire „fait assez bien quand l'ouuerture n'est que de la grandeur ordinaire.... mais en decouvrant tout le verre je vois un peu de couleurs ce qui me fait croire qu'il y a un inconvenient de ce costè la, qui provient de l'angle que font les deux surfaces de l'objectif vers les bords, qui cause necessairement des couleurs, de sorte qu'en faisant des verres hyperboliques l'on trouverait la même chose en les faisant fort grands." Toutefois il prie Constantin d'achever un verre oculaire entier (pp. 221, 222 et 266 du T. VI) et encore en novembre 1668 (p. 299 du T. VI.) il lui envoie les figures de plusieurs oculaires afin de pouvoir examiner à fond l'invention dans laquelle il n'a pas perdu confiance. Ce n'est que le 22 février 1669 qu'il abandonne dans une lettre à son frère Louis (p. 377 du T. VI) tout projet d'essai dans cette direction parce qu'il croit avoir trouvé mieux dans sa nouvelle invention du 1 février, sur laquelle on peut consulter l'Appendice VI, p. 408 du Tome présent; ce qui pourtant ne l'a pas empêché de reprendre encore une fois, vers 1673, la même idée. En effet, on rencontre aux p. 403—404 du Manuscrit D les annotations suivantes, avec les calculs qui y appartiennent: „planoconvexæ foci distantia 6 poll. multiplicatio 20 ad 1. fit semidiam. superficiei convexæ lentis ocularis $1\frac{1}{3}$ lin. Semidiam. vero superficiei cavæ ejusdem lentis $\frac{7}{9}$ lin."; „multiplicatio 12 ad 1. fit semidiam. superficiei convexæ in oculari lente $3\frac{3}{4}$ lin. semidiam. superficiei cavæ ejusdem lentis $1\frac{2}{3}$ lin."

[1]) Comparez les p. 387—388 de l'Appendice III.

[2]) Voir la Prop. XXVI, Part. I, Liv. I, p. 129—135 et ensuite les p. 235—236.

que lorfque je le regardais à l'oeil nu; parce que la quatrième partie feulement des rayons iffus de l'objet traverfent l'ouverture et que ceux-ci doivent illuminer fur la rétine le même efpace qu' auparavant.

Par fuite, fi l'on doit conftruire un télefcope qui groffit dix fois le diamètre des objets et qu'on exige que ce télefcope forme de tous les objets des images auffi lumineufes que celles qu'on obtient fans lui, je dis que le diamètre de l'ouverture de la lentille extérieure devra, lui auffi, être dix fois plus grand que celui de la pupille, même dans le cas où pas la moindre partie des rayons ne ferait détruite par la réflexion due aux lentilles ou par l'opacité du verre. En effet, de même que la furface de l'image formée fur la rétine à l'aide d'un télefcope de ce genre eft cent fois plus grande que celle qui s'y forme lorfqu'on regarde à l'oeil nu, de même auffi l'ouverture de la lentille extérieure devra embraffer cent fois plus de rayons que la pupille de l'oeil, pour que cette grande image ait le même degré de clarté dans toutes fes parties que la petite image avait dans les parties correfpondantes.

Mais il faut favoir qu'une clarté bien plus faible fuffit pour les télefcopes de forte qu'on regarde comme fatisfaifant ceux dont nous nous fervons le jour, fi les images qu'ils donnent n'ont qu'une dixième partie, ou même moins, de la clarté de celles qu'on obtient en regardant à l'oeil nu; tandis que les télefcopes de plus grandes dimenfions que nous n'employons que pour regarder les étoiles, n'exigent qu'une foixantième ou foixante-dixième partie de cette clarté. Je trouve, par exemple, que dans un télefcope de 22 pieds [1]) qui groffit cent vingt cinq fois les diamètres des objets, l'ouverture de la lentille extérieure eft de deux pouces et d'un tiers, c'eft-à-dire quinze fois plus grande environ que la largeur moyenne d'une pupille, tandis qu'elle devrait être cent vingt cinq fois plus grande que cette dernière fi la clarté d'une image produite par ce télefcope devait être égale à celle qu'on obtient en regardant à l'oeil nu. Il s'enfuit que le télefcope confidéré ne reçoit que la foixante-dixième partie de la lumière qui ferait néceffaire pour cela, attendu que les furfaces des cercles dont les diamètres font entre eux comme les nombres 15 et 125, ou 3 et 25, font entre elles à-peu-près dans le rapport 1 : 70. La caufe qui fait que nous nous contentons ici d'une fi petite fraction de la lumière doit être cherchée dans l'éclat extraordinaire des corps céleftes, c'eft-à-dire de la Lune et des autres planètes. Eclairés par les rayons du foleil, ils émettent tant de lumière qu'il en faut beaucoup moins pour les contempler aifément et diftinctement. De la même manière nous voyons qu' aux jours nuageux il refte assez de lumière pour nous faire apercevoir facilement tous les objets, quoique cette quantité de lumière foit fort petite comparée avec celle que nous envoient les rayons du foleil. Il faut favoir d'ailleurs que l'effet obtenu s'explique auffi en partie par cette circonftance que les yeux réagiffent fur une bien plus petite quantité de lumière dans les ténèbres qu'en plein jour et que dans l'obfcurité ils peuvent apercevoir des objets pour lefquels ils font abfolument aveuglés lorfqu'ils viennent d'avoir vu la lumière du jour.

quadruplo etiam obſcurior quam dum libero oculo ſpectabatur; quoniam tantum pars quarta radiorum ab re viſa manantium foramen ingreditur, quibus ſpatium idem quod prius in retina colluſtrari debeat.

Quod ſi jam teleſcopium parandum ſit, decuplo augens viſibilia ſecundum diametrum, ac poſtuletur ut æque clare omnia referat atque cum citra teleſcopium ſpectantur, dico et diametrum aperturæ lentis exterioris decuplam eſſe debere ad pupillæ diametrum, idque etiamſi neque ex reflexione lentium, neque ex vitri opacitate pars ulla radiorum interciperetur. Sicut enim ſuperficies picturæ in retina ejuſmodi teleſcopio centupla exiſtit ejus quæ ſit nudo oculo ſpectanti, ita quoque centuplo plus radiorum apertura lentis exterioris quam pupilla oculi comprehendere debebit ut magna hæc pictura æque illuſtris ſit omnibus ſui partibus ac prius minor illa fuerat.

Sed enim multo minorem claritatem in teleſcopijs ſufficere ſciendum eſt, adeo ut ſatis habere exiſtimentur, quibus interdiu utimur, ſi modo decimam partem aut etiam minorem habeant lucis ejus quam nudus oculus percipit. Majora autem, quibus tantum ſidera ſpectamus, non niſi ſexageſimam aut ſeptuageſimam requirant. Ita namque experior in teleſcopio 22 pedum [1]), quod res viſas centies viceſies quinquies ampliores ſecundum diametrum reddit, aperturam lentis exterioris eſſe duorum pollicum cum triente, hoc eſt, circiter quindecuplo majorem quam ſit mediocris pupillæ latitudo; cum tamen centies vicecies quinquies eam continere debuerit ſi lux eadem teleſcopio atque oculo non armato percipienda ſit. Unde ſequitur tantum ſeptuageſimam circiter partem ejus quæ ad hoc requiritur luminis dicto teleſcopio adeſſe: quia areæ circulorum, quorum diametri ut 15 ad 125, ſive ut 3 ad 25, ſunt fere ut 1 ad 70. Cauſa autem cur tantilla lucis pàrtiuncula hic contenti ſimus, inſignis ille corporum cæleſtium eſt ſplendor, Lunæ nimirum ac reliquorum planetarum. qui cum ſolis radijs illuſtrentur, tam intenſum lumen vibrant ut longe minori opus ſit ad ipſa commode ac diſtinctè contemplanda. quemadmodum et diebus nubilis abunde lucis ſupereſſe videmus ad rerum omnium facilem perceptionem, etſi lux hæc perexigua ſit ad eam comparata quam ſolis radij inferunt. Cæterum aliquid hic etiam conferre ſciendum eſt quod per tenebras multo minori luce oculi quam interdiu moveantur, atque illa conſpicere valeant ad quæ a diei luce recentes prorſus cæcutiunt.

---

[1]) Il s'agit probablement de la lunette avec laquelle les observations sur l'anneau de Saturne furent faites et qu'on trouve décrite dans le „Systema Saturnium" de 1659. D'après cette description elle avait un tube de 23 pieds, une ouverture de $2\frac{1}{3}$ pouces et multipliait 100 fois; mais avec un oculaire d'une autre façon sa lunette de 22 pieds, bien probablement la même, supportait un grossissement de 127 fois, comme Huygens écrivit à son frère Louis le 5 octobre 1662 (voir la p. 243 du T. IV).

Enſuite il eſt évident, d'après ce que nous avons dit juſqu' ici, que dans deux téleſcopes qui doivent donner des images également lumineuſes, le diamètre de l'ouverture de l'un d'eux ſurpaſſera néceſſairement celui de l'autre dans un rapport égal au rapport du groſſiſſement linéaire du premier téleſcope à celui du ſecond.

Si nous voulons, tandis que l'ouverture du téleſcope reſte la même, ſubſtituer à la lentille oculaire une autre qui groſſit deux fois plus, il eſt évident que tous les objets ſeront vus quatre fois plus obſcurs, parce que la même quantité de rayons doit éclairer ſur la rétine un eſpace quatre fois plus grand qu' auparavant. Et de la même manière, l'image ſera toujours obſcurcie dans un rapport égal au carré de celui qui exprime l'augmentation du groſſiſſement. Il ne faut donc pas à la légère remplacer la lentille oculaire par une lentille plus convexe ou plus concave, mais calculer exactement quel agrandiſſement l'ouverture de la lentille extérieure peut ſupporter de manière que le téleſcope ne donne pas en même temps des images moins lumineuſes qu'on ne doive les exiger. Et, en vérité, toute la puiſſance et l'effet d'un téleſcope quelconque dépendent à ce point de la grandeur de ſon ouverture qu'après avoir conſidéré cette dernière on peut, ſi elle eſt petite, dire avec certitude que le téleſcope a peu de puiſſance, quel que ſoit le nombre des autres lentilles et de quelque façon qu'elles ſoient placées à l'intérieur du tube. En effet, pour qu'un groſſiſſement important ſoit obtenu avec une clarté ſuffiſante il eſt néceſſaire que beaucoup de rayons ſoient raſſemblés, ce qui eſt abſolument impoſſible ſi la lentille extérieure n'a pas une grande ouverture.

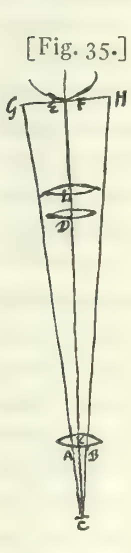
Toutefois il en eſt autrement pour les microſcopes: ils peuvent groſſir les diamètres ſoixante ou cent fois ou même davantage, ſans que l'image ſoit obſcure, tandis que l'ouverture de la lentille extérieure eſt petite, même beaucoup plus petite que la pupille. Il en faut chercher la cauſe uniquement dans la faible diſtance qui ſépare l'objet de la petite lentille. Pour expliquer cela par une figure, ſoit C [Fig. 35] l'objet placé ſous le microſcope et K ſa lentille la plus baſſe ou extérieure, AB le diamètre de l'ouverture de cette lentille. Suppoſons que D et L repréſentent les autres lentilles; qu'il y en ait une ou pluſieurs, c'eſt une choſe ſans importance. EF repréſente la pupille de l'oeil. Tirons à partir d'un point quelconque de l'objet, tel que C, les droites CA et CB qui interceptent le diamètre AB de l'ouverture; prolongeons-les juſqu'aux points G et H où elles coupent une droite tirée par la pupille et faiſant des angles droits avec l'axe des lentilles; il apparaît alors que l'ouverture circulaire AB embraſſe une quantité de rayons provenant du point C égale à celle qu'embraſſerait la pupille de l'oeil ſi elle avait un diamètre égal à la ligne GH. Par conſéquent, ſi le groſſiſſement de ce microſcope ſerait exprimé par le rapport de GH à EF, diamètre de la pupille, l'objet C paraîtrait auſſi lumineux que lorſqu'on le contemple à l'oeil nu et ſans lentilles [1]). Mais comme nous pouvons, dans ce cas auſſi bien que dans celui des téleſcopes, nous paſſer d'une grande partie de la lumière, le groſſiſſement peut même être rendu beaucoup ſupérieur à celui qu'exprime le rapport GH : EF. Par

Ex his porro quæ diximus hactenus manifesto liquet necesse esse ut in telescopijs duobus quorum æqualis futura sit claritas, diametri aperturarum tanto una aliam superet quanto magis telescopium illud altero res visas secundum diametrum amplificat.

Manente vero eadem apertura telescopij, si in locum lentis ocularis aliam substituere velimus, quæ duplo majus priori incrementum efficiat; patet quadruplo obscuriora omnia visum iri, eo quod eadem radiorum multitudo spatium in retina prioris quadruplum illustrare jam debeat. atque eadem ratione semper hæc obscuritatis proportio dupla erit proportionis aucti incrementi. Quare non temere lens ocularis convexiore vel magis cava mutanda est, sed diligenter expendendum quale incrementum exterioris lentis apertura perferre valeat, ita ut simul non minori luce quam quæ requiritur præditum sit telescopium. Ac sane in tantum vis omnis atque effectus telescopij cujuslibet ex aperturæ illius magnitudine pendet, ut hac inspecta, si parva est, etiam exiguæ virtutis telescopium esse, certam ferre sententiam possimus, quotcunque etiam lentes aliæ et quocunque modo intra tubum aptatæ sint. Ut enim insignis habeatur multiplicatio cum sufficienti lumine multos radios colligi necesse est, quod sine magna lentis exterioris apertura nequaquam fieri potest.

Attamen in microscopijs alia ratio est, cum in his exiguo licet lenticulæ exterioris foramine, imo pupillâ longe minori, multiplicatio sexagecupla vel centupla aut major etiam secundum diametrum præstari possit, non deficiente luminis claritate. cujus rei causa non alia est quam rei visæ a lenticula exigua distantia. quod ut figurâ explicemus, esto visibile microscopio subjectum C, lens ejus infima sive exterior K; cujus aperturæ diameter AB. Reliquæ vero lentes una vel plures, hoc enim nihil refert, sunto D, L. Oculi autem pupilla EF. ductis jam à visibilis puncto aliquo, ut C, rectis CA, CB, diametrum aperturæ AB intercipientibus, ijsdem continuatis usque in G et H, ubi occurrant rectæ per pupillam ductæ, rectosque angulos cum axe lentium facienti: constat jam æque magnam radiorum copiam à puncto C venientium apertura circulari AB comprehendi atque oculi pupilla comprehenderet si diametrum lineæ GH æqualem haberet. Quamobrem si multiplicatio perspicilli hujus fuerit ea quæ GH ad EF pupillæ diametrum, æque illustre apparebit visibile C, atque cum simplici visione absque perspicillo cernitur [1]). Sed cum et hic, ut in telescopijs, parte magna luminis carere possimus, etiam major

[Fig. 35.]



[1]) C'est-à-dire, si l'on suppose que dans la fig. 35 l'oeil est éloigné de l'objet d'une distance égale à celle de la vision distincte (consultez la définition du grossissement d'un microscope qu'on trouvera plus loin dans la troisième Partie de la Dioptrique), et que dans la position que l'oeil doit avoir quand on regarde par l'instrument les rayons CA et CB pénètrent dans la pupille par suite des réfractions qu'ils subissent.

exemple, ſi GH : EF = 20, le microſcope ſupportera aiſément un groſſiſſement linéaire centuple. On peut même remédier à la trop grande obſcurité des images en éclairant l'objet plus vivement, ce qui peut être fait de diverſes manières.

Proposition XI.

Chercher les diamètres des ouvertures qui conviennent aux lentilles extérieures d'un téleſcope.

Comme la grandeur de l'ouverture des téleſcopes eſt d'une ſi grande importance que le jugement qu'on porte ſur leur puiſſance et leur qualité eſt principalement baſé là-deſſus, et comme cette ouverture ne peut pas être choiſie arbitrairement, attendu que ſi on la prend trop grande la viſion diſtincte eſt diminuée par la confuſion des rayons, tandis qu'une ouverture trop petite donne des images obſcures; il faut examiner généralement quelle règle on peut donner pour la grandeur des ouvertures. Mais pourtant il n'eſt pas préciſément notre intention de rechercher à l'aide de ces conſidérations la plus grande ouverture pour une lentille donnée: en effet, c'eſt ce que l'expérience peut indiquer le mieux; mais nous nous propoſons de faire connaître, étant données l'ouverture et la longueur d'un ſeul téleſcope excellent et d'ailleurs quelconque, les ouvertures qui conviennent à d'autres téleſcopes plus longs ou plus courts. La règle doit nous apprendre la grandeur de l'ouverture pour chaque téleſcope ſéparément, de manière que ſa puiſſance ne ſoit pas inférieure à ce qu'elle doit être eu égard à sa longueur; et cela non ſeulement pour ceux de 20, de 30 ou de 40 pieds qui ont déjà été conſtruits effectivement, mais auſſi pour des téleſcopes beaucoup plus grands, par exemple de 100 pieds, de 200 pieds ou davantage. Il apparaîtra en même temps de cette façon quels plus grands avantages nous pouvons nous promettre de ces grands téleſcopes dans la conſidération des corps céleſtes; et l'on ſe ſentira encouragé à faire de nouveaux efforts pour pouſſer les eſſais plus loin.

Or, comme il y a deux ſortes de téleſcopes, dont les premiers ſont compoſés d'une lentille convexe et d'une lentille concave, et les ſeconds de lentilles convexes ſeulement, il faut ſavoir que ce que nous dirons ici à-propos des rapports des ouvertures ne s'applique qu'aux téleſcopes de la deuxième eſpèce. En effet, nous avons fait voir plus haut [1]) comment dans les lunettes compoſées d'une lentille concave et d'une lentille convexe, la lentille concave peut corriger l'aberration de la lentille convexe, et comment l'ouverture de la lentille convexe peut, par conſéquent, être conſidérablement agrandie de manière à ſurpaſſer de beaucoup les limites que nous lui aſſignons ici. Mais comme une lentille oculaire concave ne peut être tolérée dans les tubes de fort grande longueur, parce qu'un eſpace trop étroit eſt embraſſé par un téleſcope de ce genre, nous ne devons attendre un effet conſidérable dans la conſidération des corps céleſtes que des lunettes pourvues de lentilles convexes ſeulement. C'eſt donc de l'ouverture extérieure de ce

multo quam pro ratione GH ad EF multiplicatio induci poteſt. Ut ſi GH ad EF vigecupla eſt, facile centuplam multiplicationem ſecundum diametrum perferet microſcopium. Quin imo et obſcuritate nimia laboranti remedium adferre licet, validiori luce in rem viſam derivata, quod pluribus modis fieri poteſt.

[Propositio XI].

Aperturarum amplitudines quæ lentibus teleſcopij exterioribus conveniant inveſtigare.

Cum aperturæ magnitudo in teleſcopijs tanti ſit momenti, ut efficacia ac bonitas eorum inde præcipue judicetur, cumque apertura illa non pro lubitu conſtitui poſſit, quod nimiam faciendo diſtincta viſio radiorum confuſione diminuatur; exigua autem obſcuritatem pariat. omnino videndum eſt quænam in his menſura præſcribi poſſit. quod tamen non tam eo pertinet, ut datæ lentis alicujus aperturam maximam hac ratione inquiramus; cum hoc experientia optime docere poſſit; verum ut unius teleſcopij cujusdam optimi apertura ac longitudine data, etiam aliarum longiorum aut breviorum aperturæ cognoſcantur; quantæ videlicet in ſingulis eſſe debeant; ut pro ratione longitudinis effectus teleſcopij non minor debito ſequatur; idque non tantum in his quæ jam arte effecta habemus pedum 20, 30 vel 40, ſed et in majoribus multo, puta quæ ad 100 vel 200 pedes, aut amplius extendantur: quo ſimul manifeſtum fiat quanto plus opis in his ad cæleſtium contemplationem nobis polliceri poſſimus, animique addantur ad ulteriora conandum.

Cum autem duo ſint teleſcopiorum genera, alterum convexa et cava lente conſtans, alterum ſolis convexis, tantum ad ea quæ poſterioris generis ſunt pertinere ſciendum quæ de aperturarum rationibus hic dicentur. In illis enim, quæ cava et convexa lente componuntur, oſtendimus ſupra [1]), qua arte lens cava aberrationem convexæ emendare poſſit; eoque apertura convexæ inſigniter deduci, adeo ut limites quos hic ponimus multum excedat. Sed cum lens ocularis cava in prælongis tubis tolerari nequeat, quod nimis anguſtum ſpatium teleſcopio tali comprehendatur, nihil eximium ad ſidera ſpectanda niſi ab illis ſperare debemus quæ ſolis convexis inſtructa ſunt. Itaque de horum teleſcopiorum exteriori apertura acturi, inprimis picturam illam conſiderabimus quæ *lente convexa* [2]) in loco tenebroſo, vulgata jam arte, exhiberi ſolet, quoniam perſimilis eſt ei quæ in fundo oculi effingitur. Sit igitur convexæ ejuſmodi lentis apertura AB [Fig. 36], axis CD,

---

[1]) Voir la Prop. IX, p. 319 du Tome présent.

[2]) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent: „trans lentem convexam".

dernier genre de lunettes que nous parlerons. Nous confidérons d'abord l'image qu'une lentille convexe, par un artifice fort connu, forme dans un endroit obfcur attendu qu'elle eft fort femblable à l'image formée au fond de l'oeil. Suppofons donc que AB [Fig. 36] repréfente l'ouverture d'une lentille convexe de ce genre, CD fon axe et D fon foyer, c'eft-à-dire, le point où fe réuniffent les rayons parallèles à l'axe. Soit DG l'aberration du rayon extrême. Prolongeons BG, rayon réfracté correfpondant au rayon extrême, jufqu'à ce qu'il rencontre en E un plan parallèle à la lentille AB et paffant par le foyer D. Les rayons réfractés provenant des autres rayons parallèles à l'axe s'approchent d'autant plus du foyer D que ceux-ci fe trouvent à une plus petite diftance de l'axe; il s'enfuit que les extrémités de toute la férie de rayons parallèles, c'eft-à-dire, de rayons iffus d'un feul point de l'objet, occupent fur le plan un petit cercle de rayon DE; plus ce cercle eft petit, plus auffi l'image de l'objet formé fur le plan fera nette. Or, comme les images formées par deux lentilles différentes feront également brillantes et également diftinctes lorfque les cercles d'aberration que celles-ci produifent feront égaux entre eux; de même auffi des télefcopes différents donneront lieu à une vifion également diftincte, lorfqu'ils produiront fur le fond de l'oeil des images également bien définies, je veux dire des images dans lefquelles les cercles d'aberration ont le même diamètre. Je penfe qu'il n'exifte pas de propofition plus certaine ou plus évidente qui puiffe ici fervir de bafe à nos raifonnements. Or, pour qu'on puiffe examiner plus facilement la largeur de ces petits cercles formés fur le fond de l'oeil, nous démontrerons d'abord, vu que la lentille oculaire pourrait fembler donner lieu à quelque difficulté:

[Fig. 36.]

Que les petits cercles d'aberration, formés au fond d'un oeil qui regarde à travers un télefcope, font produits prefque exclufivement par l'aberration de la lentille extérieure, tandis que la lentille oculaire augmente à peine leur diamètre, de forte que cette dernière lentille peut dans le télefcope être confidérée comme parfaite, c'eft-à-dire, comme fi elle rendait exactement parallèles les rayons iffus d'un feul point[2]).

En effet, foit AB [Fig. 37] la lentille extérieure du télefcope, et GF la lentille oculaire; les foyers des deux lentilles coïncident au point C. Suppofons que MB, le rayon extrême parallèle à l'axe, coupe l'axe au point D, faifant ainfi l'aberration DC, et la lentille GF au point G. Joignons les points C et G.

Si nous fuppofons maintenant qu'un rayon HG parallèle à l'axe tombe fur la lentille FG, ce rayon rencontrera l'axe non pas au point C, foyer de la lentille GF, mais au point E, fitué en-deçà du point C, de telle manière que l'aberration CE fera à l'aberration CD comme CF eft à AC. En effet, comme AB et FG font

[1]) Voir, pour la note citée dans la note 1 de la p. 238, la note 1 de la p. 342 qui suit.

focus, ſeu punctum quo colliguntur radij ad axem paralleli, D. Aberratio autem radij extremi ſit DG. et producatur BG refractio ejuſdem radij quouſque occurrat tabulæ, quæ per focum D lenti AB parallela intelligenda eſt, in E. Cum itaque radiorum cæterorum axi parallelorum refractiones, quanto quiſque axi propinquior fertur, tanto propius concurrant ad focum D, ſequitur extremitates totius ſeriei parallelorum, ſive ab uno aliquo rei viſæ puncto manantium occupare in tabula circellum cujus ſemidiam. DE; qui circellus quo minori fuerit magnitudine tanto perfectior erit in tabula rei viſæ repræſentatio. Sicut autem æque nitidæ ac diſtinctæ a duabus diverſis lentibus picturæ futuræ ſunt quando iſtos aberrationum circulos æquales facient; ita quoque æque diſtincta viſio diverſis continget teleſcopijs, cum et ab illis in fundo oculi picturæ æque terminatæ, hoc eſt in quibus aberrationum circuli æquali latitudine ſint, deſcribentur. Neque enim certius aut evidentius quicquam fundamenti vice hic ſtatui poſſe exiſtimo. Ut autem minori negotio circellorum iſtorum in fundo oculi latitudo inquiratur, quoniam lens ocularis difficultatem aliquam adferre videri poſſit, oſtendemus primo,

[Fig. 37.]

Circellos aberrationis, in fundo oculi per teleſcopium ſpectantis, fere tantum ab aberratione lentis exterioris oriri, lente oculari vix quicquam eorum latitudinem augente, adeo ut lens hæc in teleſcopio tanquam perfecta cenſeri poſſit, hoc eſt, ac ſi radios à puncto venientes exacte parallelos redderet[2]).

Sit enim lens teleſcopij exterior AB [Fig. 37], ocularis GF, quarum utriuſque foci ſunt in puncto C. Radius autem extremus axi parallelus MB ſecet axem in D, faciens aberrationem DC, atque occurrat lenti GF in G; et jungatur CG.

Si jam fingamus radium HG axi parallelum incidere in lentem FG, is non conveniet cum axe in C, foco lentis GF, ſed citra punctum C in E, ita ut aberratio CE ſit ad aberrationem CD ſicut AC ad CF [3]). Nam cum AB et FG ſint portiones ſimiles lentium ejuſdem generis, conſtat utriuſque aberrationes radiorum paralle-

[2]) La démonstration qui va suivre suppose que l'objectif et l'oculaire sont constitués par des lentilles de même espèce; mais il est clair que la proposition reste vraie aussi longtemps que le rapport de l'aberration à l'épaisseur n'est pas trop différente pour les deux lentilles. Toutefois, pour une lentille oculaire convexo-concave ou concavo-convexe, ce rapport pourrait grandir tellement que l'aberration due à la lentille oculaire égalerait celle de l'objectif. Et c'est même sur cette circonstance que la méthode de compensation est fondée qu'on trouve décrite dans la Prop. IX, p. 319—331, comme valable pour la combinaison d'une grande lentille convexe avec un oculaire convexo-concave.

[3]) Lisez „CF ad AC".

des parties ſemblables de deux lentilles de la même eſpèce, il eſt établi que les aberrations des deux rayons parallèles qui paſſent par les points B et G reſpectivement, ſont entre elles comme les diſtances focales de ces lentilles. C'eſt pourquoi, réciproquement, le rayon iſſu du point E et qui ſuit la route EG ſera réfracté de manière à ſe mouvoir ſelon GH parallèle à l'axe. Mais le rayon DG ſera réfracté de telle manière en GL, que l'angle HGL deviendra égal à l'angle DGE *. Les deux lentilles enſemble donneront donc au rayon qui devait être parallèle à l'axe, une aberration repréſentée par l'angle HGL qui eſt égal à cet angle DGE; tandis que l'aberration de ce rayon n'excéderait pas l'angle DGC, ſi la lentille FG était telle qu'elle rendait parallèles à l'axe les rayons iſſus du foyer C. En effet, le rayon CG étant réfracté en GH et le rayon DG, comme auparavant, en GL, l'angle LGH ſerait alors égal à l'angle DGC. Il apparaît donc que la lentille GF augmente l'aberration du rayon BD d'un angle égal à CGE, lequel eſt à l'angle DGC à-peu-près comme EC eſt à CD, ou comme FC eſt à CA. Ceci fait voir combien cette augmentation due à la lentille oculaire eſt petite et négligeable, ſurtout dans les téleſcopes fort longs qui groſſiſſent les objets cinquante ou cent fois et davantage.

* [1]).

[Fig. 37.]

Nous parlerons maintenant des rapports des ouvertures et nous démontrerons la propoſition ſuivante [2]):

Dans des téleſcopes de différentes longueurs il faut, pour qu'ils donnent des objets des images également lumineuſes et nettes, que le rapport des diſtances focales des lentilles extérieures de la même eſpèce [3]) ſoit égal à la $\frac{4}{3}$ième puiſſance du rapport des diamètres des ouvertures de ces mêmes lentilles; en d'autres termes, il faut que les cubes de ces diſtances focales ſoient entre eux comme les quatrièmes puiſſances des diamètres [4]).

En effet, conſidérons deux téleſcopes de longueurs différentes ayant des lentilles extérieures de la même eſpèce: ſoit AB [Fig. 38] le diamètre de la lentille extérieure de l'un des deux, ou plutôt de la partie de cette lentille qui n'eſt pas recouverte, et OP la lentille oculaire; les foyers des deux lentilles coïncident au point D; en effet, cette diſpoſition eſt néceſſaire pour que les rayons iſſus d'un point lointain arrivent parallèlement à l'oeil après avoir traverſé le téleſcope. Suppoſons que QR ſoit la pupille, que le fond de l'oeil ſe trouve en X et que tous les centres C, O, Q, X ſe trouvent ſur la même droite qui eſt l'axe du téleſcope.

---

[1]) Le renvoi est resté en blanc. Aussi le théorème en question n'avait pas encore été rédigé

lorum in B et G incidentium eſſe inter ſe ſicut ipſæ lentium foci diſtantiæ Quamobrem itaque et vice verſa radius, ex E incidens ſecundum EG, flectetur ſecundum GH axi parallelam. At radius DG ita refringetur in GL, ut angulus HGL fiat æqualis DGE *. Itaque lens utraque ſimul nunc aberrare faciet radium qui axe parallelus eſſe debuerat hoc angulo HGL ipſi DGE æquali, qui radius tantum aberraret angulo æquali ipſi DGC ſi lens FG ejusmodi eſſet ut radios ex foco C egredientes axi parallelos redderet. Tunc enim radio CG refracto in GH, et radio DG, ut ante, in GL, æquaretur angulus LGH angulo DGC. Patet igitur lentem GF augere aberrationem radij BD angulo æquali CGE, qui eſt ad angulum DGC proximè ut EC ad CD, ſive ut FC ad CA. Unde apparet quam exigua ſit hæc additiuncula ab oculari lente profecta, quamque nullius momenti, præſertim in prælongis teleſcopijs quæ quinquagies vel centies et amplius res viſas multiplicant. * [1]).

[Fig. 38.] [Fig. 39.]

Nunc ad rationes aperturarum pergemus oſtendemuſque [2]):

In teleſcopijs diverſæ longitudinis ut æque lucidas ac distinctas rerum imagines referant, rationem foci diſtantiarum lentium exteriorum, ejuſdem generis[3]), ſeſquitertiam eſſe debere ejus quæ in diametris aperturarum earundem lentium; ſive, cubos dictarum foci diſtantiarum, eandem habituros rationem quadratoquadrata diametrorum aperturæ[4]).

Sunto enim duo diverſæ longitudinis teleſcopia lentes exteriores ejuſdem generis habentia, quorum alterius lens exterior, quatenus adaperta, ſit AB [Fig. 38], lens ocularis OP, focis utriuſque in idem punctum D compoſitis; ita enim collocari neceſſe eſt ut radij ad oculum paralleli perveniant qui à puncto longinquo ad teleſcopium feruntur. Sit autem pupilla QR, fundus oculi ad X, centraque omnium C, O, Q, X in eadem recta quæ eſt axis teleſcopij. Intelligatur

dans le manuscrit de la „Dioptrique" tel qu'il était en 1666; on le retrouve toutefois dans l'Appendice III au Livre II de la première Partie (p. 238 du Tome présent) et dans la Prop. VI de la troisième Partie.

[2]) Comparez avec ce qui suit la leçon plus primitive que nous avons reproduite dans l'Appendice III à la Partie présente, à commencer par l'avant-dernier alinéa de la p. 381.

[3]) Voir la définition de la p. 315. Sur le cas où les lentilles sont d'espèce différente on peut consulter les p. 385—386 de l'Appendice III, mentionné dans la note précédente.

[4]) Comme nous l'avons exposé dans l'„Avertissement", qu'on trouve au début du Tome présent,

Repréſentons en outre par BEP le rayon réfracté provenant du rayon extrême qui tombe ſur la lentille AB; nous ſuppoſons que ce rayon réfracté coupe la lentille oculaire en P et que ſon aberration ſoit ED, de ſorte que le rayon du petit cercle d'aberration eſt DF. Joignons les points D et P par une droite, et ſoit PS une parallèle à l'axe.

Si un rayon DP, provenant du foyer de la lentille oculaire OP, tombe ſur cette lentille, il devient parallèle à l'axe de manière à ſe mouvoir ſuivant la droite PS; en effet, nous conſidérons ici la lentille OP comme dénuée d'aberration, comme cela eſt permis d'après ce que nous avons démontré plus haut. Il en réſulte que le rayon EP ſe mouvra ſuivant PR de telle ſorte que l'angle SPR devient égal à l'angle DPE. Suppoſons que ce rayon réfracté coupe la pupille en R et tirons la droite RT parallèle à l'axe. Comme la diſpoſition de l'oeil eſt telle qu'il réunit les rayons parallèles à l'axe, tels que TR, au point X, il s'enſuit qu'il réfractera le rayon PR vers l'intérieur, par exemple vers un point V de la rétine, de ſorte que XV y ſera le rayon du petit cercle d'aberration. Il apparaît que la grandeur de ce rayon dépend de la grandeur de l'angle que font entre eux au point R à l'intérieur de la pupille les rayons réfractés provenant des rayons PR
* [1]). et TR. Or, cet angle a à l'angle PRT un certain rapport * qui aurait la valeur $\frac{3}{4}$ [2]) ſi le pouvoir réfringent de la cornée pouvait être conſidéré comme égal a celui de l'eau; mais cette valeur eſt ici ſans importance.

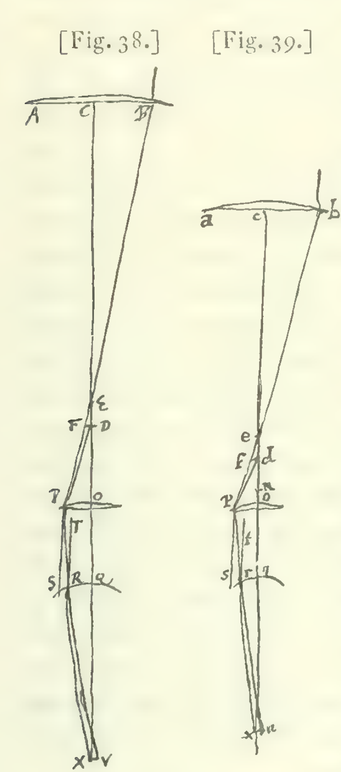
Il faut ſe figurer enſuite que dans le ſecond téleſcope [Fig. 39] toutes les mêmes choſes ſoient ſuppoſées et les mêmes conſtructions faites, les points qui correſpondent à ceux de la première figure étant indiqués par les mêmes lettres, minuſcules cette fois, que dans la première figure. Il eſt évident que tout ce qui a été dit juſqu' ici à propos du premier téleſcope, s'applique de même au ſecond. Pour que la viſion ſoit également diſtincte dans tous les deux, il faut donc que XV ſoit égal à **xu**, et, par conſéquent, que l'angle TRP ſoit égal à l'angle **trp**. Mais l'angle DPF eſt égal à l'angle TRP ou RPS, et de même l'angle **dpf** eſt égal à l'angle **trp**. Il faut donc que les angles DPF et **dpf** ſoient égaux entre eux. Pour qu'il en ſoit ainſi, il faudra qu'on ait PD : DF = **pd** : **df**, et, par permutation, PD : **pd**, ou OD : **od** (rapport qui doit ici être cenſé avoir la même valeur) = DF : **df**.

Prenons un point **n** tel qu'on ait CD: DO = **cd** : **dn**. Si donc, après avoir enlevé la lentille **op**, on plaçait une autre lentille oculaire au point **n**, poſſédant une
* Prop. V, Part. I, Liv. II [3]). diſtance focale **dn**, les groſſiſſements des deux téleſcopes feraient les mêmes *, mais celui que donnerait alors le téleſcope **abop** [4]) eſt au groſſiſſement de ce même

cette règle a été remplacée plus tard par Huygens par une autre entièrement différente et fondée cette fois sur l'aberration chromatique. Voir encore les notes 6 de la p. 349 et 3 de la p. 350. Ajoutons, qu'au lieu de la démonstration qui va suivre on en trouvera une autre plus algébrique p. 382—383 de l'Appendice III, que nous venons de citer dans la note 2.

porro refractio radij extremi in lentem AB incidentis esse BEP, quæ occurrat lenti oculari in P, cujusque aberratio sit ED, circelli vero aberrationis semidiameter DF. Et jungatur DP, sitque PS axi parallela.

[Fig. 38.] [Fig. 39.]



Quoniam igitur, si in lentem ocularem OP radius incidat DP, ex foco ejus adveniens, is axi parallelus efficitur, ita ut incedat secundum rectam PS; (nam, ut supra fieri licere ostendimus, lentem OP quasi aberrationis expertem hîc consideramus;) feretur proinde radius EP secundum PR, ut angulus SPR fiat æqualis DPE. Occurrat ergo pupillæ in R et agatur RT axi parallela. Quia ergo oculi ea est dispositio ut radios axi parallelos, qualis TR, cogat ad punctum X, sequitur radium PR interius deflexurum puta ad punctum retinæ V, ita XV illic futura sit semidiameter circelli aberrationis; cujus quidem magnitudinem pendere apparet à magnitudine anguli quem refractiones radiorum PR, TR intra pupillam ad punctum R efficiunt. Hic vero angulus certam proportionem habet ad angulum PRT *, quæ subsesquitertia esset [2]), * [1]). si corneæ refractio eadem quæ aquæ ponatur; sed quæcunque sit, nihil hic refert.

Porro in telescopio altero [Fig. 39] eadem omnia posita atque effecta intelligantur, literis minoribus ejusdem nominis atque in priore ad puncta correspondentia adscriptis; Et constat eadem omnia, quæ hactenus dicta sunt, etiam illi telescopio convenire. Requiritur itaque, quo æque distincta utrobique contingat visio, ut XV sit æqualis **xu**, ac proinde ut angulus TRP sit æqualis **trp**. Angulo autem TRP sive RPS æqualis est DPF, similiterque angulo **trp** æqualis **dpf**. Ergo requiritur ut æquales sint anguli DPF, **dpf**. Quod ut fiat, debebit esse ut PD ad DF ita **pd** ad **df**; et permutando, ut PD ad **pd**, sive, quæ eadem ratio hic censenda est, OD ad **od**, ita DF ad **df**.

Sit ut CD ad DO ita **cd** ad **dn**. Quod si igitur, ablata lente **op**, lens alia ocularis ad **n** poneretur, foci distantiam habens **dn**, jam eadem esset utriusque telescopij multiplicatio *; sed ea quam tunc haberet telescopium **abop** [4]) est ad [Prop. V. Part. I, Lib. II.] [3])

[1]) Ici encore le renvoi est laissé en blanc. La proposition dont il s'agit n'avait pas été formulée explicitement par Huygens; mais elle résulte facilement des considérations qui ont amené le théorème mentionné dans la note 1, p. 342. On en trouvera d'ailleurs une démonstration, qu'on doit dater probablement de 1689, dans l'Appendice IX, p. 433.

[2]) C'est-à-dire, la valeur réciproque de l'indice de réfraction de l'eau, sur lequel on peut consulter la p. 11 du Tome présent.

[3]) Voir la p. 197 du Tome présent.

[4]) Lisez plutôt **abn**.

* [1]). télefcope dans le cas où la lentille **op** y eft placée, comme **od** eft à **dn** *. Il paraît donc que le groffiffement dû au télefcope ABOP eft lui auffi au groffiffement dû au télefcope **abop** muni de la lentille **op** comme **od** eft à **dn**. Mais comme on exige que les objets foient vus par les deux télefcopes avec le même degré de clarté, il faut que le rapport **od** : **dn**, c'eft-à-dire le rapport des groffiffements, foit égal à CB : **cb**, c'eft-à-dire au rapport des ouvertures. Puis, en partant de là, nous raifonnerons comme il fuit. Le rapport OD : **od** eft compofé des rapports OD : **dn** et **dn** : **do**, dont le premier OD : **dn** eft égal à CD : **cd**, puifque nous avons choifi le point **n** de telle manière que CD : DO = **cd** : **dn**; tandis que le fecond **dn** : **do** eft égal à **cb** : CB, comme nous venons de le faire voir. Le rapport OD : **od** fe compofe donc des rapports CD : **cd** et **cb** : CB. Or, nous avons montré plus haut que ce même rapport OD : **od** eft égal au rapport DF : **df**, dont

* Prop. VIII [2]). il eft établi qu'il fe compofe des rapports $CB^3 : \mathbf{cb}^3$ et $\mathbf{cd}^2 : CD^2$ *. Le rapport compofé des rapports CD : **cd** et **cb** : CB fera donc égal à celui que compofent les rapports $CB^3 : \mathbf{cb}^3$ et $\mathbf{cd}^2 : CD^2$. Multiplions des deux côtés par le rapport $CD^2 : \mathbf{cd}^2$. Les deux rapports fuivants deviendront donc égaux entre eux: un premier compofé des rapports $CD^3 : \mathbf{cd}^3$ et **cb** : CB, un fecond des rapports $CB^3 : \mathbf{cb}^3$, $\mathbf{cd}^2 : CD^2$ et $CD^2 : \mathbf{cd}^2$; le fecond eft donc fimplement égal à $CB^3 : \mathbf{cb}^3$, vu que les deux derniers rapports fe détruifent mutuellement. Multiplions de nouveau des deux côtés par le rapport CB : **cb**. Alors deviendront égaux, un premier rapport compofé des rapports $CD^3 : \mathbf{cd}^3$, **cb** : CB et CB : **cb** étant donc fimplement égal au rapport $CD^3 : \mathbf{cd}^3$, et un fecond qui fe compofe des rapports $CB^3 : \mathbf{cb}^3$ et CB : **cb**, et qui eft donc égal au rapport $BC^4 : \mathbf{bc}^4$. Comme le cube de CD eft au cube de **cd**, ainfi eft donc la quatrième puiffance de CB à la quatrième puiffance de **cb**. Ce qu'il fallait démontrer.

Il s'enfuit que fi le rapport des diftances focales CD et **cd** eft égal à 16 : 1, celui des diamètres des ouvertures BA et **ba** fera 8 : 1. Généralement, étant donnés dans un feul télefcope quelconque la diftance focale de la lentille extérieure et la plus grande ouverture que ce télefcope peut fupporter, nous trouverons d'après cette règle l'ouverture qui convient à un autre télefcope quelconque ayant une lentille extérieure de la même efpèce; le plus facile fera de fe fervir de logarithmes. En effet, fi l'on donne numériquement la diftance focale CD du télefcope donné, le diamètre AB de fon ouverture et la diftance focale **cd** du fecond télefcope qu'il s'agit de conftruire, il faut ajouter au logarithme du nombre AB les trois quarts du logarithme de **cd** et retrancher de la fomme les trois quarts du logarithme de CD: on obtiendra ainfi le logarithme de l'ouverture **ab**.

[1]) Le renvoi est laissé en blanc. On comprend difficilement pourquoi une autre proposition que la Prop. V, citée à la p. 345, serait nécessaire.

eam quam præstat posita lente **op**, sicut **od** ad **dn** *, Ergo patet et multiplicationem telescopij ABOP ad eam quæ est telescopij **abop** instructi lente **op**, se habere ut **od** ad **dn**. Cum autem æqualis claritas utrinque rebus visis postuletur, oportet ut sit **od** ad **dn** hoc est multiplicatio ad multiplicationem sicut CB ad **cb**, apertura ad aperturam, unde jam porro sic argumentabimur. Ratio OD ad **od**, componitur ex rationibus OD ad **dn** et **dn** ad **do**; quarum OD ad **dn** est eadem quæ CD ad **cd**; cum fecerimus CD ad DO ut **cd** ad **dn**; altera vero **dn** ad **do** eadem quæ **cb** ad CB, ut modo ostendimus; itaque ratio OD ad **od** componitur ex rationibus ÇD ad **cd** et **cb** ad CB. Atque eadem ratio OD ad **od** æqualis antea ostensa est rationi DF ad **df**, quam componi constat ex rationibus cubi CB ad cubum **cb** et quadrati **cd** ad qu. CD *. Ergo ratio composita ex CD ad **cd** et **cb** ad CB æquabitur compositæ ex rationibus cubi CB ad cubum **cb** et quadrati **cd** ad qu. CD. Addatur utrinque ratio quadrati CD ad qu. **cd**. fient igitur æquales inter se, illinc composita ex rationibus cubi CD ad cubum **cd** et rectæ **cb** ad CB, hinc composita ex rationibus cubi CB ad cubum **cb** et quadrati **cd** ad qu. CD et quadrati CD ad qu. **cd**; hoc est, sola ratio cubi CB ad cubum **cb**; quia duæ posteriores sese mutuo tollunt. Addatur rursus utrinque ratio CB ad **cb**; fientque rationes æquales, illinc, composita ex rationibus cubi CD ad cubum **cd**, et rectæ **cb** ad CB et CB ad **cb**, hoc est sola ratio cubi CD ad cubum **cd**. Hinc vero composita ex rationibus cubi CB ad cubum **cb**, et rectæ CB ad **cb**, quæ duæ rationes constituunt rationem quadratoquadrati BC ad qu. qu. **bc**. Sicut igitur cubus CD ad cubum **cd** ita est qu. qu. CB ad qu. qu. **cb**. quod erat dem.

* [1]).

* [Prop. VIII.] [2])

[Fig. 38.] [Fig. 39.]

Hinc sequitur, si ratio foci distantiarum CD ad **cd** sit ea quæ 16 ad 1, rationem diametrorum aperturæ BA ad **ba** futuram quæ 8 ad 1. In universum vero, data in uno aliquo telescopio foci distantia lentis exterioris, et maxima quam ferre valet apertura, etiam alij cuivis, ejusdem generis lentem exteriorem habenti, debitam aperturam secundum hæc invenimus, et facillime quidem per logarithmos. Si enim dentur numero foci distantia dati telescopij, CD, et diameter aperturæ AB, itemque foci distantia alterius construendi telescopij **cd**, oportet logarithmo numeri AB addere tres quartas logarithmi **cd** et à summa auferre tres quartas logarithmi CD; fietque logarithmus aperturæ **ab**.

[2]) Voir la p. 315 du Tome présent.

Supposons, par exemple, qu'une lentille ayant une distance focale de 12 pieds, supporte dans son télescope une ouverture de deux pouces [1]) et qu'on demande l'ouverture d'une autre lentille ayant une distance focale de 100 pieds. Le logarithme de 100 est 2,00000; en ajoutant les trois quarts de ce logarithme, c'est-à-dire 1,50000, au logarithme de 2, qui est 0,30103, on obtiendra 1,80103. Si l'on en retranche les trois quarts du logarithme de 12, c'est-à-dire 0,80938, il reste 0,99165, logarithme du nombre $\frac{981}{100}$, qui désigne le nombre des pouces du diamètre cherché de l'ouverture, lequel est un peu inférieur à dix, ainsi qu'on voit. Nous avons construit de cette façon le tableau suivant [2]) en prenant, comme nous l'avons dit, une ouverture de 2 pouces pour une lentille de 12 pieds, attendu que l'expérience nous a enseigné qu'une bonne lentille, quoique également convexe des deux côtés, peut avoir une ouverture de cette grandeur [3]); d'où il résulte qu'une lentille planconvexe ou une lentille à rapport sextuple des rayons de courbure laquelle est supérieure à toutes les autres comme nous l'avons démontré plus haut [4]), supporte encore plus facilement une pareille ouverture. Si une lentille de cette dernière espèce était donnée et qu'on pouvait être assuré qu'elle était façonnée fort exactement, on pourrait se baser sur elle pour trouver la plus grande ouverture de toutes les autres lentilles de cette espèce. Mais nous avons préféré tenir compte de ce qu'on peut espérer déjà maintenant des efforts des artisans. Dans le même tableau nous avons indiqué quelles sont les lentilles oculaires qui conviennent à chaque grande lentille; pour trouver leurs distances focales, nous admettons qu'une lentille qui a une distance focale de deux pouces peut être combinée proprement avec une grande lentille de 12 pieds, comme l'expérience l'a enseigné [5]). En se basant là-dessus, on peut calculer la mesure de chacune des autres lentilles oculaires; en effet:

Dans des télescopes de longueurs différentes dont les lentilles extérieures sont de la même espèce, les distances focales des lentilles oculaires doivent être entre elles comme les racines bicarrées des distances focales des grandes lentilles [6]).

Cela se tire de la manière suivante de ce que nous avons démontré plus haut. Nous y avons montré que les distances focales, OD et **od**, des lentilles oculaires [Fig. 38 et 39] dans les télescopes considérés qui forment à l'intérieur de l'oeil des images également lumineuses et également distinctes quoique non pas également grandes, sont entre elles dans un rapport composé des rapports CD : **cd** et **cb** : CB [7]). Par conséquent, la quatrième puissance du rapport OD : **od** sera aussi

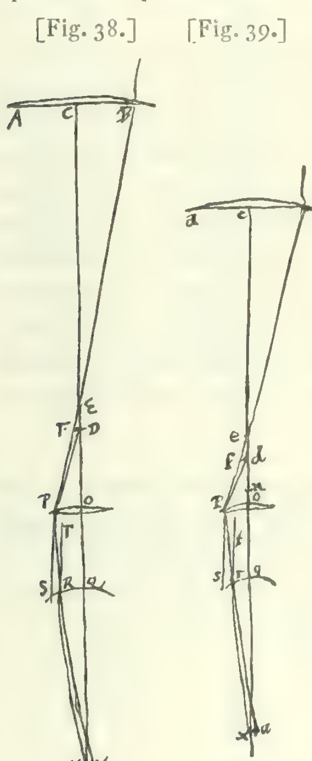
[1]) On trouve ici intercalée, mais biffée depuis, la phrase: „talem enim bonæ lenti convenire re ipsa invenimus".

[2]) Voir les p. 351—353.

[3]) C'est-à-dire, nonobstant qu'une lentille de ce genre présente une aberration sphérique qui

Ut ſi lens, cujus foci diſtantia pedum 12, ferat aperturam in teleſcopio ſuo quæ ſit pollicum duorum [1]), et quæratur apertura lentis alius cujus foci diſtantia pedum 100. Logarithmus 100 eſt 2,00000 cujus tres quartæ 1,50000 additæ ad logarithmum 2, qui eſt 0,30103, faciunt 1,80103. Unde ſi auferantur $\frac{3}{4}$ logarithmi 12, hoc eſt, 0,80938, reliquum eſt, 0,99165, logarithmus numeri $\frac{981}{100}$, qui deſignat numerum pollicum diametri aperturæ quæſitæ; paulo minorem, ut apparet, denario. Et hoc modo compoſita eſt ſequens tabella [2]), ſumtâ, ut jam diximus, aperturâ 2 pollicum in lente pedum 12: quandoquidem bonam lentem eouſque aperiri poſſe re ipſa invenimus, etſi utrimque æqualiter convexam [3]); ut tanto proinde facilius id latura ſit planoconvexa, vel illa proportionis ſexcuplæ, quæ præſtare cæteris omnibus ſupra oſtenſa fuit [4]). Quodſi quæ hujuſmodi daretur, quamque conſtaret exactiſſime formatam, poſſet ab hac omnium aliarum maxima apertura certo definiri. Nos vero, quid jam nunc ab artificum induſtria ſperare liceat, attendimus. In eadem porro tabella et lentes oculares definivimus quæ cuique majori lenti conveniunt; ad quarum foci diſtantias inveniendas, ponimus eam quæ duos pollices habeat recte aptari cum lente magna pedum 12, ſicut experientia comprobatum eſt [5]). Hinc vero et reliquæ omnes menſuram ſuam accipiunt; quandoquidem:

[Fig. 38.] [Fig. 39.]



In diverſæ longitudinis teleſcopijs, quibus lentes exteriores ejuſdem ſunt generis, lentium ocularium foci diſtantiæ ſubquadruplam rationem habere debent ejus quam foci diſtantiæ lentium magnarum [6]).

Quod ex ante demonſtratis hoc modo conficitur. Foci diſtantiæ lentium ocularium, OD ad **od** [Fig. 38 et 39], in teleſcopijs ibi propoſitis, quæ res viſas æque clare ac diſtincte, etſi non æque amplas, intra oculum depingunt, rationem compoſitam habere oſtenſæ ſunt ex rationibus CD ad **cd**, et **cb** ad CB [7]).

excède celle d'une lentille planconvexe qui tourne sa surface convexe vers les rayons. Comparez le troisième alinéa de la p. 291.

4) Voir la p. 291 en bas.

5) Voir, entre autres, la p. 130 du T. V.

6) Cette règle aussi a été essentiellement modifiée par Huygens pour tenir compte de l'aberration chromatique. Comparez la note 4, p. 343.

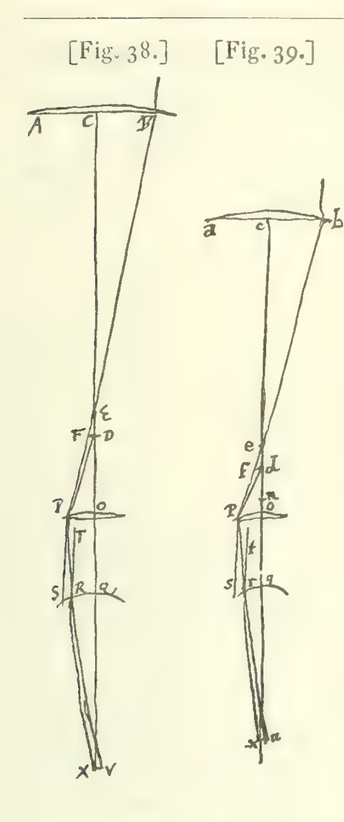
7) Voir la p. 347 du Tome présent.

composée des quatrièmes puissances des rapports CD : **cd** et **cb** : CB. De ces deux dernières la quatrième puissance de CD : **cd** est composée du rapport CD : **cd** et de la troisième puissance de ce même rapport CD : **cd**. Et l'autre, la quatrième puissance de **cb** : CB, est égale, d'après ce que nous avons démontré [1]), au rapport du cube **cd** au cube CD. Par conséquent, la quatrième puissance du rapport OD : : **od** sera composée des rapports CD : **cd**, $(CD : cd)^3$ et $(cd : CD)^3$. Les deux derniers rapports se détruisent mutuellement, et il ne reste donc que le rapport CD : **cd** égal à la quatrième puissance de OD : **od**; c'est pourquoi le rapport OD : **od** sera réciproquement égal à la racine bicarrée du rapport CD : **cd**. Ce qu'il fallait démontrer.

D'ailleurs les mesures des lentilles oculaires convexes peuvent se tirer de ce qui précède encore d'une autre façon. En effet, de l'ouverture adoptée pour une lentille de 12 pieds on déduit les ouvertures de toutes les autres lentilles semblables; mais comme les ouvertures, ainsi sont entre eux les grossissements des télescopes donnant des images également lumineuses; il en résulte que lorsque les ouvertures sont données et de même aussi le grossissement propre à un télescope de 12 pieds, lequel est de 72 à 1 lorsque la lentille oculaire de ce télescope a une distance focale de 2 pouces, on connaîtra aussi le grossissement d'un autre télescope quelconque. Mais lorsque le grossissement et la distance focale de la grande lentille sont connus, on connaîtra aussi la distance focale de la lentille oculaire, attendu que le rapport des distances focales est égal au grossissement du télescope composé de ces lentilles [3]).

Distance focale de la grande lentille. Pieds.	Diamètre de l'ouverture de la grande lentille. Pouce.	Distance focale de la lentille oculaire. Pouces.	Grossissement linéaire du télescope.
1	$\frac{31}{100}$	$1\frac{9}{100}$	11
2	$\frac{52}{100}$	$1\frac{33}{100}$	18
3	$\frac{70}{100}$	$1\frac{44}{100}$	25

[1]) Voir la p. 347 du Tome présent.
[2]) Lisez CD.
[3]) Voici ce que la Correspondance nous apprend sur l'emploi que Huygens a fait du tableau qui suit. Le 30 septembre 1667 il communiqua dans une lettre à son frère Constantyn (T. VI, p. 151) des données pour les lunettes à distances focales de 40, de 60 et de 100 pieds, empruntées évidemment à la deuxième colonne. De même il cita à Colbert, dans une pièce du 9 août 1674 (T. VII, p. 350) intitulée: „De l'effect des Lunettes d'approche", les grossissements que des lunettes de 12, de 30, de 60, de 80, de 100, de 150, de 300 et de 600 pieds pourraient souffrir d'après le tableau, mais il ajouta déjà alors: „Mais il y a une certaine proprieté



[Fig. 38.] [Fig. 39.]

Itaque et ratio quadruplicata OD ad **od**, componetur ex quadruplicatis rationibus CD ad **cd**, et **cb** ad CB. Harum vero CD ad **cd** quadruplicata componitur ex ſimplici ratione CD ad **cd** et ex eadem CD ad **cd** triplicata. altera vero **cb** ad CB quadruplicata, eadem oſtenſa eſt [1]) quæ cubi **cd** ad cubum CB [2]); Ergo ratio quadruplicata OD ad **od** jam componetur ex rationibus CD ad **cd** et ex eadem CD ad **cd** triplicata et ex triplicata **cd** ad CD. quæ duæ poſteriores ſe mutuo tollunt, adeoque ſupereſt ratio ſola CD ad **cd** æqualis quadruplicatæ OD ad **od**, quare et contra, ratio OD ad **od** ſubquadrupla erit rationis CD ad **cd**; quod erat oſtendendum.

Cæterum alia quoque ratione convexorum ocularium menſuræ ex ſupra dictis haberi poſſunt. Cum enim ex conſtituta apertura in lente 12 pedum, aliarum omnium ſimilium aperturæ deducantur: Sicuti autem aperturæ inter ſe ita et multiplicationes teleſcopiorum æquali luce gaudentium: datis proinde aperturis, itemque multiplicatione teleſcopij 12 pedum, quæ eſt 72 ad 1, cum lens ocularis habeat 2 pollicum foci diſtantiam, dabitur et multiplicatio alîus cujuslibet. Sed cognita multiplicatione et foci diſtantia lentis majoris, noscetur etiam foci diſtantia lentis ocularis, cum harum ſit ratio eadem inter ſe quæ eſt multiplicationis teleſcopij compoſiti [3]).

Foci diſtantia lentis majoris. Pedes.	Diameter aperturæ lentis majoris. Pollices.	Foci diſtantia lentis ocularis. Pollices.	Multiplicatio Teleſcopij ſecundum diametrum.
1	$\frac{31}{100}$	$1\frac{9}{100}$	11
2	$\frac{52}{100}$	$1\frac{33}{100}$	18
3	$\frac{70}{100}$	$1\frac{44}{100}$	25

et defaut dans les refractions, qu'on a remarqué depuis peu" [la dispersion des couleurs] „qui trouble ce raisonnement et fait que les grands verres des lunettes ne peuvent pas souffrir tant d'ouuerture qu'on leur donnoit dans le precedent calcul. Et comme la clarté depend de la grandeur de ces ouuertures, elles deviendroient trop obscures si on les vouloit faire grossir suivant la determination de la table susdite". Enfin, le 23 avril 1685 (p. 6 du T. IX) il fait connaître à son frère Constantijn les nouvelles règles qui ont servi à construire le tableau qu'on trouvera plus loin, aux p. 497 et 499 de la troisième Partie.

Diftance focale de la grande lentille. Pieds.	Diamètre de l'ouverture de la grande lentille. Pouces.	Diftance focale de la lentille oculaire. Pouces.	Groffiffement linéaire du télefcope.
4	$\frac{88}{100}$	$1\frac{55}{100}$	31
5	$1\frac{4}{100}$	$1\frac{62}{100}$	37
6	$1\frac{19}{100}$	$1\frac{67}{100}$	43
8	$1\frac{48}{100}$	$1\frac{81}{100}$	53
10	$1\frac{74}{100}$	$1\frac{90}{100}$	63
12	2	2	72
15	$2\frac{36}{100}$	$2\frac{11}{100}$	85
20	$2\frac{93}{100}$	$2\frac{28}{100}$	105
25	$3\frac{47}{100}$	$2\frac{40}{100}$	125
30	$3\frac{98}{100}$	$2\frac{51}{100}$	143
35	$4\frac{46}{100}$	$2\frac{60}{100}$	161
40	$4\frac{94}{100}$	$2\frac{64}{100}$	178
45	$5\frac{39}{100}$	$2\frac{77}{100}$	194
50	$5\frac{83}{100}$	$2\frac{84}{100}$	210
60	$6\frac{69}{100}$	$2\frac{98}{100}$	241
70	$7\frac{51}{100}$	$3\frac{11}{100}$	270
80	$8\frac{30}{100}$	$3\frac{21}{100}$	299
90	$9\frac{6}{100}$	$3\frac{31}{100}$	326
100	$9\frac{81}{100}$	$3\frac{49}{100}$	353
150	$13\frac{30}{100}$	$3\frac{73}{100}$	479
200	$16\frac{50}{100}$	$4\frac{4}{100}$	594
250	$19\frac{51}{100}$	$4\frac{27}{100}$	702
300	$22\frac{36}{100}$	$4\frac{47}{100}$	805
400	$27\frac{75}{100}$	$4\frac{80}{100}$	999
500	$32\frac{80}{100}$	$5\frac{7}{100}$	1183
600	$37\frac{61}{100}$	$5\frac{32}{100}$	1354

FIN DE LA DEUXIÈME PARTIE.

Foci diſtantia lentis majoris. Pedes.	Diameter aperturæ lentis majoris. Pollices.	Foci diſtantia lentis ocularis. Pollices.	Multiplicatio teleſcopij ſecundum diametrum.
4	$\frac{88}{100}$	$1\frac{55}{100}$	31
5	$1\frac{4}{100}$	$1\frac{62}{100}$	37
6	$1\frac{19}{100}$	$1\frac{67}{100}$	43
8	$1\frac{48}{100}$	$1\frac{81}{100}$	53
10	$1\frac{74}{100}$	$1\frac{90}{100}$	63
12	2	2	72
15	$2\frac{36}{100}$	$2\frac{11}{100}$	85
20	$2\frac{93}{100}$	$2\frac{28}{100}$	105
25	$3\frac{47}{100}$	$2\frac{40}{100}$	125
30	$3\frac{98}{100}$	$2\frac{51}{100}$	143
35	$4\frac{46}{100}$	$2\frac{60}{100}$	161
40	$4\frac{94}{100}$	$2\frac{64}{100}$	178
45	$5\frac{39}{100}$	$2\frac{77}{100}$	194
50	$5\frac{83}{100}$	$2\frac{84}{100}$	210
60	$6\frac{69}{100}$	$2\frac{98}{100}$	241
70	$7\frac{51}{100}$	$3\frac{11}{100}$	270
80	$8\frac{30}{100}$	$3\frac{21}{100}$	299
90	$9\frac{6}{100}$	$3\frac{31}{100}$	326
100	$9\frac{81}{100}$	$3\frac{49}{100}$	353
150	$13\frac{30}{100}$	$3\frac{73}{100}$	479
200	$16\frac{50}{100}$	$4\frac{4}{100}$	594
250	$19\frac{51}{100}$	$4\frac{27}{100}$	702
300	$22\frac{36}{100}$	$4\frac{47}{100}$	805
400	$27\frac{75}{100}$	$4\frac{80}{100}$	999
500	$32\frac{80}{100}$	$5\frac{7}{100}$	1183
600	$37\frac{61}{100}$	$5\frac{32}{100}$	1354

[FINIS PARTIS SECUNDÆ.]

APPENDICE I[1]

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE: „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO."

1665.

[Fig. 1.]

Adverſaria ad Dioptricen ſpectantia in quibus quæritur aberratio radiorum a foco[2]).

§ 1 [3]).

[Première Partie.]

Planoconvexa convexo radios excipiente.

$$GS \infty \frac{2}{3} GR$$ [4])

---

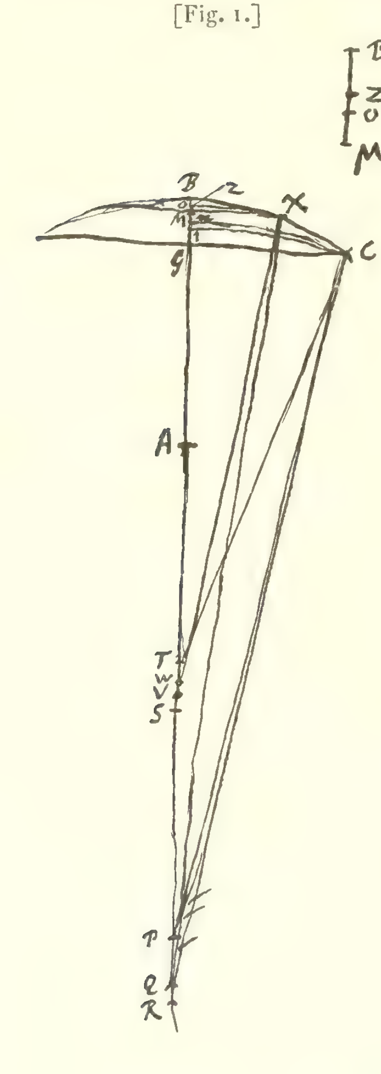
[1]) Cet Appendice est emprunté aux p. 11—27 d'un manuscrit contenant 11 feuilles séparées de quatre ou deux pages chacune. Ces pages sont numérotées de 11 à 40 avec intercalation des pp. 19.1, 31.1, 31.2 et 31.3. Le contenu des pages 1—10, qui manquent, nous est inconnu.

[2]) Ces „Adversaria" donnent la déduction des règles pour le calcul de l'aberration sphérique, communiquées, sans démonstration, aux p. 285—307 du Tome présent. Nous avons ajouté une division en paragraphes.

[3]) Ce paragraphe se rapporte au cas d'une lentille planconvexe sur laquelle tombe du côté convexe un faisceau de rayons parallèles à son axe. Dans la première partie l'aberration sphérique des rayons extrêmes est déterminée par un calcul assez embarrassé qui porte les traces d'un premier essai. Aussi Huygens est-il revenu plus d'une fois sur cette détermination; voir le § 6 de l'Appendice V, p. 402—404 et surtout les §§ 2 et 3 de l'Appendice VII, p. 419—420, où la même aberration est calculée d'une façon beaucoup plus concise et plus élégante

[4]) Dans la figure A représente le centre de courbure de la surface convexe, R le point de concours des rayons parallèles après une première réfraction

[Fig. 1.]



$$PC \infty PI \infty PG + \frac{1}{3} GB\ ^{1)};$$

$$\left. \begin{array}{r} TG + \frac{1}{2} GB \\ \frac{3}{2} \end{array} \right| \begin{array}{l} \infty TM \infty TC\ ^{2)} \\ m[ult]. \end{array}$$

$$PC \infty PG + \frac{1}{3} GB \infty \frac{3}{2} TG + \frac{3}{4} GB \infty PC\ ^{3)}$$

$$PG - \frac{5}{12} GB \infty \frac{3}{2} TG$$

$$\frac{2}{3} PG - \frac{5}{18} GB \infty TG$$

$$\text{ex } \frac{2}{3} GR \infty GS$$

$$\frac{2}{3} PR + \frac{5}{18} GB \infty TS\ ^{4)}$$

$$PC \infty PI \infty PB - \frac{2}{3} BG = \frac{3}{2} AP\ ^{5)}$$

$$PB \infty \frac{3}{2} AP + \frac{2}{3} BG$$

à cette surface, S le foyer de la lentille. Si donc l'indice de réfraction égale $\frac{3}{2}$, comme Huygens le suppose pour le verre, on a d'après le second alinéa de la p. 83 du Tome présent: $BR = 3\,BA$, $GS = \frac{2}{3}\,GR$.

[1]) Ici CP représente la direction du rayon qui, ayant passé par le point C, a subi une première réfraction à la surface convexe, CI et CM des arcs de cercle dont les centres sont respectivement P et W. La relation $PC = PI = PG + \frac{1}{3} GB$ se déduit alors facilement de la Prop. II (p. 275 du Tome présent); puisque, d'après elle, les hauteurs des demi-segments CIG et CBG doivent être inversement proportionelles aux rayons de courbure PC et AB, où PC est à peu près égal à RB, c'est-à-dire à 3AB.

[2]) TC représente le rayon qui, après avoir passé par C, a subi les deux réfractions: à la surface convexe et à la surface plane. On a donc $TC = TM = TG + \frac{1}{2} GB$; puisque le rayon de courbure du demi-segment MGC est à peu près le double de celui du demi-segment BGC.

[3]) On a trouvé $PC = PG + \frac{1}{3} GB$; mais on a de même, d'après la Prop. III, Part. I, Liv. I,

$$\text{ex BR} \propto \frac{3}{2}\text{AR}$$

$$\text{PR} \propto \frac{3}{2}\text{PR} - \frac{2}{3}\text{BG}$$

$$\frac{2}{3}\text{BG} \propto \frac{1}{2}\text{PR}$$

$$\frac{4}{3}\text{BG} \propto \text{PR}$$

$$\text{TS} \propto \frac{8}{9}\text{BG} + \frac{5}{18}\text{BG} \propto \frac{7}{6}\text{BG}$$ [6]) convexo exteriore.

Vide calculum pag. 39 [7]).

[Deuxième Partie.] [8])

$\text{MV} \propto \frac{2}{3}\text{MR}$ [9]); $\text{MX} \propto \frac{1}{2}\text{GC}$; $\text{BM} \propto \frac{1}{4}\text{BG}$;

$\text{OM} \propto \frac{1}{3}\text{BM}$, quia $\text{QX} \propto \text{QO} \propto 3\text{AB}$ [10]); $\text{OM} \propto \frac{1}{12}\text{BG}$.

---

p. 17, $PC = \nu . TC$, c'est-à-dire, dans le cas présent: $PC = \frac{3}{2}(TG + \frac{1}{2}GB)$.

[4]) D'après cette formule l'aberration TS, qui est la conséquence des réfractions aux deux surfaces de la lentille, sera connue si on connaît l'aberration PR causée par la première réfraction à la surface convexe. Il ne s'agit donc plus maintenant que de calculer PR.

[5]) Voir la Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 15, d'après laquelle $PC = \nu . AP$.

[6]) Comparez la règle énoncée à la p. 287 du Tome présent.

[7]) Voir l'Appendice V aux p. 402—404, citées déjà dans la note 3 de la p. 355.

[8]) Dans cette deuxième partie Huygens se propose de comparer les aberrations sphériques de deux lentilles planconvexes CBG et XBM qui possèdent des surfaces sphériques de même courbure, mais dont les largeurs GC et MX sont différentes, c'est-à-dire $GC = 2MX$.

[9]) Quoique dans les deux parties Huygens se serve de la même figure il attache une signification différente au point M. Ainsi dans cette deuxième partie M est le point d'intersection de la surface plane de rayon $MX = \frac{1}{2}GC$ d'une lentille BXM avec l'axe de cette lentille dont le point V indique le foyer. De cette manière la relation $MV = \frac{2}{3}MR$ est analogue à celle $GS = \frac{2}{3}GR$, qu' on trouve au début de la première partie.

[10]) C'est-à-dire: par approximation; notons que Q remplace pour la petite lentille le point P de la plus grande, comme M le point G, V le point S et O le point I. De même, dans ce qui suit, W remplace le point T et Z le point M dans sa première signification. Voir d'ailleurs, pour la situation réciproque des points M, O, Z, B la petite figure en haut et à droite de la Fig. 1

$$\text{QM}\,[1]) + \frac{1}{12}\text{BG} \propto \text{QO};\ \text{WM} + \frac{1}{8}\text{BG} \Big| \propto \text{WZ}$$

$$\frac{3}{2} \Big| \text{m[ult].}$$

$$\text{QM} + \frac{1}{12}\text{BG} \propto \frac{3}{2}\text{WM} + \frac{3}{16}\text{BG}$$

$$\text{QM} - \frac{5}{48}\text{BG} \propto \frac{3}{2}\text{WM}$$

$$\frac{2}{3}\text{QM} - \frac{5}{72}\text{BG} \propto \text{WM}$$

$$\text{ex } \frac{2}{3}\text{MR} \propto \text{MV}$$

$$\frac{2}{3}\text{QR} + \frac{5}{72}\text{BG} \propto \text{WV}$$

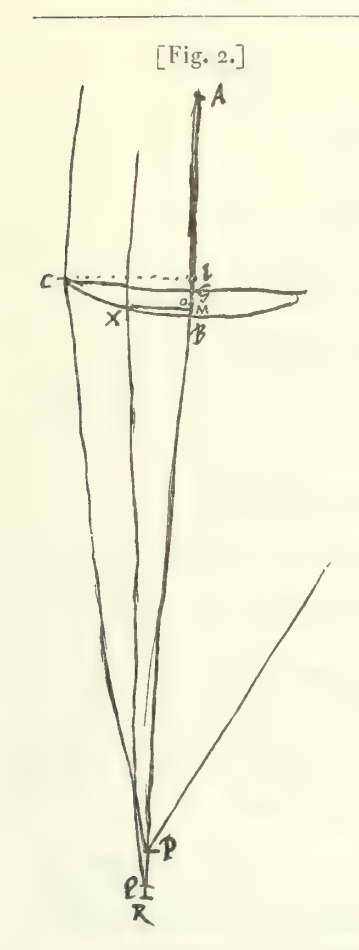
$$\text{ſed QR} \propto \frac{1}{4}\text{PR},\ \text{et } \frac{5}{72}\text{BG} \propto \frac{1}{4}\text{ de } \frac{5}{18}\text{BG}\,[2]).$$

Ergo WV $\propto \frac{1}{4}$ TS. hoc nihil opus demonſtrare poſtquam oſtenſum quod aberratio TS $\propto \frac{7}{6}$BG, et aberratio WV $\propto \frac{7}{6}$ BM.

---

[1]) Dans les formules qui suivent Huygens applique à la petite lentille BXM les mêmes raisonnements qui l'ont guidé dans le paragraphe précédent, jusqu'au moment où il est arrivé à la relation; $\frac{2}{3}$QR + $\frac{5}{72}$BG $\propto$ WV.

[2]) Dans l'ordre logique des choses Huygens devrait calculer QR de la même manière dont il a calculé PR dans la première partie, mais il aperçoit que la relation PR = $= \frac{4}{3}$BG implique, dans le cas de la petite lentille, la relation QR $= \frac{4}{3}$BM, dont on déduit QR $= \frac{1}{4}$PR, puisque BM $= \frac{1}{4}$BG. En comparant ensuite terme pour terme l'expression qu'il vient de trouver pour WV avec celle pour TS trouvée en premier lieu (p. 356) dans la partie précédente, il lui est facile d'en conclure WV $= \frac{1}{4}$TS; mais il ne manque pas d'observer que ce résultat n'avait pas besoin d'une démonstration élaborée, puisqu'il se déduit immédiatement en appliquant à la petite lentille le résultat obtenu (p. 357) pour la plus grande ainsi qu'il le montre dans la dernière phrase de ce § 1. En même temps il aura entrevu probablement la verité de la Prop. VI (p. 307 du Tome présent), dont il a prouvé ainsi un cas particulier.



[Fig. 2.]

§ 2 [3]).

[Première Partie.]

$$BR \propto \frac{2}{3} AR \text{ [4])}$$

$$PC \propto PI \propto PB + \frac{3}{2} BG \propto \frac{2}{3} AP \text{ [5])}$$

$$PB \propto \frac{2}{3} AP - \frac{3}{2} BG$$

$$\text{ex } RB \propto \frac{2}{3} AR$$

$$PR \propto \frac{2}{3} RP + \frac{3}{2} BG$$

$$\frac{1}{3} RP \propto \frac{3}{2} BG$$

$RP \propto \frac{9}{2} BG$ in lente planoconvexa plano exteriore seu radios excipiente [6]).

[Deuxième Partie.] [7])

foraminis diametro subdupla radijs in planum incidentibus.

$$QX \propto QO \propto QB + \frac{3}{8} BG \propto \frac{2}{3} AQ$$

---

[3]) Ce paragraphe se rapporte au cas d'une lentille planconvexe sur le côté plan de laquelle tombe un faisceau de rayons parallèles à son axe. L'arrangement de la page dont nous avons emprunté le § 1 et ce § 2 ne laisse aucun doute que la première partie du § 1 a précédé celle du § 2; mais il en est autrement des deuxièmes parties. Il est probable que celle du § 2 a été rédigée avant celle du § 1 et il est certain qu'elle le fut avant que la dernière phrase du § 1: „hoc nihil", etc. fut écrite.

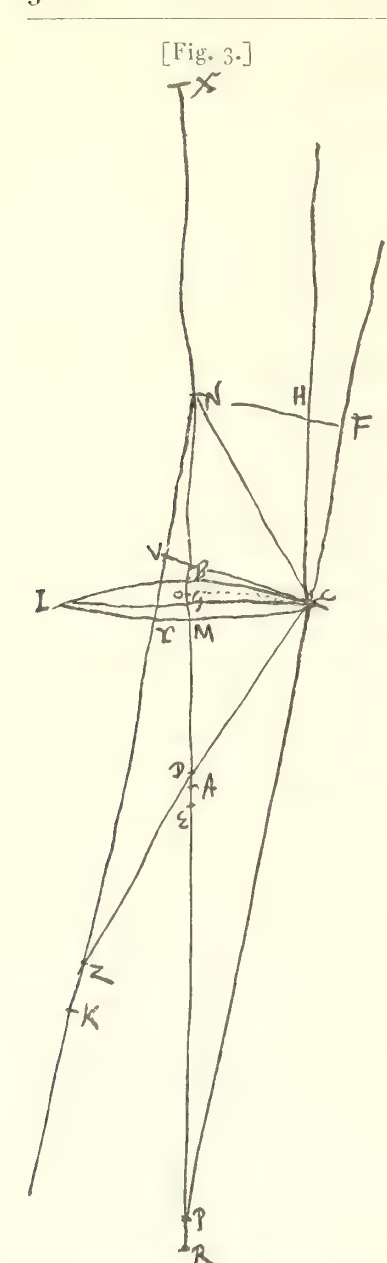
[4]) R représente le foyer de la lentille, A le centre de courbure, donc $BR = 2\,AB$; comparez Prop. XIV, Part. I, Liv. I, p. 81 du Tome présent.

[5]) CP représente le rayon qui a subi la réfraction en C, CI un arc de cercle dont P est le centre; on a donc $PI = PB + BG + GI = PB + \frac{3}{2} BG$, d'après la Prop. II p. 275, et $PC = \frac{2}{3} AP$, d'après la Prop. III, Part. I, Liv. I, p. 17.

[6]) Comparez la règle de la p. 285 du Tome présent.

[7]) Influence sur l'aberration sphérique d'une diminution de la surface réfringente.

[Fig. 3.]



$$QB \infty \frac{2}{3} AQ - \frac{3}{8} BG$$

$$\text{ex } BR \infty \frac{2}{3} AR$$

$$QR \infty \frac{2}{3} QR + \frac{3}{8} BG$$

$$\frac{1}{3} QR \infty \frac{3}{8} BG$$

$$QR \infty \frac{9}{8} BG$$

§ 3 [1]).

[Première Partie.]

AB [Fig. 3] [2]) $\infty\ a$; NM $\infty\ n$; BG $\infty\ b$

PR $\infty \frac{4}{3} b$ [3]); PC ∞ PO ∞ PB $- \frac{2}{3} b$ [4])

$$\text{fed } PB \infty 3a - \frac{4}{3} b$$

$$\frac{2}{3} b$$

$$PC \infty 3a - 2b$$

[1]) Ce paragraphe s'occupe du cas d'une lentille à deux surfaces convexes. Dans la première partie l'aberration sphérique d'une telle lentille est exprimée en fonction des rayons de courbure a et n et de l'épaisseur q.

[2]) Les notations de la figure sont conformes à celles de la Fig. 15, p. 289 du Tome présent, lesquelles sont expliquées dans le texte qui appartient à cette dernière figure. En voici le résumé: N et A sont les centres de courbure des surfaces de la lentille, E est son foyer, R le point de concours des rayons parallèles à l'axe venant du côté N après leur première réfraction à la surface IBC, X celui des rayons parallèles à l'axe venant de l'autre côté après la réfraction à la surface IMC, HC est un des rayons extrêmes parallèles à l'axe, CP la direction qu'il prend après la première réfraction à la surface IBC, CZ celle après les deux réfractions; NK est parallèle à FCP, NF et VC y sont perpendiculaires; enfin K est le point de concours, après leur réfraction à la surface IMC, des rayons qui se meuvent dans l'intérieur de la lentille dans la direction CP.

[3]) Voir, p. 357, la première partie du § 1, vers la fin.

[4]) D'après la Prop. II, p. 275, on a OG $= \frac{1}{3}$ BG; donc BO $= \frac{2}{3} b$.

NM (n) ad AB (a) ut BG (b) ad MG $\left(\frac{ab}{n}\right)$ [5])

$$RN \infty 3a + n - b - \frac{ab}{n}$$

$$RP \infty \frac{4}{3}b$$

$$PN \infty 3a + n - \frac{7}{3}b - \frac{ab}{n}$$

ratio qu. PC ad qu. PN sive qu. CG ad qu. CV [6]) ∞ MG ad VY [7])

qu. PC $(9aa)$ ad qu. PN $(9aa + 6an + nn)$ [8]) ut MG $\left(\frac{ab}{n}\right)$ ad VY $\left(\frac{ab}{n} + \frac{2}{3}b + \frac{bn}{9a}\right)$

ZK $\infty \frac{9}{2}$ VY $\infty \frac{9}{2}\frac{ab}{n} + 3b + \frac{1}{2}\frac{bn}{a}$ vide pag. 11 [9])

ex KN $3n$

ZN $3n - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - 3b - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}$

PC $3a - 2b$

PC + ZN $3n + 3a - 5b - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}$

PC + ZN $\left(3n + 3a - 5b - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}\right)$ ad PC $(3a - 2b)$ ut NP $\left(3a + n - \frac{7}{3}b - \frac{ab}{n}\right)$ ad PD

$$PD\ [10])\ \infty \frac{9aa + 3an - 13ab - 2bn + \frac{14}{3}bb - \frac{3aab}{n} + \frac{2abb}{n}}{3a + 3n - 5b - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}}$$

$$RX \infty BR + MX - BM \infty 3a + 3n - b - \frac{ab}{n}$$

RX $\left(3n + 3a - b - \frac{ab}{n}\right)$ ad RN $\left(3a + n - b - \frac{ab}{n}\right)$ ut RM $\left(3a - b - \frac{ab}{n}\right)$ ad RE [11])

---

[5]) D'après la même Prop. II.

[6]) Par suite de la similitude des triangles PGC et PFN et puisque FN = VC.

[7]) D'après la Prop. I, p. 273.

[8]) La première approximation est ici suffisante.

[9]) Voir, p. 359, la première partie du § 2, vers la fin.

[10]) Nous supprimons quelques calculs.

[11]) Il s'agit de trouver le foyer E de la lentille d'après la règle donnée dans la Prop. XVI, Part. I, Liv. I, p. 87 du Tome présent.

$$RE\,^{1)} \infty \frac{9aa + 3an - 7ab - \frac{6aab}{n} - bn + \frac{2abb}{n} + bb + \frac{aabb}{nn}}{3a + 3n - b - \frac{ab}{n}}$$

$$RP \infty \frac{4}{3} b$$

f[ubt].

$$PE\,^{1)} \infty \frac{9aa + 3an - 11ab - 5bn - \frac{6aab}{n} + \frac{7}{3}bb + \frac{10}{3}\frac{abb}{n} + \frac{aabb}{nn}}{3a + 3n - b - \frac{ab}{n}}$$

PE auferenda ex PD reducta utraque fub eundem denomin. [2])

$$3a + 3n - 5b - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}$$

$$3a + 3n - b - \frac{ab}{n}$$

$$9aa + 9an - 15ab - \frac{27}{2}\frac{aab}{n} - \frac{3}{2}bn$$

$$+ 9an + 9nn - 15bn - \frac{27}{2}ab - \frac{3}{2}\frac{bnn}{a}$$

$$- 3ab - 3bn + 5bb + \frac{9}{2}\frac{abb}{n} + \frac{1}{2}\frac{bbn}{a}$$

$$- \frac{3aab}{n} - 3ab + \frac{5abb}{n} + \frac{9}{2}\frac{aabb}{nn} + \frac{1}{2}bb$$

$$9aa + 18an + 9nn - 34\frac{1}{2}ab - 19\frac{1}{2}bn$$

$$- 16\frac{1}{2}\frac{aab}{n} - \frac{3}{2}\frac{bnn}{a}$$

[1]) Nous supprimons quelques calculs.

[2]) Voir les trois multiplications qui suivent. Dans la première le produit des denominateurs es déterminé; mais dans le résultat les termes sont omis qui contiennent la seconde puissance de b. Huygens aurait pu aller plus loin et omettre tous les termes qui ont b pour facteur, comme il le fera dans la suite. Dans la deuxième multiplication le numérateur de PE est multiplié par le dénominateur de PD; dans la troisième le numérateur de PD par le dénominateur de PE.

$$9aa + 3an - 11ab - 5bn - \frac{6aab}{n} + \frac{7}{3}bb + \frac{10}{3}\frac{abb}{n} + \frac{aabb}{nn}$$

$$3a + 3n - 5b - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}$$

multiplicantur hæc ut tantum ſcribantur in quibus unum b [3]).

$$-33aab - 15abn - \frac{18a^3b}{n} - 33abn - 15bnn - 18aab$$

$$-45aab - 15abn - \frac{81}{2}\frac{a^3b}{n} - \frac{27}{2}aab - \frac{9}{2}abn - \frac{3}{2}bnn$$

$$-109\tfrac{1}{2}aab - 67\tfrac{1}{2}abn - 58\tfrac{1}{2}\frac{a^3b}{n} - 16\tfrac{1}{2}bnn$$

$$9aa + 3an - 13ab - 2bn - \frac{3aab}{n}\ {}^{4})$$

$$3a + 3n - b - \frac{ab}{n}$$

$$-39aab - 6abn - \frac{9a^3b}{n}$$

$$-39abn - 6bnn - 9aab$$

$$-9aab \quad -3abn$$

$$-\frac{9a^3b}{n} \quad -3aab$$

$$-60aab - 48abn - 6bnn - \frac{18a^3b}{n}$$

$$\text{ED}\ \frac{49\frac{1}{2}aab + 19\frac{1}{2}abn + 40\frac{1}{2}\frac{a^3b}{n} + 10\frac{1}{2}bnn}{9aa + 18an + 9nn - 19\frac{1}{2}bn - 16\frac{1}{2}\frac{aab}{n} - \frac{3}{2}\frac{bnn}{a} - 34\frac{1}{2}ab}\ \text{bon}$$

---

[3]) Les termes qui ne contiennent pas b devront disparaître dans l'expression pour DE, puisque cette grandeur doit s'annuler pour $b = 0$, et ceux qui contiennent bb seront négligeables.

[4]) C'est le numérateur de l'expression pour PD après que les termes qui contiennent bb ont été écartés.

$\dfrac{33aab + 13abn + 27\dfrac{a^3b}{n} + 7nnb}{6\,\square\, \overline{a+n}} \infty$ DE [1]) bon in divisore hoc rursus omisi in quibus b.

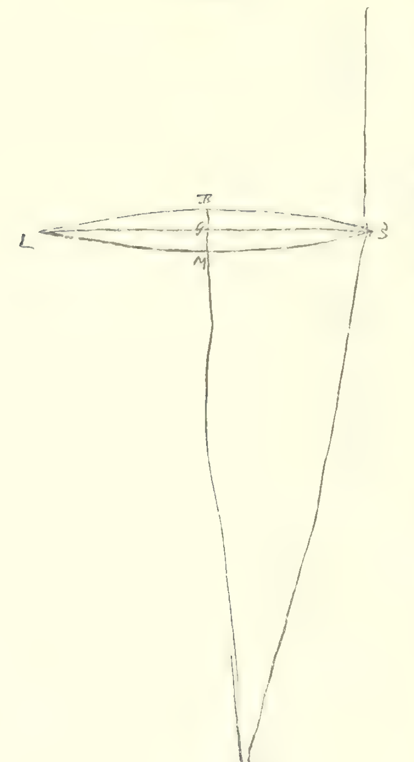
$$\text{sit } b + \frac{ba}{n} \infty q \text{ crassitudo totius lentis BM}$$

$$nb + ab \infty nq \;;\; b \infty \frac{nq}{n+a}$$

$$\frac{33aanq + 13annq + 27a^3q + 7n^3q}{6 \text{ cub. } \overline{a+n}} \infty \text{DE}^{2)} \text{ bon}$$

dividitur per $a + n$ et fit $\dfrac{7nnq + 6anq + 27aaq}{6\,\square\, \overline{a+n}}$. Regula optima [3]).

[Fig. 4.]



$q \infty$ BM [Fig. 4].
$a \infty$ radius convexitatis LBS in quam radij incidunt parall.
$n \infty$ radius convexitatis LMS.

E punctum concursus parallelorum. DE spatium in axe intra quod radij omnes paralleli coguntur, quod spatium DE per regulam hanc definitur [4]).

---

[1]) Huygens annota plus tard : „hoc jam dividitur per $an + nn$"; ce qu'il a découvert peut-être à propos de la réduction mentionnée dans la note suivante.

[2]) Plus tard, posant $a + n = v$ et substituant $n = v - a$ dans la formule présente, Huygens a trouvé encore

$$„\frac{28aavq - 8avvq + 7v^3q}{6v^3} \infty \frac{28aaq - 8avq + 7vvq}{6vv} \infty \text{DE}"$$

et il applique cette formule aux suppositions DE $= \frac{6}{5}q$, $5q$ et $\frac{9}{2}q$, trouvant respectivement dans ces cas: „$3{,}23a \infty v$" „$1{,}261\,a \infty v$" et „$a \infty v$". Le premier résultat est exact; la seconde solution qui appartient au même cas représente une lentille concavo-convexe. Le second résultat, $1{,}261\ a = v$, repose sur une erreur de calcul. On trouve $v < a$, ce qui amène une lentille convexo-concave; l'autre solution indiquant une concavo-convexe. À propos du dernier

[DEUXIÈME PARTIE.] [5])

$$\frac{33aanq + 13annq + 27a^3q + 7n^3q}{6 \text{ cub. } a + n}\ ^{6)} \infty \frac{7}{6}q$$

$$33aan + 13ann + 27a^3 + 7n^3 \infty 7 \text{ cub. } a + n \infty 7a^3 + 21aan + 21ann + 7n^3$$

$$12aan - 8ann + 20a^3 \infty 0$$

$$3an - 2nn + 5aa \infty 0$$

$$\frac{3}{2}an + \frac{5}{2}aa \infty nn$$

$\frac{5}{2}a$ [7]) $\infty\, n$ lens quæ tantundem valet ac plano-convexa convexo exterius locato.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{9}{16}aa$$

$$\frac{40}{16}aa$$

$$\sqrt{\frac{49}{16}} \infty \frac{7}{4}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{10}{4} \quad \frac{5}{2}$$

résultat Huygens remarque: „imposs. nisi $a \infty$ o. rectè"; ce qui prouve qu'il ne s'est pas aperçu de la véritable solution $a = \infty$, qui convient au cas de la lentille planconvexe, la seconde solution $v = -\frac{7}{5}a$ appartenant à une concavo-convexe.

[3]) Comparez la p. 291 du Tome présent.

[4]) À la page du manuscrit qui suit on trouve encore un calcul indépendant du cas $a = n$. Huygens y trouve DE $= \frac{5}{3}$ BM et fait suivre: „hoc idem ex regula pag. 17" [la „Regula optima"] „poterat haberi".

[5]) Dans cette deuxième partie Huygens calcule le rapport qui doit exister entre les deux rayons de courbure afin que l'aberration sphérique d'une lentille qui est convexe des deux côtés, soit égale à celle d'une lentille planconvexe équivalente, c'est-à-dire d'égale épaisseur, largeur et distance focale, tournant vers les rayons son côté convexe.

[6]) La réduction de cette fraction par la suppression du facteur $(a + n)$ n'avait donc pas encore été accomplie par Huygens, lorsqu'il composa cette partie du § 3.

[7]) Voir le petit calcul à côté.

[Troisième Partie.] [1])

$$\frac{33aab + 13abn + 27\frac{a^3b}{n} + 7nnb}{6\,\square\,\overline{a+n}} \propto \text{DE}$$

d foci diſtantia; $n \propto \frac{ad}{2a-d}$ [2]); $a + n \propto \frac{2aa}{2a-d}$.

$$\frac{33aab + \frac{13aabd}{2a-d} + \frac{54a^3b - 27aadb}{d} + \frac{7aaddb}{4aa-4ad+dd}}{\frac{24a^4}{4aa-4ad+dd}} \propto \text{DE}$$

$$\frac{\frac{27aab}{d} - 24ab + 7db}{3a} \propto \text{DE}\ ^{3)}$$

$$\frac{27aab - 24adb + 7ddb}{3ad} \propto \text{DE};\ \frac{2ab}{d} \propto \text{BM} \propto q\ ^{4)};\ b \propto \frac{dq}{2a};$$

$$\frac{27aq - 24dq + 7\frac{ddq}{a}}{6a} \propto \frac{\frac{9}{2}aaq - 4adq + \frac{7}{6}ddq}{aa} \propto \text{DE}$$

per regulam maximi et minimi [5]). ut DE ſit minima; $+ 4adq \propto \frac{7}{3}ddq$; $12a \propto 7d$; $a \propto \frac{7}{12}d$; determinatio lentis optimæ ad colligendos radios parallelos.

[1]) Dans cette partie Huygens détermine quel doit être le rapport des deux rayons de courbure, afin que l'aberration sphérique devienne un minimum en comparaison avec celle de toute autre lentille possédant la même distance focale, la même largeur et, par conséquent (voir la Prop. III, p. 277), la même épaisseur. À cet effet il commence par introduire la distance focale d dans l'expression pour DE, qu'il a trouvée dans la première partie et dont il n'a pas encore reconnu la réductibilité par le facteur $(a+n)$.

[2]) Voir le dernier alinéa de la Prop. XVI, Part. I, Liv. I, p. 89, d'après lequel pour une lentille en verre $(a+n) : a = 2n : d$.

[3]) Nous supprimons quelques calculs.

[4]) On a $nq = (n+a)\,b$ (voir la p. 364) et $d\,(n+a) = 2an$ (voir la note 2).

[5]) Il s'agit de la règle de Hudde. Consultez la note 11, p. 166 du Tome présent.

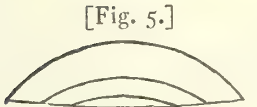
$$n \infty \frac{ad}{2a-d} \infty \frac{7}{2}d$$

$$a \text{ ad } n \text{ ut } \frac{7}{12}d \text{ ad } \frac{7}{2}d, \text{ ut 1 ad 6.}$$

Radius convexi objectivi ad radium convexi interioris in lente optima ut 1 ad 6.

εὕρηκα. 6 Aug. 1665.

[Fig. 5.]



Confiderandum eft poni in his omnibus proportionem refractionis vitri ut 3 ad 2 [6]).

Poterat methodus maximi et minimi applicari Regulæ pag. 17, atque inde inveniri hæc definitio lentis optimæ ponendo n incognitam a et q cognitas [7]).

$$\frac{9}{2}q - 4\frac{dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa} \infty \text{DE bon.}$$

$$\frac{9}{2}q - \frac{4dq}{\frac{7}{12}d} + \frac{\frac{7}{6}ddq}{\frac{49}{144}dd} \infty \text{DE quando } a \infty \frac{7}{12}d$$

$$\frac{15}{14}q \infty \text{DE } ^{3)} \text{ in lente optima.}$$

[Quatrième Partie.] [8])

$$\frac{\frac{9}{2}aaq - 4adq + \frac{7}{6}ddq}{aa} \infty \frac{7}{6}q$$

$$27aaq - 24adq + 7ddq \infty 7aaq$$

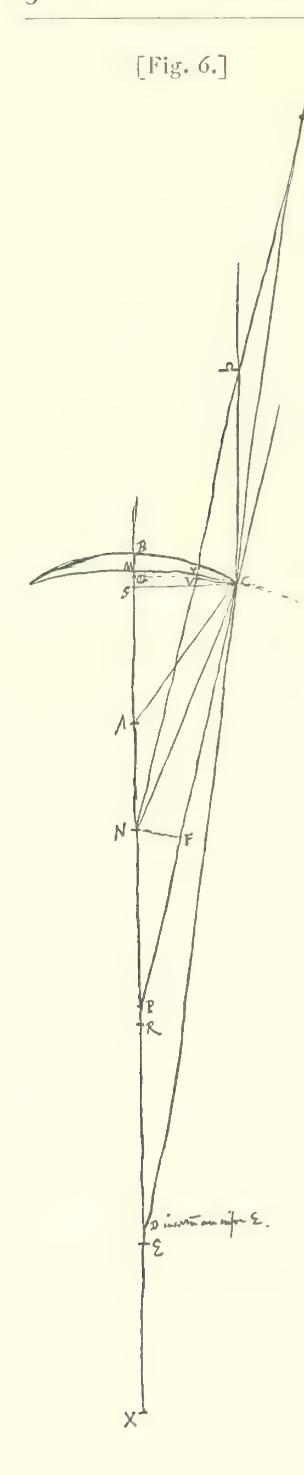
---

[6]) Voir la p. 13 du Tome présent.

[7]) Il s'agit de la „Regula optima", p. 364, d'après laquelle DE $= \frac{7n^2 + 6an + 27a^2}{6(a+n)^2}q$. Or, le minimum de cette expression pouvait s'obtenir par la règle mentionnée dans la note 5, qui, dans le cas présent, en omettant les constantes 6 et q, conduit à l'équation: $-48a^3n - 40a^2n^2 + 8an^3 = 0$, ou $n^2 - 5an - 6a^2 = 0$; d'où l'on pouvait conclure $n = 6a$.

[8]) Le problème résolu dans la deuxième partie de ce même paragraphe est repris avec la formule nouvelle qui contient la distance focale au lieu du rayon de courbure n.

[Fig. 6.]



$$20aa - 24ad + 7dd \propto 0$$

$$aa \propto \frac{24}{20}ad - \frac{7}{20}dd$$

$$a \propto \frac{7}{10}d$$ [1]) vel $\frac{1}{2}d$ [2]); $n \propto \frac{ad}{2a-d} \propto \frac{7}{4}d.$

§ 4 [3]).

[Première Partie.]

AB $\propto$ a [Fig. 6]; NM $\propto$ n; BG $\propto$ b.

$$\frac{33aab - 13abn - \frac{27a^3b}{n} + 7bnn}{6nn - 12an + 6aa} \propto \text{ED}$$ [4])

vel mutatis fignis + et — in numeratore [5]). poterat dividi per $n - a$, et fiebat

---

[1]) Cette première solution amènera $n = \frac{5}{2}a$, comme dans la deuxième partie du paragraphe présent.

[2]) Inutile de dire que cette seconde solution correspond à la lentille planconvexe, où $n = \infty$.

[3]) Ce paragraphe traite le cas d'une lentille concavo-convexe tournant vers les rayons sa surface convexe. Dans la première partie il s'agit du calcul de l'aberration sphérique en fonction des rayons de courbure AB $= a$ et NM $= n$ et de l'épaisseur BM de la lentille.

[4]) Nous supprimons les calculs qui ont amené ce résultat. Ils ressemblent tellement à ceux de la première partie du § 3 qu'il nous a paru inutile de les reproduire.

[5]) Comme on le voit par l'annotation „incertum an infra E" qu'on trouve dans la figure 6 près du point D, Huygens a été incertain au début de quel côté du point E, foyer de la lentille, se trouverait le point D, où le rayon ΩC, après les deux réfractions, coupe l'axe BA de la lentille. Toutefois dans ses calculs il a supposé la situation relative de ces deux points telle qu'elle est dans la figure. Il a donc posé DE = PE — PD et c'est de cette manière qu'il a trouvé la valeur de DE. Si, par contre, la supposition contraire était la véritable on devrait changer les signes dans le numérateur.

$$\frac{7bn - 6ab + \frac{27aab}{n}}{6n - 6a} \infty \text{ED}$$ [6])

$$\text{sit } b - \frac{ba}{n} \infty q \text{ [7]) BM}$$

$$nb - ab \infty nq$$

$$b \infty \frac{nq}{n - a}$$

$$\frac{33aanq - 13annq - 27a^3q + 7n^3q}{6 \text{ cub. } n - a} \text{ ED}$$

dividatur per $n - a$ et fit $\frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \square n - a}$ vel $\frac{-27aa + 6an - 7nn}{6 \square n - a}[q]$ fed hoc effe nequit quia $7nn$ major quam $6an$ quia n major quam a. Ergo PD femper auferenda eft a PE pag. antecedenti in fine [8]). Unde liquet femper D cadere fupra focum menifci E.

$\frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \square n - a}$ DE. Regula ad inveniendam DE ex datis femidiametris convexæ et concavæ fuperficiei in menifco.

n radius cavæ fuperf.; a radius convexæ quæ radios parallelos excipit; q craffitudo menifci.

[Deuxième Partie.] [9])

$$\text{foci diftantia } d \infty \frac{2an}{n - a};\ n \infty \frac{da}{d - 2a};\ n - a \infty \frac{2aa}{d - 2a}$$

$$\text{DE } \frac{27aaq - \frac{6aadq}{d - 2a} + \frac{7ddaaq}{dd - 4ad + 4aa}}{\frac{24a^4}{dd - 4ad + 4aa}}$$

---

[6]) Cette remarque fut ajoutée plus tard. Dans ce qui suit Huygens va partir de la formule plus compliquée qui précède.

[7]) Dans les calculs que nous avons supprimés Huygens avait trouvé MG $= \frac{ba}{n}$.

[8]) Voir la note 5.

[9]) Dans cette partie Huygens s'efforce à déterminer quel doit être le rapport de n à a pour que l'aberration sphérique devienne un minimum pour une lentille concavo-convexe dont la distance focale et la largeur (et par suite aussi l'épaisseur) sont données. À cet effet il commence par introduire dans la formule la distance focale d au lieu du rayon n.

$\frac{7}{6}\frac{ddq}{aa} - \frac{4}{}\frac{dq}{a} + \frac{9}{2}q$ vel $\frac{7ddq - 24adq + 27aaq}{6aa}$ ∞ DE. Regula in menifco.

$$14ddq \infty 24adq \quad \frac{\frac{7}{12}dd}{d - \frac{7}{6}d} \infty \frac{\frac{7}{12}dd}{\frac{1}{6}d} \infty - \frac{7}{2}d \infty n \text{ impossibile}$$

[1])

$$7d \infty 12a$$

$$\frac{7}{12}d \infty a$$

hic ergo regula de max. et min. non dat determinationem quia itur ad impossibilem [2]).

[Troisième Partie.] [3])

$$\frac{7ddq - 24adq + 27aaq}{6aa} \infty 100q$$

$$dd \infty \frac{24}{7}ad + \frac{573}{7}aa; \; d \infty 87a$$ [4]) circiter.

$$7dd \infty 24ad - 27aa$$ [5])

$$dd \infty \frac{24}{7}ad - \frac{27}{7}aa$$

$$\frac{144}{7 \cdot 7} - \frac{189}{7 \cdot 7} \text{ imposs.}$$

[Fig. 7.]



$$\frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \text{ qu. } n - a} \infty \frac{9}{2}q$$ [6])

$$27aaq - 6anq + 7nnq \infty 27nnq - 54anq + 27aaq$$

$$48an \infty 20nn$$

$$\frac{12}{5}a \infty n$$

[1]) Application de la règle de Hudde pour les maxima et minima. Comparez la note 5, p. 366.

[2]) Comparez la note 3 de la p. 295.

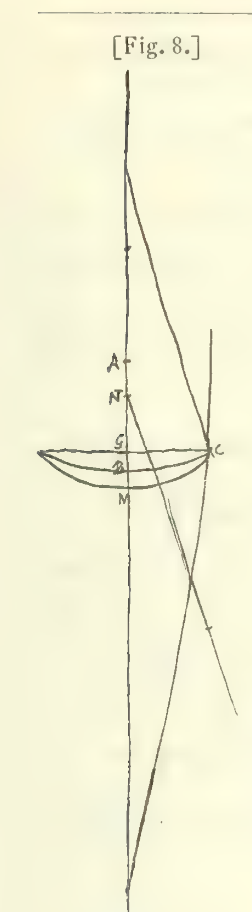
[3]) Calcul, pour quelques cas spéciaux, de la distance focale pour une aberration de valeur donnée.

[4]) En verité $d = 11a$ environ.

[5]) Huygens recherche ici si l'aberration sphérique pourrait s'annuler pour un certain rapport entre les deux rayons de courbure.

[6]) Calcul de la forme (Fig. 7) d'une lentille concavo-convexe équivalente sous le rapport de l'aberration à une lentille planconvexe de même épaisseur, largeur et distance focale, tournant le côté plan aux rayons.

[Fig. 8.]



§ 5 [7]).

$$AB\ [\text{Fig. } 8] \infty\ a;\ NM \infty\ n;\ \frac{7ddq + 24adq + 27aaq}{6aa}\ \text{DE}$$

$$\frac{2an}{a-n} \infty\ d;\ \frac{\dfrac{28aannq}{aa-2an+nn} + \dfrac{48aanq}{a-n} + 27aaq}{6aa}\ \text{DE}$$

$$\frac{7nnq - 6anq + 27aaq}{6\square\ a-n}\ \text{DE}$$

§ 6 [8]).

$$AB\ [\text{Fig. } 9] \infty\ a;\ NM\,^{9)} \infty\ n;\ BG \infty\ b;\ PR \infty\ \frac{4}{3}b\,^{10)}$$

MN (n) ad AB (a) ut BG (b) ad Mγ $\left(\frac{ab}{n}\right)$ [11])

ut qu. $\delta\gamma$ ad qu. $\varkappa$V ſive ut qu. CG ad qu. FN ſive ut qu. PC ad qu. PN ita Mγ ad YV [12]).

---

[7]) Dans ce paragraphe il s'agit du cas d'une lentille concavo-convexe qui tourne sa concavité du côté d'où viennent les rayons de lumière. Ce cas ne se trouve pas traité par Huygens indépendamment des autres, et il semble avoir estimé que pour l'examiner il suffirait de changer a en $-a$ dans la formule qui, dans le cas du § 4, p. 370, donne l'aberration sphérique d'une lentille concavo-convexe en fonction de la distance focale d, de l'épaisseur q et du rayon de courbure a de la surface extérieure convexe. C'est, du moins, d'une formule qu'on peut obtenir de cette manière à l'aide de celle qu'on trouve en haut de la p. 370 qu'il va partir pour en déduire ensuite la formule qui donne l'aberration en fonction des deux rayons de courbure, a et n, et de l'épaisseur q.

[8]) Ce paragraphe traite le cas d'une lentille biconcave.

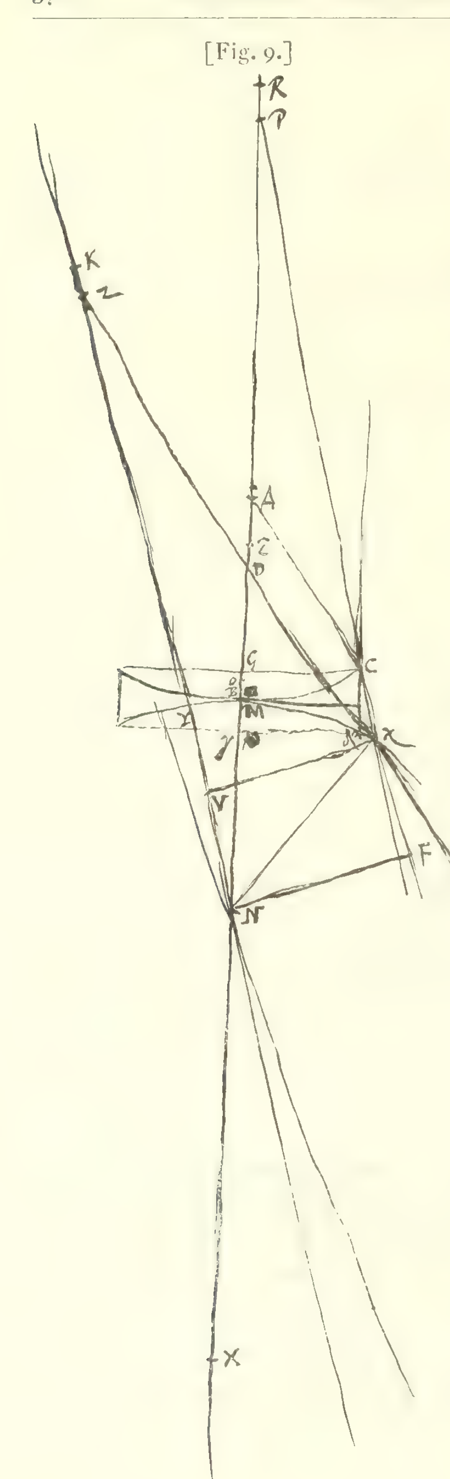
[9]) Les points M et B coïncident; comparez le troisième alinéa des „Definitiones", p. 277.

[10]) R est le point de dispersion des rayons parallèles après leur réfraction à la surface BC; PCF représente la direction du rayon extrême, parallèle à l'axe, après sa réfraction à cette surface. PR se trouverait égale à $\frac{4}{3}$BG $= \frac{4}{3}b$ par un calcul tout semblable à celui qu'on rencontre vers la fin de la première partie du § 1 de cet Appendice (p. 357); mais ce calcul manque dans le manuscrit.

[11]) D'après la Prop. II, p. 275.

[12]) D'après la Prop. I, p. 273. NYZ est parallèle à FCP. YV, à laquelle V$\varkappa$ et NF sont perpendiculaires, est considérée comme la hauteur du demi-segment Y$\delta\varkappa$VY.

[Fig. 9.]



$$\text{qu. P}\varkappa\ (9aa) \text{ ad qu PN } (9aa+6an+nn)$$
$$\text{five qu. } \varkappa\gamma \text{ ad qu. NF vel } \varkappa\text{V}$$
$$\text{ut M}\gamma\left(\frac{ab}{n}\right) \text{ ad VY} \left(\frac{ab}{n}+\frac{2}{3}b+\frac{bn}{9a}\right)$$ [1])

fi fumatur loco $9aa$ verum quadr. P$\varkappa$ quæ inventa eft $3a-b+\frac{ab}{n}$ ut infra patet, fiet tamen, rejectis bb, VY $\infty\ \frac{ab}{n}+\frac{2}{3}b+\frac{1}{9}\frac{bn}{a}$ ut hic.

$3a-\frac{4}{3}b$ BP
b BG
$3a-\frac{7}{3}b$ PG

PB $3a-\frac{4}{3}b$
Mγ $\frac{ab}{n}$
Pγ $3a-\frac{4}{3}b+\frac{ab}{n}$

PG $\left(3a-\frac{7}{3}b\right)$ ad PC $(3a-2b)$ [2]) ut
P$\gamma\left(3a-\frac{4}{3}b+\frac{ab}{n}\right)$ ad P$\varkappa$

$$3a-\frac{4}{3}b+\frac{ab}{n}$$
$$3a-2b$$
$$\frac{9aa-4ab+\frac{3aab}{n}-6ab+\frac{8}{3}bb-\frac{2abb}{n}}{3a-\frac{7}{3}b}\ \text{P}\varkappa$$

$$\frac{9aa-10ab+\frac{3aab}{n}}{3a-\frac{7}{3}b}\ \text{P}\varkappa$$

[1]) D'après la Prop. I, p. 273.

[2]) Voir la première partie du § 3 de l'Appendice I, p. 360.

facta divisione et rejectis bb fit $3a - b + \frac{ab}{n}$ P$\varkappa$

$$\text{ZN} \infty 3n - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - 3b - \frac{1}{2}\frac{bn}{a} \text{ eadem quæ pag. 14 [3]}$$

$$\text{P}\varkappa + \text{ZN} \infty 3a + 3n - \frac{7}{2}\frac{ab}{n} - 4b - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}$$

$$3a + n \infty \text{RN}$$

$$\frac{4}{3}b \infty \text{RP}$$

$$3a + n - \frac{4}{3}b \infty \text{PN}$$

$$\text{NZ} + \varkappa\text{P}\left(3a + 3n - \frac{7}{2}\frac{ab}{n} - 4b - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}\right) \text{ ad } \varkappa\text{P}\left(3a - b + \frac{ab}{n}\right)$$

$$\text{ut NP}\left(3a + n - \frac{4}{3}b\right) \text{ ad PD [4]}$$

$$\frac{9aa + 3an - 6ab - nb + \frac{4}{3}bb - \frac{4}{3}\frac{abb}{n} + \frac{3aab}{n}}{3a + 3n - \frac{7}{2}\frac{ab}{n} - 4b - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}} \text{ PD [5]}$$

$$\text{RX }(3a + 3n) \text{ ad RN }(3a + n) \text{ ut RM }(3a) \text{ ad RE}\left(\frac{3aa + an}{a + n}\right) \text{[6]}$$

$$\text{RP } \frac{4}{3}b$$

$$\text{PE } \frac{3aa + an - \frac{4}{3}ab - \frac{4}{3}bn}{a + n}$$

PE subtrahenda à PD

---

[3]) Il s'agit de la première partie du § 3, p. 361, où la même formule est déduite pour le cas analogue d'une lentille biconvexe. Ajoutons, que ZD$\varkappa$ représente le rayon extrême, passant par C et parallèle à l'axe, après sa seconde réfraction par la surface Mδ, qui est supposée prolongée jusqu' en $\varkappa$.

[4]) À cause du parallélisme de NZ et de P$\varkappa$.

[5]) Nous supprimons le calcul.

[6]) Détermination du foyer E de la lentille d'après la règle de la Prop. XVII, Part. I, Liv. I, p. 91 du Tome présent.

$$-6aab-anb-6abn-bnn$$

$$+3aab+\frac{3a^3b}{n}$$

$$-3aab-anb-6abn-bnn+\frac{3a^3b}{n}\ \text{PD}$$ [1])

$$-19\tfrac{1}{2}aab-13\tfrac{1}{2}abn-4\tfrac{1}{2}bnn-10\tfrac{1}{2}\frac{a^3b}{n}\ \text{PE}$$ [2])

$$\frac{16\frac{1}{2}aab+6\frac{1}{2}anb+3\frac{1}{2}bnn+13\frac{1}{2}\frac{a^3b}{n}}{3aa+6an+3nn}\ \text{DE}$$

$$\frac{33aab+13anb+7bnn+27\frac{a^3b}{n}}{6aa+12an+6nn}\ \text{DE}$$ eadem omnia quæ in lente duorum convexorum [3]).

Et hic quoque craſſitudo $q \infty b+\frac{ab}{n}$; $\frac{nq}{n+a} \infty b$

Ergo et hic $\frac{27aaq+6anq+7nnq}{6\,\square\,\overline{a+n}} \infty$ DE [4])

et per regulam de max. et minimis n tanquam incognita habetur.

$n \infty 6a$ [5])

---

[1]) C'est le numérateur de la fraction qui représente PD après que cette fraction a été réduite au dénominateur $(a+n)\left(3a+3n-\frac{7}{2}\frac{ab}{n}-4b-\frac{1}{2}\frac{bn}{a}\right)$ et que les termes sans b et ceux qui contiennent b^2 ont été omis; comparez la note 3 de la p. 363.

[2]) Il s'agit du numérateur de PE mis sous le dénominateur mentionné dans la note précédente. Nous avons supprimé le calcul.

[3]) Comparez la première partie du § 3 de cet Appendice, en haut de la p. 362.

[4]) C'est la „Regula optima" de la p. 362.

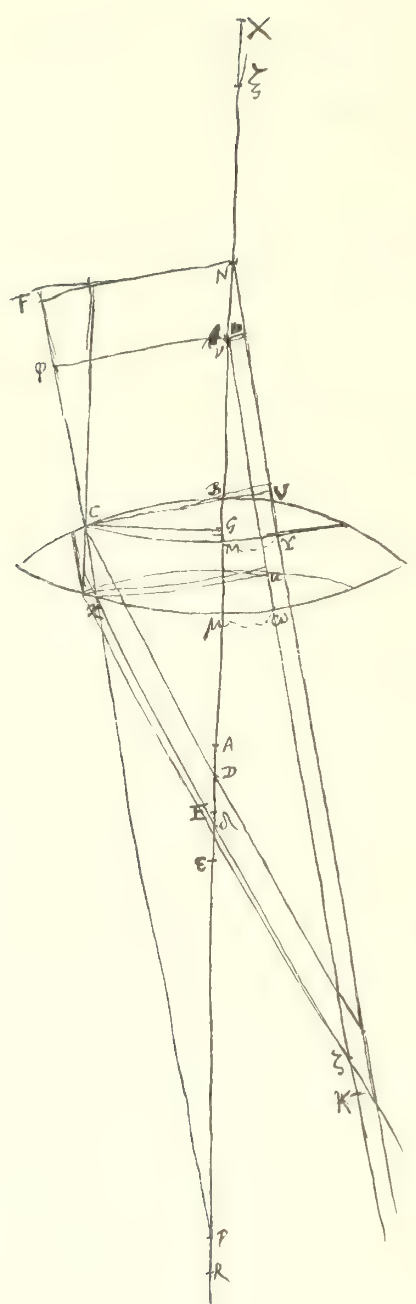
[5]) Comparez, dans la troisième partie du § 3, p. 367, la phrase qui commence par les mots „Poterat methodus". Ici, comme au lieu cité, la remarque en question fut ajoutée apres coup, c'est-à-dire, lorsque la déduction qui va suivre avait été écrite.

$\frac{3aa + an}{a + n}$ RE [6]); ex $3a$; $d \infty \frac{2an}{a+n}$; $ad + nd \infty 2an$ et hic etiam $\frac{ad}{2a - d} \infty n$ ergo ut illic $\frac{7ddq - 24adq + 27aaq}{6aa} \infty$ DE unde per reg. de max. et minim. $14dd \infty 24ad$; $7d \infty 12a$; $\frac{7}{12}d \infty a$ ergo $\frac{ad}{2a-d}$ sive $n \infty \frac{7}{2}d$

a ad n ut $\frac{7}{12}$ ad $\frac{7}{2}$ ut 1 ad 6.

Ergo lens cava optimè radios parallelos dispergit in usum myopum cujus semidiam. cavitatis quæ radios excipit est ad semidiam. alterius cavitatis ut 1 ad 6.

[6]) Comparez, pour ce qui suit, la troisième partie du § 3, p. 366 et 367.



APPENDICE II[1]

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO".

[1665.]

AB ∞ a; NM, $\nu\mu$ ∞ n; BG ∞ b;

Mμ, Nν, Xξ ∞ e.

MG ∞ $\frac{ab}{n}$ [2])

---

[1]) La pièce est empruntée à la p. 38 du manuscrit dont il est question dans la note 1 de la p. 355. Elle contient, pour le cas d'une lentille biconvexe, une démonstration inachevée, „calculo analytico", de la Prop. VII, p. 309, d'après laquelle les aberrations des rayons parallèles à l'axe sont entre elles comme les carrés des distances à l'axe. Comparez la dernière phrase de la p. 313. Ajoutons, que la même page du manuscrit contient pour le cas d'une lentille plan-convexe, recevant les rayons sur sa surface convexe, une démonstration de la même proposition qui ne diffère pas sensiblement de celle adoptée dans le texte, p. 311—313, et qu'elle contient de plus quelques calculs analytiques qui se rapportent au même cas.

[2]) D'après la Prop. II, p. 275.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{RN}^{3)} & 3a + n - b - \dfrac{ab}{n} \\ \text{RP} & \dfrac{4}{3}b^{4)} \end{array}\right\} [\text{fubtr.}]$$

$$\text{PN}\ 3a + n - \frac{7}{3}b - \frac{ab}{n}$$

$$\nu\text{N}\ e$$

$$\text{P}\nu\ 3a + n - \frac{7}{3}b - \frac{ab}{n} - e$$

qu.PC (qu. $3a - 2b$) ad qu.Pν ut MG ad uω [5])

$$\text{u}\omega \infty \frac{ab}{n} + \frac{2}{3}b + \frac{1}{9}\frac{nb}{a}$$

$$\left.\begin{array}{l} \zeta\nu \infty 3n - \dfrac{9}{2}\dfrac{ab}{n} - 3b - \dfrac{1}{2}\dfrac{nb}{a}{}^{6)} \\ \text{P}\varkappa \infty 3a - 2b - e^{7)} \end{array}\right\} \text{a[dde]}$$

$$\zeta\nu + \text{P}\varkappa \infty 3a + 3n - 5b - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - \frac{1}{2}\frac{bn}{a} - e$$

---

[3]) R est le foyer de la surface CB; ε celui de la lentille BC$\varkappa\mu\omega$; E celui d'une lentille plus petite BCM dont la surface CM a la même courbure que la surface $\varkappa\mu\omega$ de la première lentille. C$\varkappa$P représente un rayon qui a subi une première réfraction à la surface CB, ayant été auparavant parallèle à l'axe; $\varkappa\delta\zeta$ ce même rayon après sa seconde réfraction et CD le chemin qu'il aurait pris par la réfraction de la lentille BCM. Or, d'après la Prop. VI, p. 307, on sait que l'aberration DE du rayon extrême d'une lentille BCM doit être à celle du rayon extrême de la lentille BC$\varkappa\mu\omega$ comme les carrés des largeurs de ces lentilles; mais si la Prop. VII, qu'il s'agit de prouver, est vraie, l'aberration $\delta\varepsilon$ doit être dans ce même rapport avec l'aberration de la lentille BC$\varkappa\mu\omega$. Il faut donc qu'on ait $\delta\varepsilon =$ DE; et réciproquement, pour prouver la Prop. VII, il suffit de démontrer qu'on a DE $= \delta\varepsilon$, ou, ce qui revient au même, D$\delta =$ Eε. Il s'agit donc en premier lieu de calculer Dδ.

[4]) Voir, p. 357, la première partie du § 1 de l'Appendice I.

[5]) On a, à cause de la similitude des triangles, $PC^2 : P\nu^2 = CG^2 : \nu\varphi^2$; mais $\nu\varphi = \varkappa$u, puisque νK est parallèle à φC$\varkappa$P. De plus on a, d'après la Prop. I, p. 273, $CG^2 : \varkappa u^2 = MG : u\omega$. Dans le calcul de u$\omega$, PC peut être comptée pour $3a$, puisque les termes qui contiennent b^2 sont négligés dans le résultat. La valeur $3a—2b$ pour PC se retrouve, p. 360, dans la première partie du § 3 de l'Appendice I.

[6]) On a $\zeta\nu = \nu$K — ζK, où $\zeta K = \frac{9}{2}$ uω d'après le § 2, première partie, de l'Appendice I, p. 359.

[7]) C'est-à-dire, en supposant C$\varkappa =$ M$\mu = e$, dont elle ne diffère que par des termes du second ordre par rapport à b.

$$P\delta\,^{1)}\ \frac{9aa+3an-13ab-2bn-\frac{3aab}{n}-6ae-ne}{3a+3n-5b-\frac{9}{2}\frac{ab}{n}-\frac{1}{2}\frac{bn}{a}-e}$$

$$D\delta\,^{2)}\ e-\frac{6nne}{9\,\square\,a+n}\,^{3)}$$

---

[1]) On a, à cause du parallélisme de $\nu\zeta$ et de $P\varkappa$, $(\nu\zeta+P\varkappa):P\varkappa=P\nu:P\delta$; mais nous supprimons le calcul de $P\delta$.

[2]) En exécutant la division avec omission des termes avec b^2, on trouvera $P\delta=\frac{(3a+n)a}{a+n}+$ $+\frac{1}{3(a+n)^2}\left\{\frac{7}{2}a^2b-\frac{17}{2}abn+\frac{21}{2}\frac{a^3b}{n}-3a^2e-6aen-\frac{3}{2}bn^2-en^2\right\}$; mais PD est égale à ce qu'on obtient en posant $e=0$ dans l'expression pour $P\delta$. Il en résulte $D\delta=$ $=\frac{1}{3(a+n)^2}\times\left\{3a^2+6an+n^2\right\}e=e-\frac{2n^2e}{3(a+n)^2}$.

[3]) Pour achever la démonstration il suffira de calculer $E\varepsilon$. Or, d'après la règle énoncée à la p. 87 du Tome présent, on aura $R\xi:R\mu=R\nu:R\varepsilon$, où $\mu\xi=3n$. Posant donc $B\mu=e_1$ on trouve $R\varepsilon=\frac{(3a-e_1)(3a+n-e_1)}{3a+3n-e_1}=\frac{a(3a+n)}{a+n}-\frac{3a^2+6an+n^2}{3(a+n)^2}e_1$; mais posant $BM=e_2$, on trouve de la même façon $RE=\frac{a(3a+n)}{a+n}-\frac{3a^2+6an+n^2}{3(a+n)^2}e_2$. Il en résulte $E\varepsilon=RE-R\varepsilon=\frac{3a^2+6an+n^2}{3a^2+6an+3n^2}(e_1-e_2)=\left(1-\frac{2n^2}{3(a+n)^2}\right)e=D\delta$; ce qu'il fallait démontrer.

APPENDICE III [1])

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO”.

[1665.]

In lentibus ejusdem generis, aberrationes radiorum extremorum rationem habent compositam ex ratione quadratorum latitudinum, et ex ea quam habent foci distantiæ, contrarie sumta. diametri vero circellorum earundem aberrationum, rationem habent compositam ex ratione cuborum latitudinum inter se, et ex ratione quadratorum foci distantiarum contrarie sumta [2]).

Lentes duas ejusdem generis esse dicimus cum vel utraque planoconvexæ sint; vel cum ambæ utrinque convexæ vel denique utrinque concavæ [vel utraque] convexoconcavæ, atque ita ut semidiametri utriusque convexi vel concavi utrobique eandem interse rationem servant. Et hic quidem etiam similiter positas esse consideramus respectu radiorum parallelorum quos excipiunt, ut nempe utriusque lentis superficies convexior ad illos obversa sit vel ab ijsdem aversa.

Sunto igitur duæ ejusmodi lentes [Fig. 1 et 2], quarum alterius apertura AB, foci distantia CD, radij extremi refractio BEF, faciens aberrationem ED, semidiametrum vero circelli aberrationis DF. Alterius vero apertura GH, foci dist. KL, radij extremi refractio HMN, faciens aberrationem ML, semidiametrum vero circelli aberrationis LN.

---

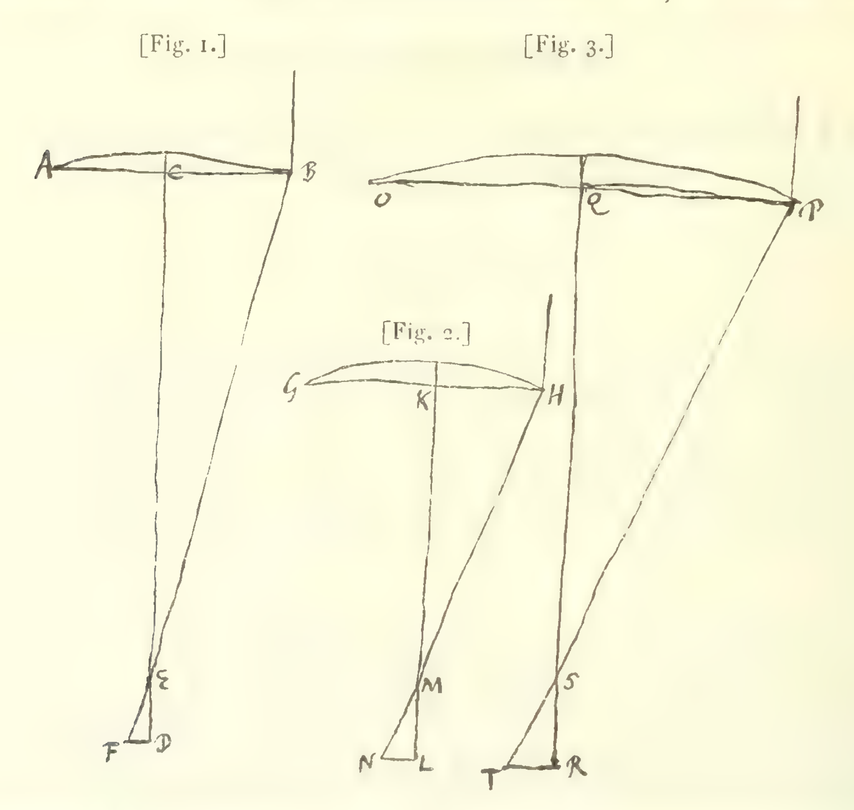
[1]) Cet Appendice, emprunté aux p. 18—26 du Manuscrit C, fait connaître une rédaction plus primitive d'une partie des „Rejecta ex Dioptricis nostris”; comparez la note 1, p. 314 du Tome présent.

[2]) Cette proposition et le début de sa démonstration sont presque identiques avec la Prop. VIII, p. 315, et sa démonstration, telles que nous les avons données dans le texte des „Rejecta”, p. 315—317. Plus loin la démonstration prend une allure plus algébrique.

Primo itaque ostendendum aberrationem ED ad ML rationem habere compositam ex ratione qu. AB ad qu. GH et ex ratione KL ad CD.

Sit CD ∞ *a*, CB ∞ *b*, KL ∞ *c*, KH ∞ *d*. Et ponatur lens alia OP [Fig. 3] ejusdem generis cum duabus alijs, cujus foci distantia QR sit æqualis CD sive *a*, aperturæ vero semidiam. QP ad foci distantiam QR, se habeat ut HK ad KL. refractio autem radij extremi in hac lente sit PST faciens aberrationem SR, et semidiam. circelli

[Fig. 1.] [Fig. 3.] [Fig. 2.]



aberrationis RT. Quia ergo ut LK ad KH, hoc est, ut *c* ad *d* ita ponitur RQ sive *a* ad QP erit hæc $\frac{ad}{c}$. Sicut autem qu. CB ad qu. QP hoc est, sicut *bb* ad $\frac{ddaa}{cc}$, ita

[* Prop. VI.] [1]) est aberratio ED ad aberrationem SR *. Itaque si ED ponatur ∞ *e*, fiet SR ∞ $\frac{eddaa}{bbcc}$. Atqui aberratio SR est ad ML sicut QR ad KL hoc est, sicut *a* ad *c*, quoniam arcus superficierum lentium OP et GH sunt partes similes circumferentiæ. Itaque sit aberratio ML ∞ $\frac{edda}{bbc}$ ad quam ED, sive *e*, ita se habere apparet sicut *bbc* ad

[1]) Voir la note 1, p. 316.

dda; quæ ratio compoſita eſt ex ratione qu.ⁱ*bb* ad qu.*dd* hoc eſt qu.CB ad qu. KH, et ex ratione *c* ad *a*, hoc eſt KL ad CD, quod erat primo loco oſtendendum.

Nunc porro demonſtrabimus circelli aberrationis ſemidiametros DF ad LN eam habere rationem quæ componitur ex ratione cubi CB ad cubum KH, et ex ratione qu.ⁱKL ad qu.CD.

[Fig. 4.] [Fig. 5.]

Quia ut EC ad CB, ſive, ob minimam differentiam, ut DC ad CB, hoc eſt, ut *a* ad *b* ita ED, ſive *e*, ad DF; erit proinde DF $\infty \frac{be}{a}$. Similiter quia ut MK ad KH, ſive, ob minimam differentiam, ut LK ad KH, hoc eſt, ut *c* ad *d*, ita ML, ſive $\frac{edda}{bbc}$, ad LN; erit proinde LN $\infty \frac{ed^3a}{bbcc}$. Erat autem DF $\infty \frac{be}{a}$. Cujus itaque ratio ad LN ſive $\frac{ed^3a}{bbcc}$, eſt ut apparet ea quæ b^3cc ad d^3aa, hoc eſt, compoſita ex ratione cubi ex *b* ſive CB ad cubum ex *d* ſive KH, et ex ratione qu.ⁱ ex *c* ſive KL ad qu. ex *a* ſive CD, quod ſupererat demonſtrandum.

His præmiſſis jam rationem aperturarum in teleſcopijs diverſæ longitudinis inquiremus, oſtendemuſque quod ad æque clara atque æque diſtincta efficienda teleſcopia, ratio foci diſtantiarum lentium exteriorum ejuſdem generis debet eſſe ſeſquitertia rationis[2]) quæ in diametris aperturarum earundem lentium. Sive cubos dictarum foci diſtantiarum debere eſſe inter ſe ſicut quadratoquadrata diametrorum aperturæ[3]).

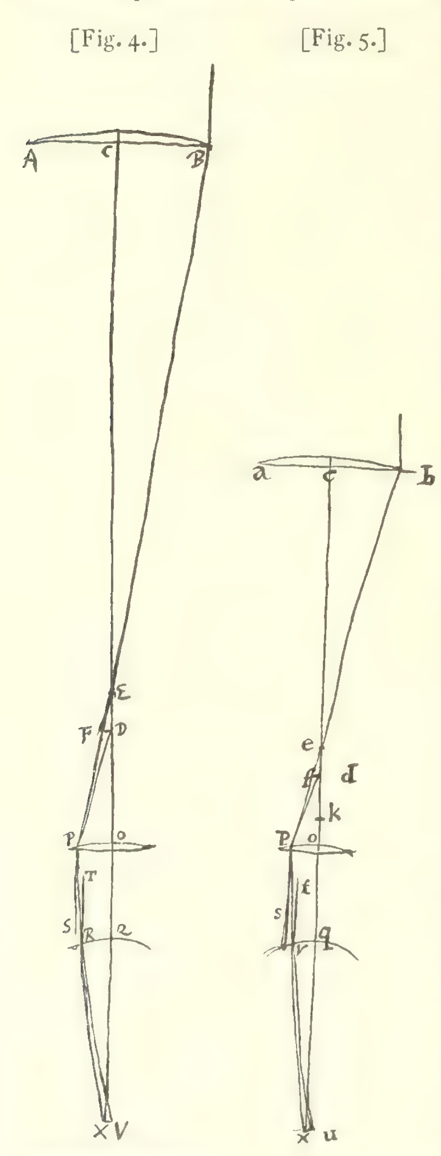
Sunto enim [Fig. 4 et 5] duo diverſæ longitudinis teleſcopia, lentes exteriores ejuſdem generis habentia, quorum alterius lens

[2]) C'est-à-dire, la $\frac{4}{3}^{\text{ième}}$ puissance.

[3]) On trouvera dans les „Rejecta" une autre leçon de ce théorème et de sa démonstration. Comparez les p. 343—347 du Tome présent.

exterior quatenus adaperta ſit AB [Fig. 4], lens ocularis OP, focis utriuſque in idem punctum D compoſitis. ita enim diſponi neceſſe eſt, ut radij paralleli ad oculum perveniant qui à punctis longinquis ad teleſcopium feruntur, axi proximi. Sit autem pupilla QR, fundum oculi ad X, centraque omnium C, O, Q, X in eandem rectam quæ axis eſt teleſcopij. Intelligatur porro refractio radij extremi in lentem AB incidentis eſſe BEP, quæ occurrat lenti oculari in P, cujuſque aberratio ſit ED, circelli vero aberrationis ſemidiameter DF. et jungatur DP. ſitque PS axi parallela.

[Fig. 4.] [Fig. 5.]



Quoniam igitur ſi in lentem ocularem OP radius incidat DP ex foco ejus veniens, is axi parallelus efficitur, ita ut incedat ſecundum rectam PS (quia nempe, ut ſupra fieri licere oſtendimus [1]), lentem OP quaſi aberrationis expertem hic conſideramus), feretur proinde radius EP ſecundum PR, ut ang. SPR fiat æqualis ang.° DPE [2]). Occurrat ergo pupillæ in R, et agatur RT axi parallela. Quia ergo oculi ea eſt diſpoſitio ut radios axi parallelos cogat ad punctum X, ideoque radium TR intro recepturus ſit ſecundum rectam RX, ſequitur radium PR intraturum ſecundum rectam RV, ita ut ang. XRV fiat æqualis TRP [3]). Occurrat autem fundo oculi in V, ut nempe circelli aberrationis ſemidiam. fiat XV.

Porro in teleſcopio altero [Fig. 5] eadem omnia effecta intelligantur, literis minoribus ejuſdem nominis ad puncta adſcriptis. Requiritur itaque ad æque diſtinctam viſionem faciendam ut XV ſit æqualis **xu**, quod quidem

[1]) Cette démonstration manque dans la leçon que nous suivons ici, mais on la trouve aux p. 341—343 des „Rejecta".

[2]) Consultez sur ce théorème la note 1, p. 342.

[3]) Il n'en est pas ainsi; mais ces angles sont dans un rapport constant. Consultez à ce propos la rédaction postérieure de cet alinéa et de celui qui le précède, laquelle on trouve à la p. 345 du Tome présent.

fieri neceſſe eſt ſi fuerit angulus XRV æqualis **xru**, quandoquidem profunditas oculi XQ æqualis eſt **xq**. Angulo autem XRV æqualis eſt TRP [3]) ſive RPS et huic æqualis eſt DPF. Eademque ratione angulo **xru** æqualis eſt **dpf.** Ergo requiretur ut æquales ſint anguli DPF, **dpf.**

In priore figurâ omnia data ſint, ut foci diſtantia CD ∞ a; ſemidiam. aperturæ BC ∞ b. foci diſtantia DO ∞ d. In altera autem data duntaxat lentis exterioris foci diſtantia **cd** ∞ c; ſemidiameter autem aperturæ quæſita **cb** ponatur ∞ x. Et **do**, foci diſtantia lentis ocularis quæ ſimiliter ignota eſt, ∞ y. Erit ex propoſ. præcedenti circelli aberrationis ſemid. FD ad **fd** ut b^3cc ad x^3aa; at quoniam æqualis utriuſque teleſcopij claritas poſtulatur; hoc eſt, ut multiplicatio teleſcopij CDO ſit ad multiplicationem teleſcopij **cdo**, ut ſemidiam. aperturæ CB ad **cb**, quumque multiplicatio teleſcopij CDO ſit $\frac{a}{d}$, quoniam res viſas auget ſecundum ratione a ad d, hoc eſt CD ad DO. multiplicatio vero teleſcopij **cdo** ſimiliter ſit $\frac{c}{y}$. Oportet itaque eſſe $\frac{a}{d}$ ad $\frac{c}{y}$ ſicut CB ad **cb**, hoc eſt ut b ad x; unde $\frac{ax}{d} \infty \frac{cb}{y}$, ac proinde y ſive **do** ∞ $\frac{cbd}{ax}$. At vero ut æquales ſint anguli DPF, **dpf**, neceſſe eſt PD ad DF eſſe ſicut **pd** ad **df**; et permutando, PD ad **pd**, ſive, quæ ratio eadem hic cenſenda eſt, OD ad **od**, ut DF ad **df**. Sed ratio DF ad **df** eadem oſtenſa eſt quam b^3cc ad x^3aa; et ratio OD ad **od**, ea quæ d ad $\frac{cbd}{ax}$, ergo quum hæ rationes æquales eſſe debeant, hoc eſt quantitas b^3cc ad x^3aa ut d ad $\frac{cbd}{ax}$, fiet $\frac{b^4c^3d}{ax} \infty x^3aad$, ideoque $b^4c^3 \infty x^4a^3$, et $\frac{b^4c^3}{a^3} \infty x^4$, ac tandem $b\sqrt{}.\sqrt{\frac{c^3}{a^3}} \infty x$, quare patet, ut a^3 ad c^3, hoc eſt, ut cubus CD ad cubum **cd** ita eſſe b^4 ad x^4, hoc eſt, ita quadratoquadrati CB ad qu.qu.**cb.** Atque ex his jam poterimus, datâ teleſcopij unius foci diſtantiâ lentis exterioris, et maximâ quam ferre valet aperturâ, etiam alij ejuſdem generis exteriori lenti cujus data ſit foci diſtantia, debitam aperturam invenire, nec tantum ſi ejuſdem generis fuerit, ſed et ſi alterius, ut pluribus de hinc docebitur [4]). Velut ſi lens quædam data cujus foci diſtantia pedum 12, ferat aperturam duorum pollicum, ſit autem propoſita lens alia cujus foci diſtantia ſexdecuplo major, ſive pedum 192. Et ſi quidem fuerit foci diſtantia lentis unius ſexdecupla foci diſtantiæ alterius lentis, debebit ratio aperturarum eſſe octupla, numerorum ratio uſus. utendo et in his logarithmorum compendio; ſi enim in teleſcopio quodam dentur foci diſtantia a et aperturæ ſemidiameter b numeris expreſſæ, itemque foci diſtantia lentis exterioris alterius faciendi teleſcopij ∞ c, oportet logarithmi numeri b addere tres quartas

---

[4]) Voir les p. 385—386 qui suivent.

logarithmi c et auferre à summa tres quartas logarithmi a. fietque logarithmus numeri quæsiti x qui semidiametrum aperturæ alterius telescopij designat.

Ut si lens cujus foci distantia est pedum 12 ferat aperturam, in telescopio suo, pollicum duorum, quam docet experientia lentem bonam perferre posse [1]), quæriturque apertura lentis aliûs, cujus foci distantia pedum 100. hic numerus a est 12; b, 1; c, 100. Logarithmus autem numeri 1, qui est 0, additus ad $\frac{3}{4}$ logarithmi numeri c, hoc est, ad 1,50000 facit 1,50000; unde si auferantur $\frac{3}{4}$ logar. 12, quæ sunt 0,80938, relinquitur 0,69062, logarithmus numeri $4\frac{905}{1000}$. qui itaque est ∞x, designatque numerum pollicum qui deberentur semidiam.° aperturæ quæsitæ; adeo ut diameter fiat fere 10 poll. Et hoc modo composita est sequens tabella, nisi quod diametros totas aperturarum non numero pollicum sed centesimarum unius pollicis expressimus. Posuimus autem hic rursus ad lentem pedum 12 sive pollicum 144, aperturæ diametrum duorum pollicum sive 20 decimarum, quoniam bonam lentem hanc facile perferre invenimus et fortasse si ad summam perfectionem daretur, majorem ferre posset. Sane quum utrimque convexa illa fuerit non tantam debuit aperturam pati potuisse quantam vel planoconvexa vel illa proportionis sexcuplæ, quam in superioribus omnium praestantissimam esse docuimus [2]). Quod si quæ hujusmodi daretur quamque constaret exactissime formatam, posset ab hac omnium aliarum maxima apertura certo definiri; nunc autem quid jam nunc consequi possimus exponimus. Sciendum vero et multiplicationis rationem in telescopio illo lentis 12 pedum fuisse quæ 72 ad 1, cum lens ocularis haberet foci distantiam poll. 2. Cumque rationem aperturæ lentium exteriorum sequatur telescopiorum multiplicatio poterimus hinc suam cuique assignare diversæ longitudinis lentibus quas tabella continet [3]).

foci distantia lentis exterioris telescopij. Pedes.	apertura lentis exterioris. Pollices.	apparens incrementum rei visæ, ratione diametri.
1 [4])	$\frac{31}{100}$ [4])	11 [4])

[1]) Comparez la note 5 de la p. 349 des „Rejecta”.

[2]) Voir en bas de la p. 291.

[3]) Voir à la p. 349 des „Rejecta” une règle plus explicite pour déterminer les distances focales des oculaires quand celles des objectifs sont données.

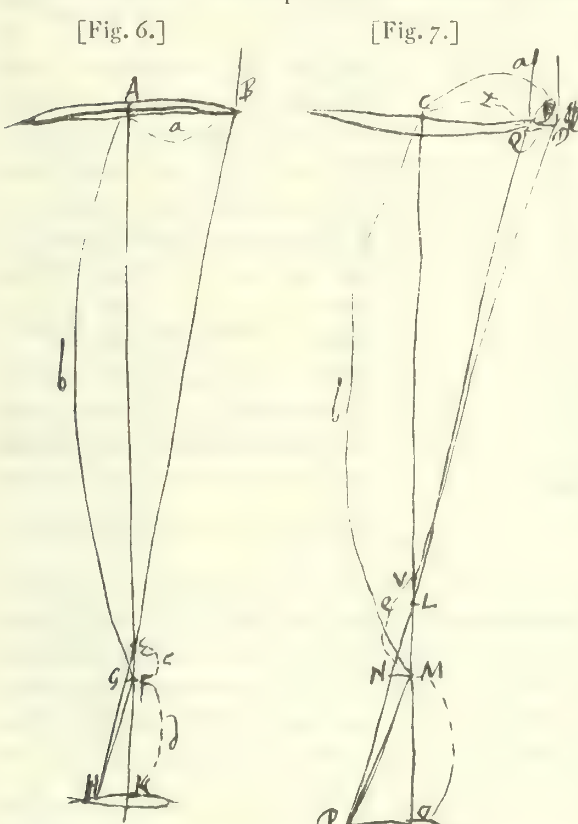
[4]) Pour les autres nombres de cette colonne nous renvoyons à la colonne correspondante de la table qu'on trouve p. 351—353 des „Rejecta”.

Data aberratione duarum diversi generis lentium quarum foci distantiæ æquales, datâque apertura maxima unius, lenteque oculari quæ cum illa telescopium efficiat, invenire alterius aperturam maximam, simulque lentem ocularem illi conjungendam ut fiat telescopium æque clarum et æque distinctum priori [5]).

Diversi generis intelliguntur hic etiam illæ quæ licet utramque superficiem utrique eandem habeant, non tamen easdem exterius conversas habent.

Sunto lentes telescopiorum exteriores dissimilis generis AB [Fig. 6], CD [Fig. 7], quarum foci distantiæ æquales AF, CM; aberrationes autem radiorum extremorum inæquales datæ sint FE, ML, positis nempe aperturis æqualibus, quarum semidiametri AB, CD. Sitque AB semid. aperturæ maximæ quando lentis ocularis foci distantia est FK. Oporteat autem invenire CQ semid. aperturæ lentis CD, itemque lentem ocularem OP, hoc est foci distantiam ejus OM, ut fiat ex his telescopium quo æque lucidæ ac distinctæ appareant res visæ atque eo quod ex lentibus AB, KH componitur. Sit semid. aperturæ AB vel CD ∞ a, foci dist. AF vel CM ∞ b; aberratio FE ∞ c: foci distantia FK ∞ d. aberratio MV ∞ e quæ omnia data sunt. Apertura autem quæsita CQ sit x. foci distantia MO ∞ y.

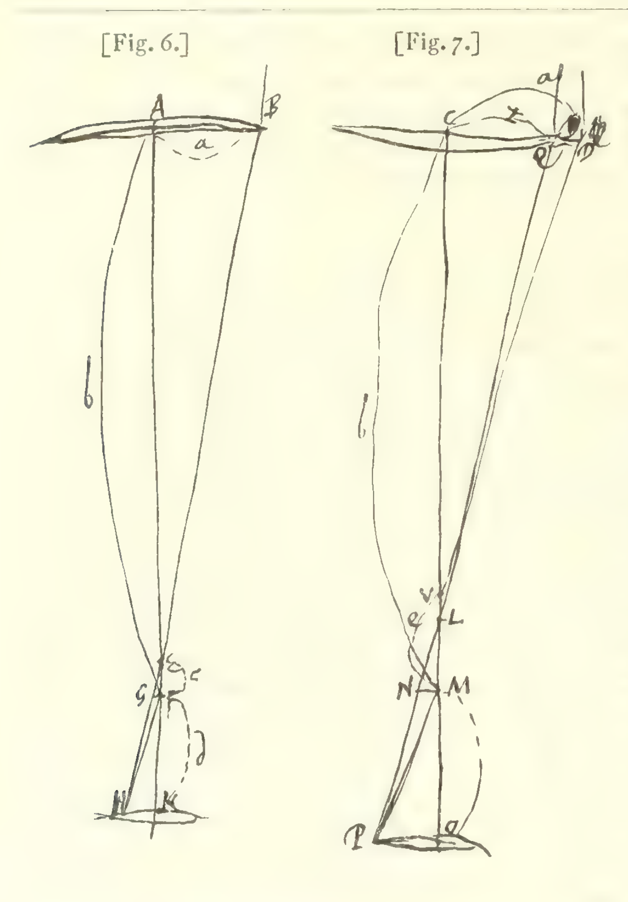
[Fig. 6.] [Fig. 7.]



Quoniam ergo multiplicatio telescopij AK ad multiplicationem telescopij CO debet esse ut semid. AB ad semid. CQ, ut nempe æque lucida sint telescopia; multip.° autem telescopij AK designatur fractione $\frac{b}{d}$: et multip.° telescopij CO

5) Cette proposition ne se retrouve pas dans les „Rejecta", qui ne s'occupent que du cas où les lentilles sont de la même espèce.

[Fig. 6.] [Fig. 7.]



fractione $\frac{b}{y}$. Erit ergo $\frac{b}{d}$ ad $\frac{b}{y}$ ut AB ad CQ, hoc est, ut a ad x; unde $\frac{bx}{d} \infty \frac{ba}{y}$. Et $y \infty \frac{da}{x}$.

Porro quia posita semidiam.° aperturæ CD, aberratio est MV sive e, si fiat ut qu. CD ad qu. CQ hoc est ut aa ad xx ita VM sive e ad aliam; fiet $\frac{exx}{aa}$ æqualis ML aberrationi radij extremi cum semid. aperturæ est CQ [1]). Quod si porro fiat ut LC ad CQ, sive (quod idem hic censendum est ob exiguam differentiam), ut MC ad CQ, hoc est ut b ad x ita LM sive $\frac{exx}{aa}$ ad aliam, fiet $\frac{ex^3}{aab}$ æqualis MN, semidiametro circelli aberrationis. at in telescopio AK, si fiat ut EA sive ut FA ad AB hoc est ut b ad a ita EF sive c ad aliam, oritur $\frac{ac}{b}$ æqualis FG semidiam. circelli aberrationis. Quod si radij extremi refractio BEG continuetur donec occurrat lenti oculari in H, itemque radij extremi refractio QLN continuetur donec occurrat lenti oculari in P, et jungantur FH, MP. Constat angulos FHG, MPN æquales esse debere ut æque distincte utrumque telescopium res visas referat, ut ex dictis in prop. [XI] [2]) manifestum est. itaque ratio PM ad MN, sive, quæ hic pro eadem habenda est, OM ad MN, eadem debet esse quæ HF sive KF ad FG. Itaque ut KF ad FG, hoc est ut d ad $\frac{ac}{b}$ ita OM ad MN, hoc est ita $\frac{da}{x}$ ad $\frac{ex^3}{baa}$; ac proinde $\frac{dex^3}{baa} \infty \frac{daac}{bx}$. Unde invenit. $x^4 \infty \frac{ca^4}{e}$; sive $x \infty a\sqrt{}.\sqrt{\frac{c}{e}}$. Hoc est si [3]).

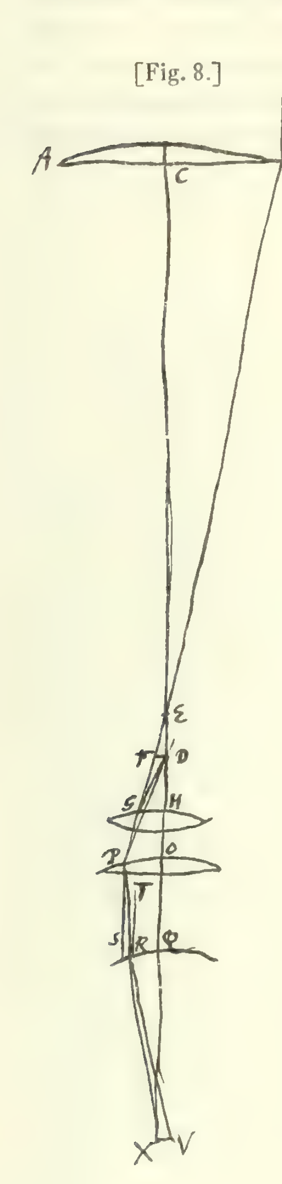
[1]) Voir la Prop. VII, p. 309 du Tome présent.

[2]) Voir à cet effet la p. 345 des „Rejecta”, ou bien la p. 383 de l'Appendice présent.

[3]) La suite manque, mais on trouve encore à côté les calculs suivants dont le premier se rapporte

Manente in telescopio lentis exterioris apertura, si lens ocularis convexiore mutetur, minus distincta fiet visio [4]).

[Fig. 8.]



Repetatur adhoc fig. propos. [XI] [5]) ubi lens exterior telescopij AB, ocularis PO, sintque omnia similiter ut illic ordinata. Deinde vero pro lente OP substitui intelligatur alia convexior HG, quæ proinde propius accedere debebit ad D focum lentis AB, quoniam in idem punctum D etiam focus ipsius lentis HG convenire debet; et occurrat radij extremi refractio BP lenti HG in G: et jungatur DG. Sicut igitur dum aderat lens OP, magni-

à la comparaison de l'„aberratio planoconv. plano extra" à celle „ejusdem plano intra". Dans ce cas on a donc (voir les pp. 285 et 287) „e ad c ut $\frac{9}{2}$ ad $\frac{7}{6}$, i. e. 54 : 14". Il en résulte „$a : x = \sqrt{.}\sqrt{27} : \sqrt{.}\sqrt{7}$"; ce qui amène le calcul suivant:

„2700.	l. 3.43136		
700.	l. 2.84509	3.43136	
	0.58627	0.14657	
	0.14657	3.28479	l. 1927

a ad x ut 2700 ad 1927 prox. 28 ad 20 i. e. 7 ad 5."

Le second calcul traite l'„aberr. planoconv. plano intra", comparée à l'„aberr. lentis opt." (voir les p. 291 et 293). Ici on a „e ad c ut $\frac{7}{6}$ ad $\frac{15}{14}$" et on trouve „a ad x ut prox. 48 ad 47."

Enfin l'„aberr. æque convexæ" (p. 291) est comparée à l'„aberr. planoconvex. plano intra". Alors „e ad c ut $\frac{5}{3}$ ad $\frac{7}{6}$", ce qui conduit à „a ad x ut prox. 10 ad 9."

Remarquons qu'on a $a : x = y : d = \frac{b}{d} : \frac{b}{y}$ et que, par suite, le rapport $a : x$ représente en même temps le rapport des grossissements admissibles dans les deux télescopes; c'est-à-dire, si l'on ne tient compte que de l'aberration sphérique.

[4]) Cette proposition, comme la précédente, n'a jamais fait partie des „Rejecta".

[5]) Comparez la fig. 38, p. 343 des „Rejecta", ou bien la fig. 4 de l'Appendice présent, p. 381.

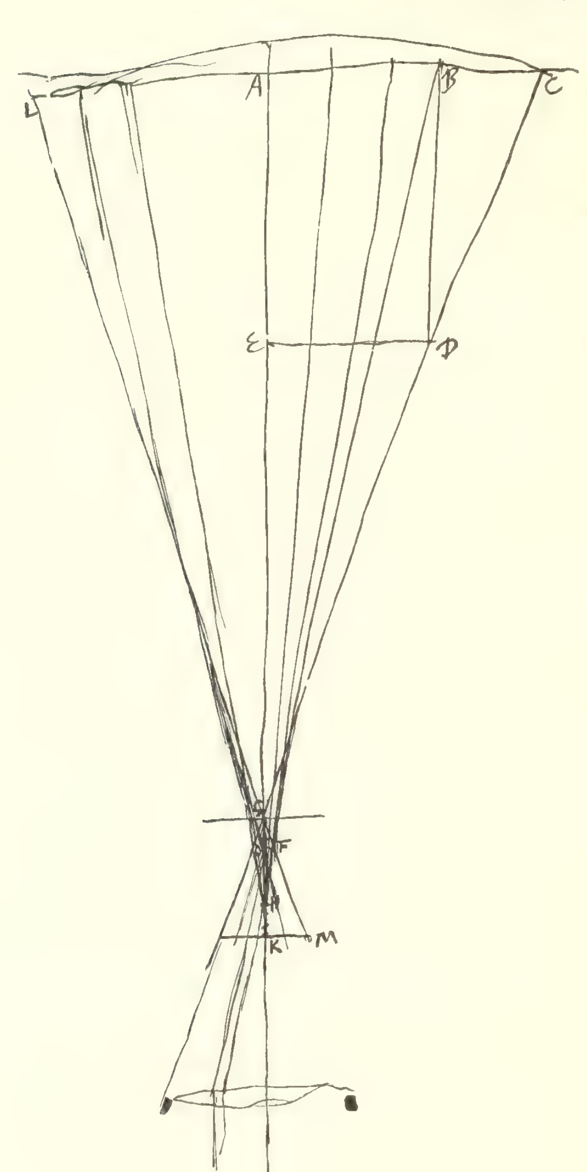
tudo circelli aberrationis in fundo oculi, unde confufa vifio nafcitur, pendebat à magnitudine anguli DPF [1]); ita nunc admota lente HG eam pendere conftat a magn.e ang.i DGF; qui cum major fit quam DPF, etiam circulus aberrationis in fundo oculi major nunc erit, ac proinde major radiorum confufio quod erat oft. Et hæc altera ratio eft de qua fuperius dictum [2]) cur non pro lubitu intendi poffit telescopij multiplicatio, patet enim hinc fi lentem ocularem brevioris foci in locum prioris adhibere velimus, arctandam effe lentis exterioris aperturam ut æque diftincta ac prius fiat vifio. adeo ut ob hanc caufam et ob majus incrementum dupliciter crefcat obfcuritas.

[1]) Voir la p. 345 des „Rejecta", ou bien la p. 383 de l'Appendice présent.
[2]) Comparez le début de la Prop. X, p. 333.

APPENDICE IV[1])

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO”.

[1665.]



AC ∞ a, AK ∞ b, AB ∞ x, GK[2]) ∞ c. BFH recta. AL ∞ AC, LGF recta.

qu. AC (aa) ad qu. AB (xx) ut

GK (c) ad KH[3]) $\left(\frac{cxx}{aa}\right)$

oportet GO esse maximam.

---

[1]) L'Appendice présent est emprunté à la p. 27 du Manuscrit C. Il y suit donc immédiatement l'Appendice III. Il contient la détermination du „cercle d'aberration" (ou aberration latérale) tel qu'on le trouve défini souvent dans les traités modernes, c'est-à-dire, de la plus petite section qu'on peut obtenir en coupant par un plan perpendiculaire à l'axe AK le faisceau formé par les rayons de lumière, primitivement parallèles à cet axe, après leur passage par la lentille LAC. En effet, la signification des lignes tracées dans la figure est claire: CG et LG représentent les rayons extrêmes primitivement parallèles à l'axe de la lentille mais réfractés ensuite par la lentille; BH est un autre rayon réfracté; K est le foyer; KM, OF, ED sont perpendiculaires à l'axe; BD y est parallèle. Or, on voit facilement que la section cherchée doit se trouver entre les plans perpendiculaires à l'axe passant par G et par K; mais dans la couche comprise entre ces deux plans on peut distin-

HO ad OG ut AG ad GE [4]) omiſſis minimis.
CG ad GD
CA ad AB
HG ad GO ut CA + AB ad AB.

$$CA + AB\ (a + x) \text{ ad } AB\ (x) \text{ ut } HG \left(c - \frac{cxx}{aa}\right) \text{ ad } GO \left(\frac{cx - \frac{cx^3}{aa}}{a + x}\right)$$

$$GO\ \frac{aacx - cx^3}{a^3 + aax} \infty \text{ maximo.}$$

$$a^5cx - 3a^3cx^3 - 2aacx^4 \infty 0\ ^{5})$$

[div.] per $aacx$ $\quad a^3 - 3axx - 2x^3 \infty 0$

per $a - 2x$ $\quad xx + 2ax + aa \infty 0 \qquad a \infty 2x$ [6])

$$\frac{1}{2}a \infty x$$

$$KH \infty \frac{cxx}{aa} \infty \frac{1}{4}c;\ HG \infty \frac{3}{4}c;\ GO \infty \frac{1}{4}c;\ OF \infty \frac{1}{4}KM.$$

guer deux espaces, se pénétrant en partie, dont l'un est rempli des parties des rayons situées au-delà de leurs points d'intersection avec l'axe tandis que l'autre est rempli des parties des rayons qui se trouvent en-deça de ces points. Le premier espace est limité par le cône ayant GM pour génératrice et GK pour axe, le second par une surface de révolution qui se rétrécit vers en bas, et le cercle en question sera donné par l'intersection de ces surfaces. Par conséquent, si l'on se figure qu'une ligne parallèle à KM se déplace vers le haut, en partant de la position KM, elle atteindra la position cherchée au point F où MG est coupée pour la première fois par un rayon qui a traversé la lentille entre A et C. Il faut donc chercher le rayon BH pour lequel la distance GO est un maximum; après quoi il sera facile de calculer OF qui se trouve de cette manière être égale au quart de KM, c'est-à-dire au quart du rayon de ce que Huygens dans les „Rejecta" (p. 315—353) appelle le „cercle d'aberration".

[2]) C'est donc là l'aberration sphérique du rayon extrême.

[3]) Voir la Prop. VII, p. 309 du Tome présent.

[4]) On a $\frac{HO}{HA} = \frac{OF}{AB} = \frac{OF}{ED} = \frac{GO}{GE}$, d'où résulte $\frac{HO}{GO} = \frac{HA}{GE}$; c'est-à-dire, „omissis minimis", HO : OG = AG : GE.

[5]) Huygens applique ici la règle de Hudde pour trouver la valeur maximum d'une fraction algébrique; voir la note 11 de la p. 166 du Tome présent.

[6]) Puisque l'équation qui reste après la division par le facteur $a—2x$ ne mène pas à une solution utilisable.

APPENDICE V[1])

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO".

[1665.]

[Recherches de 1665 [2]) ſur l'aberration ſphérique longitudinale d'un faiſceau de rayons de lumière correſpondant à un point donné de l'axe de la lentille.]

§ 1.

[Première Partie.]

Determinatio aberrationis ſuperficiei ſingularis CB, radiorum ad π tendentium.

AB [3]) $\infty\, a$; BG $\infty\, b$; Bπ $\infty\, d$; NM $\infty\, n$.

πB (d) ad AB (a) ut BG (b) ad GY [4]) $\left(\frac{ab}{d}\right)$ a[dde].

πG ($d-b$)

$$\frac{ab}{d} + d - b \infty \pi\text{Y} \infty \pi\text{C}$$

---

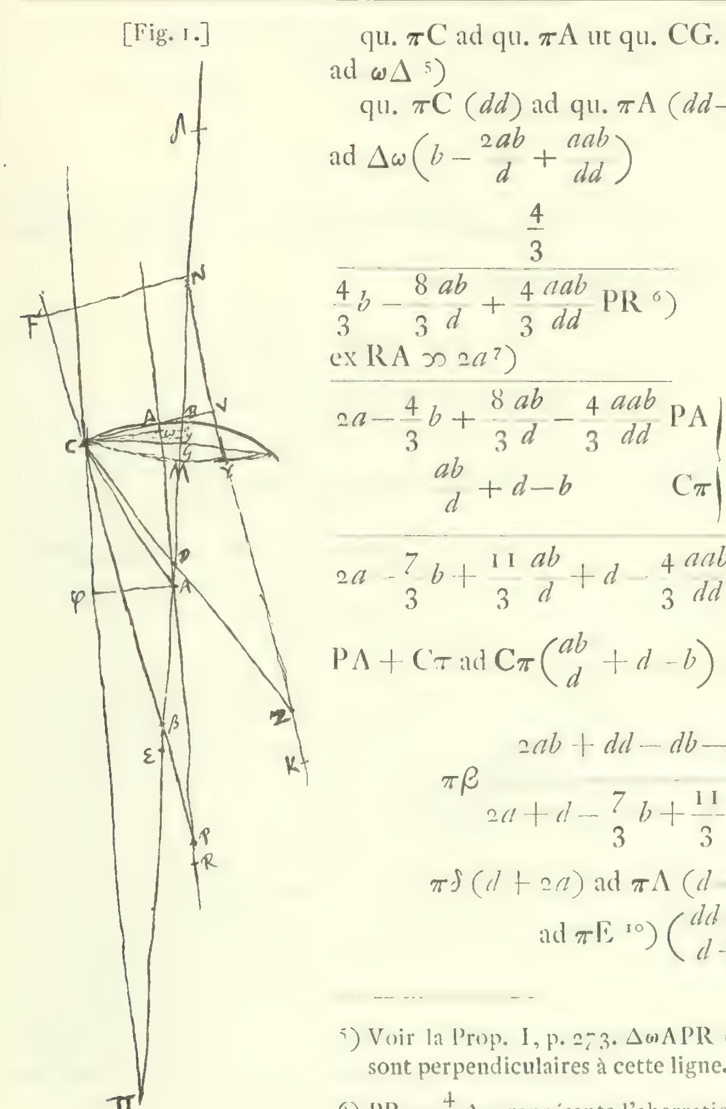
[1]) La pièce est empruntée aux p. 28—33 du manuscrit mentionné dans la note 1 de l'Appendice I, p. 355. Nous l'avons divisée en paragraphes.

[2]) On trouvera d'autres recherches sur le même sujet au § 1 (p. 408) de l'Appendice VI et aux §§ 1 (p. 418), 4 (p. 420) et 6 (p. 424) de l'Appendice VII, de 1669.

[3]) A et N sont les centres des surfaces convexes de la lentille CΔBYM.

[4]) À cause de la Prop. II, p. 275. On a πY $= \pi$C et on remplace dans le premier rapport πC par πB.

[Fig. 1.]



qu. πC ad qu. πA ut qu. CG. ad qu. Aφ ∞ Cω ut BG ad $\omega\Delta$ [5])

qu. πC (dd) ad qu. πA $(dd - 2ad + aa)$ ut BG (b) ad $\Delta\omega\left(b - \frac{2ab}{d} + \frac{aab}{dd}\right)$

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{3}b - \frac{8}{3}\frac{ab}{d} + \frac{4}{3}\frac{aab}{dd} \quad \text{PR}\ ^{6)}$$

ex RA ∞ $2a$ [7])

$$\left.\begin{array}{ll} 2a - \frac{4}{3}b + \frac{8}{3}\frac{ab}{d} - \frac{4}{3}\frac{aab}{dd} & \text{PA} \\ \frac{ab}{d} + d - b & \text{C}\pi \end{array}\right\} \text{a[dde].}$$

$$2a - \frac{7}{3}b + \frac{11}{3}\frac{ab}{d} + d - \frac{4}{3}\frac{aab}{dd} \quad \text{PA} + \text{C}\pi$$

PA + Cπ ad C$\pi\left(\frac{ab}{d} + d - b\right)$ ut πA $(d - a)$ ad $\pi\beta$ [8])

$$\pi\beta \quad \frac{2ab + dd - db - ad - \frac{aab}{d}}{2a + d - \frac{7}{3}b + \frac{11}{3}\frac{ab}{d} - \frac{4}{3}\frac{aab}{dd}} \ ^{9)}$$

$\pi\delta$ $(d + 2a)$ ad πA $(d - a)$ ut πB (d)

ad πE [10]) $\left(\frac{dd - ad}{d + 2a}\right)$

5) Voir la Prop. I, p. 273. $\Delta\omega$APR est parallèle à Cπ; Aφ et Cω sont perpendiculaires à cette ligne.

6) PR $= \frac{4}{3}\Delta\omega$ représente l'aberration sphérique du rayon CP qui provient du rayon tendant vers π, après sa réfraction à la surface CΔB, R étant le foyer, par rapport à cette surface, des rayons parallèles à Cπ. Comparez la formule $\frac{4}{3}$ BG = PR du § 1 de l'Appendice I, p. 357.

7) Voir la Prop. VIII, Part. I, Liv. I, p. 33.

8) À cause de la similitude des triangles PAβ et C$\pi\beta$.

9) Nous supprimons quelques calculs.

10) Détermination, à l'aide de la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41, du point de concours E après la réfraction à la surface CΔB des rayons qui correspondent à π. Naturellement la même expression pour πE peut être obtenue en substituant $b = 0$ dans l'expression pour $\pi\beta$.

$$\pi\text{E fubtr. ex } \pi\beta \infty \frac{\frac{4}{3}bdd - 6abd + 8aab - \frac{10}{3}\frac{a^3b}{d}}{4aa + 4ad + dd} \infty \beta\text{E}\ ^{1)} \text{ bon.}$$

[Fig. 1.]

$$\text{fit } d \infty 4a \text{ ; } \beta\text{E} \infty \frac{1}{8}b.$$

$d \infty \frac{5}{2}a$ cafus perfectus ubi nulla aberratio, qui eft in Comm. Schotenij [2]).

$$\frac{4}{3}dd + 8aa \infty 6ad + \frac{10}{3}\frac{a^3}{d}$$

$$4d^3 + 24aad \infty 18add + 10a^3$$

$$2d^3 + 12aad \infty 9add + 5a^3$$

$$\frac{125}{4}a^3 + 30a^3 \infty \frac{225}{4}a^3 + 5a^3$$

$$25a^3 \infty \frac{100}{4}a^3 \text{ bon}$$ et comprobat regulam.

[Deuxième Partie] [3])

n [MN] ad a [AB] ut b [BG] ad $\frac{ab}{n}$ GM [4]).

$$\left.\begin{array}{ll} \pi\text{B} & d \\ \pi\varepsilon & \dfrac{dd - ad}{d + 2a} \end{array}\right| \text{f[ubt].}$$

$$\frac{dd + 2ad - dd + ad}{d + 2a} \infty \frac{3ad}{d + 2a}\text{EB}$$

$$n$$

$$\frac{3ad + 2an + dn}{d + 2a}\text{EN}\ ^{3)}$$

[1]) Plus généralement, en représentant par ν l'indice de réfraction, on trouve : $\beta\text{E} = \frac{(\nu - 1)(d - a)^2(d - (\nu + 1)a)}{\nu((\nu - 1)d + a)^2 d} b$.

[2]) Consultez la p. 49 du Tome présent d'après laquelle le „casus perfectus" se présente lorsque l'on a : $\frac{\pi\text{A}}{\text{AB}} = \nu$, c'est-à-dire, dans le cas du verre, $\frac{d - a}{a} = \frac{3}{2}$. Ce résultat est utilisé dans ce qui suit pour vérifier la justesse de l'expression pour βE qui doit, par conséquent, s'annuler pour $d = \frac{5}{2}a$.

[3]) EN = EB + BN, mais on peut remplacer BN par MN = n, puisque les termes qui contiennent b sont supposés négligeables.

qu. βC ad qu. βN ut qu. EB $\left(\text{qu. } \frac{3ad}{d+2a}\right)$ ad qu. EN $\left(\text{qu. } \frac{3ad+2an+dn}{d+2a}\right)$ ut MG $\frac{ab}{n}$ ad VY [5]).

$$\frac{9baadd+12baadn+6baddn+4baann+4badnn+bddnn}{9addn} \text{ VY}$$

$$\frac{9}{2}$$

$$\frac{9baadd+12baadn+6baddn+4baann+4badnn+bddnn}{2addn} \text{ ZK}$$

$$\frac{3ad}{d+2a} \text{ [EB] ad } a \text{ [AB] ut } b \text{ [BG] ad } \frac{dab+2aab}{3ad} \text{ GO } ^{6})$$

$$\frac{\frac{4}{3}bdd-6abd+8aab-\frac{10}{3}\frac{a^3b}{d}}{dd+4ad+4aa} \text{ E}\beta\ ^{7})$$

[3]) Dans cette deuxième partie Huygens se propose de calculer l'aberration sphérique de la lentille entière BCMY. À cet effet il tire la droite NK parallèle à CP et calcule la valeur de VY à l'aide de la Prop. I, p. 273 pour en déduire celle de KZ $= \frac{9}{2}$ VY, qui représente l'aberration sphérique du rayon CP par rapport à la surface convexe CMY et qui aurait permis de calculer la valeur de NZ = NK — KZ, puisqu'on a, d'après la Prop IX, Part. I, Liv. I, p. 37, NK $= 3n$, K étant le foyer des rayons parallèles à CP par rapport à la même surface CMY. Comme il avait trouvé de plus Cβ et βG il lui était facile de déduire de cette dernière valeur celle de βN $= \beta$G — GM $\left(\frac{ab}{n}\right)$ + MN (n) et de calculer ensuite par la similitude des triangles NDZ et CDβ la valeur de ND dont la différence d'avec la distance du point N au foyer de la lentille BΔCMY (à calculer à l'aide de la Prop. XVI, Part. I, Liv. I, p. 87) ferait enfin connaître l'aberration cherchée. Mais, comme on l'aperçoit, Huygens n'a pas conduit ce calcul par les dernières étapes, probablement à cause de la complication des formules. Voir à ce propos les dernières formules de la note 2 de la p. 396, dans lesquelles il suffit de remplacer d par $-d$ pour trouver le résultat auquel Huygens aurait dû parvenir s'il avait poursuivi les calculs.

[4]) Voir la Prop. II, p. 275.

[5]) On a $\beta C^2 : \beta N^2 = CG^2 : FN^2$, à cause des triangles semblables βCG et βNF; mais FN = CV et $CG^2 : CV^2 =$ MG : VY, d'après la Prop. I, p. 273; donc $\beta C^2 : \beta N^2 =$ MG : VY, où l'on peut remplacer βC par EB et βN par EN avec une approximation suffisante.

[6]) Toujours à cause de la Prop. II, p. 275. On a βC $= \beta$O; mais approximativement βC = EB. La valeur de GO va servir plus bas quand il s'agit de calculer βC plus exactement.

[7]) Valeur trouvée plus haut vers la fin de la première partie.

$$\text{ex EB} \infty \frac{3ad}{d+2a} \infty \frac{3add+6aad}{dd+4ad+4aa}$$

$$\beta\text{B} \infty \frac{3add+6aad-\frac{4}{3}bdd+6abd-8aab+\frac{10}{3}\frac{a^3b}{d}}{dd+4ad+4aa}$$

$$\text{subtr. BG} \infty b \infty \frac{bdd+4abd+4aab}{dd+4ad+4aa}$$

$$\beta\text{G} \frac{3add+6aad-\frac{7}{3}bdd+2abd-12aab+\frac{10}{3}\frac{a^3b}{d}}{dd+4ad+4aa}$$

$$\text{adde GO} \infty \frac{dab+2aab}{3ad} \infty \frac{d^3ab+4aaddb+12a^3db+2aaddb+8a^4b}{3ad^3+12aadd+12a^3d}$$

$$\beta\text{O} \infty \beta\text{C} \infty \frac{-6abd^3+12aaddb-24a^3bd+9aad^3+18a^3dd+18a^4b}{3ad^3+12aadd+12a^3d}$$ [1]

[1]) Huygens n'a pas poussé plus loin les calculs. Comparez la note 3 de la p. 395.

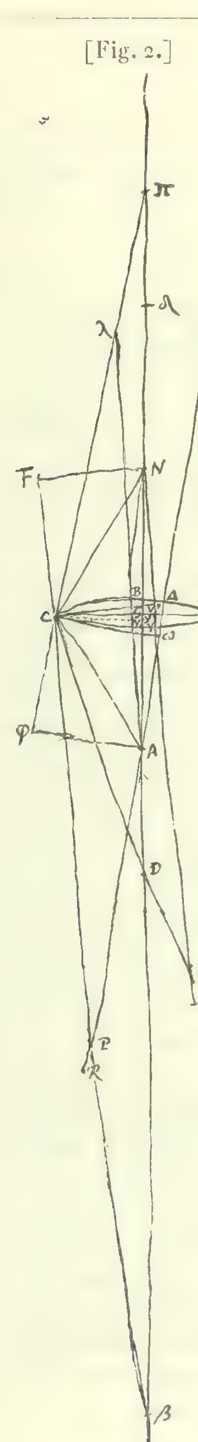
[2]) Nous supprimons les calculs qui ont amené cette formule parce qu'ils sont analogues à ceux de la première partie du § 1 de cet Appendice. Inutile de dire que les résultats de cette première partie et du paragraphe présent peuvent se déduire l'un de l'autre par un simple changement de signe de la grandeur d.

Quoique la figure indique qu'ici encore c'était l'intention de Huygens de déterminer l'aberration sphérique de la lentille entière, les calculs n'ont pas été poursuivis dans cette direction.

Toutefois, afin de nous en servir dans la suite, nous indiquerons ici le résultat final auquel les calculs auraient dû conduire dans le cas présent. Nous l'empruntons à la formule (293) du § 268, Chapitre XII, p. 388, de l'ouvrage de James P. C. Southall: „The principles and methods of geometrical optics", New-York, Macmillan, 1910.

À cet effet nous remplaçons les notations de Southall par celles employées ici dans le texte, en représentant de plus par e l'épaisseur de la lentille entière, par d_1 la distance à la lentille du point qui correspond, par rapport à elle, au point π, et enfin par ν l'indice de réfraction. Alors la formule mentionnée nous donne, après une légère réduction, pour l'aberration

[Fig. 2.]



§ 2.

Aberratio ſuperficiei ſingularis CB, radiorum a puncto π venientium.

$$AB \infty a;\ NM \infty n;\ BG \infty b;\ MG \infty \frac{ab}{n};\ \pi G \infty d;$$

$$\pi A \infty d + a - b$$

$$\frac{6abd + 8aab + \frac{4}{3}bdd + \frac{10}{3}\frac{a^3b}{d}}{dd - 4ad + 4aa} \infty \beta E\ ^{2})\ \text{bon}$$

---

sphérique de la lentille entière l'expression suivante :

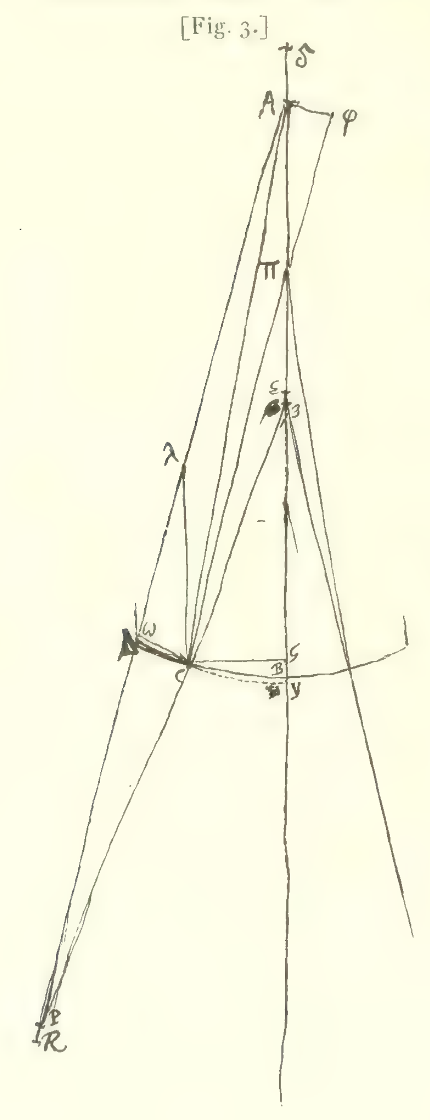
$$\frac{(\nu-1)d_1^2 e}{\nu a^2 n^2}\left[\nu^3 a^2 + \nu(2\nu^2 - 2\nu - 1)an + (\nu^3 - 2\nu^2 + 2)n^2 - \frac{\nu(3\nu+1)a^2n + (3\nu^2 - 3\nu - 4)an^2}{d} + \frac{(3\nu+2)a^2n^2}{d^2}\right],\ \text{ou}$$

$$d_1 = \frac{and}{(\nu-1)(a+n)d - an}.$$

Posant ensuite, avec Huygens, $\nu = \frac{3}{2}$, on trouve pour cette même aberration:

$$\frac{d_1^2 e}{3a^2n^2}\left[\frac{27}{8}a^2 + \frac{3}{4}an + \frac{7}{8}n^2 - \frac{\frac{33}{4}a^2n - \frac{7}{4}an^2}{d} + \frac{13}{2}\frac{a^2n^2}{d^2}\right],\ \text{ou}\ d_1 = \frac{2and}{(a+n)d - 2an}.$$

[Fig. 3.]



§ 3.

Aberratio radiorum ex π venientium in superficiem BC. solidum versus G habentem.

$$AB \infty a\ ^{1)};\ BG \infty b;\ B\pi \infty d.$$

πC suppon. ∞ πB; CY est arcus centro π
πB (d) ad AB (a) ut BG (b) ad

$$\left.\begin{array}{r} GY\ ^{2)} \left(\frac{ab}{d}\right) \\ d-b\ \pi G \end{array}\right|\ \text{a[dde].}$$

$$-b+d+\frac{ab}{d}\ \pi Y \infty \pi C$$

qu.πC ad qu.πA ut qu.CG ad qu.Aφ ∞ Cω
ut BG ad $\Delta\omega$ [3])

$$\text{qu.}\pi C(dd)\ \text{ad qu.}\pi A\,(aa-2ad+dd)\ \text{ut}\ BG(b)$$
$$\text{ad}\ \Delta\omega\left(\frac{baa}{dd}-\frac{2ab}{d}+b\right)$$

$$\frac{9}{2}$$

$$\frac{9}{2}b-\frac{9ab}{d}+\frac{9}{2}\frac{baa}{dd}\ PR\ ^{4)}$$

$$\text{ex} \qquad 3a\ RA\ ^{5)}$$

$$3a-\frac{9}{2}b+\frac{9ab}{d}-\frac{9}{2}\frac{baa}{dd}\ PA$$

$$d+\frac{ab}{d}-b\ \pi C$$

$$3a-\frac{7}{2}b+\frac{8ab}{d}-d-\frac{9}{2}\frac{baa}{dd}\ P\lambda$$

[1]) A est le centre de la surface ΔCB; πC le rayon extrême; Cβ sa direction après la réfraction à la surface ΔCB; A$\lambda\omega\Delta$PR est parallèle à πC; Cω et Aφ lui sont perpendiculaires; Cλ est parallèle à l'axe AGY; de plus on a $\pi Y = \pi C$. E est le point correspondant de π, par rapport à la surface réfringente ΔCB.

[2]) Par la Prop. II, p. 275.

[3]) Par la Prop. I, p. 273.

$$\mathrm{P}\lambda \text{ ad } \lambda\mathrm{C} \infty \mathrm{A}\pi\,(a-d) \text{ ut } \mathrm{C}\pi \left(d+\frac{ab}{d}-b\right) \text{ad } \pi\beta$$

$$\pi\beta \quad \frac{ad+\frac{aab}{d}-2ab-dd+bd}{3a-d-\frac{7}{2}b+\frac{8ab}{d}-\frac{9}{2}\frac{baa}{dd}}$$

$$\pi\delta\ (3a-d) \text{ ad } \pi\mathrm{A}\ (a-d) \text{ ut } \pi\mathrm{B}\ (d) \text{ ad } \pi\mathrm{E} \left(\frac{ad-dd}{3a-d}\right)$$ [6])

πE fubtr. ex $\pi\beta$ fit βE aberratio.

$$\frac{16\frac{1}{2}abd-19\frac{1}{2}aab-4\frac{1}{2}bdd+7\frac{1}{2}\frac{a^3b}{d}}{9aa-6ad+dd} \beta\mathrm{E}$$ [7]). bon.

fi $d \infty \frac{5}{3}a$, cafus perfectus, hoc eft aberratio nulla [8]).

$$16\frac{1}{2}ad+7\frac{1}{2}\frac{a^3}{d} \infty 19\frac{1}{2}aa+4\frac{1}{2}dd$$

$$11ad+5\frac{a^3}{d} \infty 13aa+3dd$$

$$\frac{55}{3}aa+3aa \infty 13aa+\frac{75}{9}aa$$

$$165+27 \infty 117+75$$

$$192 \infty 192 \text{ bon}$$

---

4) On a PR $= \frac{9}{2}$ BG; comparez la première partie du § 2 de l'Appendice I, p. 359.

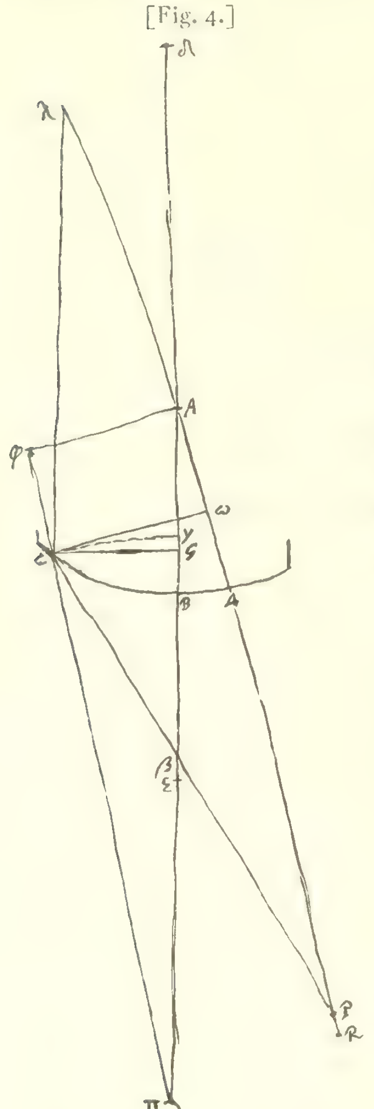
5) Voir la Prop. IX, Part. I, Liv. I, p. 37.

6) Voir la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41; mais il aurait suffi de poser $b = 0$ dans l'expression pour $\pi\beta$.

7) Plus généralement on trouve, en remplaçant dans la formule de la note 1, p. 394, d par $-d$, a par $-a$ et ν par $\frac{1}{\nu}$: $\beta\mathrm{E} = \frac{\nu(\nu-1)(d-a)^2((\nu+1)a-\nu d)}{(\nu a-(\nu-1)d)^2 d}\, b$.

8) Consultez la p. 69 d'après laquelle le „casus perfectus" se présentera quand on aura $\frac{\mathrm{BA}}{\pi\mathrm{A}} = \nu$ et qu'en même temps le point π se trouve plus éloigné de la surface que le point A. On aura donc ici: $\frac{a}{d-a} = \frac{3}{2}$; c'est-à-dire, $d = \frac{5}{3}a$.

[Fig. 4.]



§ 4 [1]).

AB ∞ a; BG ∞ b; Gπ ∞ d

$$\frac{7\frac{1}{2}\frac{a^3b}{d} + 19\frac{1}{2}a^2b + 16\frac{1}{2}abd + 4\frac{1}{2}bdd}{9aa + 6ad + dd} \quad \beta\text{E}\ ^{2})\ \text{bon}$$

si d infinitè magna fit $4\frac{1}{2}$ feu $\frac{9}{2}b$ ∞ βE, ut oportet [3]).

Et fimilis expreffio βE, hoc eft cum ijfdem fractionibus, bona eft in alio cafu pag. 31 [4]). quia refpondet in cafu perfecto [5]). Infuper confirmatur hæc regula calculo pag. 31.2 [6]).

[1]) Aberration du rayon extrême φC d'un faisceau dirigé vers π avant sa réfraction à la surface CB, où le verre se trouve du côté du centre A. CβP est le rayon réfracté, R le foyer d'un faisceau de rayons parallèles à φC, E le point de concours des rayons réfractés du faisceau dirigé vers π.

Sur une autre feuille du manuscrit Huygens traite le cas, qu'on retrouvera encore dans le § 1 de l'Appendice VI, p. 408, où le verre se trouve du côté du point π, qui est, cette fois, l'origine du faisceau; ce qui amène la même formule. En effet, les positions des points E et β restent les mêmes dans les deux cas, le rayon πC suivant maintenant, après sa réfraction, le prolongement de βC.

[2]) Nous avons supprimé les calculs à cause de leur ressemblance avec ceux du § 3, qui précède. Il est vrai que la signification de la lettre d s'écarte un peu de celle qu'elle a dans ce § 3. Cela entraîne, en effet, quelques changements dans les expressions pendant le calcul mais n'a pas d'influence sur le résultat qui se déduit d'ailleurs de celui du § 3 en substituant $-d$ à d, et en changeant le signe de l'expression finale.

[3]) Comparez la première partie du § 2 de l'Appendice I, p. 359.

[4]) C'est le cas du § 3, p. 398.

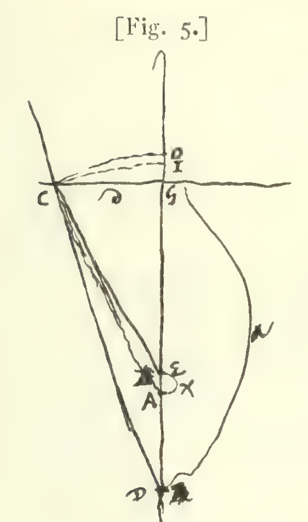
[5]) Voir la fin du § 3, p. 399.

[6]) Voir le § 7, p. 405, où la formule pour βE est employée à calculer d'une nouvelle façon l'aberration sphérique d'une lentille biconvexe à courbure égale des deux faces pour un faisceau de rayons parallèles. La conformité du résultat obtenu de cette façon avec celui que nous avons indiqué dans la note 4 de la p. 365 est, en effet, une autre preuve de la justesse de cette formule.

§ 5.

Aberratio in ſuperficie plana radiorum exeuntium.

[Fig. 5.]



A eſt concurſus tendentium ad D.

DG ∞ a; AG ∞ $\frac{2}{3}a$ [7]); x ∞ AE aberratio quæſita.

EG ∞ $\frac{2}{3}a - x$

CI eſt arcus centro D radio DC. CO eſt arcus centro A radio AC.

2GA $\left(\frac{4}{3}a\right)$ ad GC (d) ut GC (d)

ad GO proximè $\frac{3dd}{4a}$ } ad[de]

GE $\frac{2}{3}a - x$

$\frac{3}{4}\frac{dd}{a} + \frac{2}{3}a - x$ EO ∞ EC

cenſetur EO ∞ EC etſi revera ſit AO ∞ AC $\quad \frac{3}{2}$

$\frac{9}{8}\frac{dd}{a} + a - \frac{3}{2}x$ DC [8])

$\frac{3dd}{4a}$ GO

$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{2}\frac{dd}{a}$ GI [9])

a GD

DC ∞ DI ∞ $a + \frac{1}{2}\frac{dd}{a}$ ∞ $\frac{9}{8}\frac{dd}{a} + a - \frac{3}{2}x$ DC

7) Voir la Prop. VII du Liv. I, p. 27 du Tome préſent.

8) DC $= \frac{3}{2}$ EC d'après la Prop. III, Part. I, Liv. I, p. 17.

9) GI $= \frac{2}{3}$ GO d'après la Prop. II, p. 275, puiſque CD $= \frac{3}{2}$CE ou, par approximation, $= \frac{3}{2}$ CA.

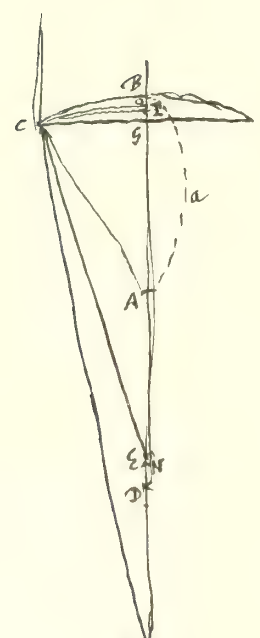
$$\frac{3}{2}x \infty \frac{5}{8}\frac{dd}{a}$$

$$x \infty \frac{5}{12}\frac{dd}{a}\ ^{1)};\ GI \infty \frac{1}{2}\frac{dd}{a}$$

$$x \infty \frac{5}{6}\, GI$$

§ 6 [2]).

[Fig. 6.]



[Première Partie.] [3])

BA [4]) ∞ a; BG ∞ b; PR ∞ x aberratio
CI eſt arcus centro R radio RC vel PC.

BR ∞ $3a$ [5]) ⎫ ſ[ubtr.]
b ⎭
———————
$3a - b$ RG ⎫ ſ[ubtr.]
x PR ⎭
———————
$3a - b - x$ PG ⎫ ad[de]
$\frac{1}{3}b$ GI [6]) ⎭
———————

---

[1]) Inutile de dire que cette formule ne représente qu'un cas spécial de la formule du § 4; on l'obtient en remplaçant dans le premier terme du numérateur ab par $\frac{1}{2}CG^2$, en posant ensuite $a = \infty$, et en remplaçant enfin la d du § 4 par la lettre a, qui dans le paragraphe présent représente la même distance. Un autre cas, où un point lumineux se trouve au dehors du milieu réfringent limité par une surface plane sera traité au § 1 de l'Appendice VII, p. 418, d'une manière entièrement différente.

[2]) La troisième et principale partie du paragraphe présent contient une application des résultats obtenus dans les §§ 1, première partie, et 5, qui précèdent. À l'aide de ces résultats l'aberration d'une lentille planconvexe exposée par sa surface convexe à un faisceau de rayons parallèles à l'axe est calculée d'une façon nouvelle. La première et la deuxième partie contiennent une déduction de cette même aberration d'après les principes déjà appliqués auparavant au § 1 de l'Appendice I, p. 355—357, mais cette fois d'une manière plus algébrique.

[3]) Cette première partie donne la déduction de l'aberration PR causée par la seule surface convexe.

[4]) A est le centre de la surface CB; R le foyer de cette surface.

[5]) D'après la Prop. VIII, Part. I, Liv. I, p. 33.

[6]) D'après la Prop. II, p. 275.

$$\left.\begin{array}{r} 3a-\frac{2}{3}b-x \\ \frac{2}{3} \end{array}\right| \begin{array}{l} \text{PI vel PC} \\ \text{m[ult.]} \end{array}$$

$$\text{PA } 2a-\frac{4}{9}b-\frac{2}{3}x \text{ [7]} \infty 2a-x \text{ PA}$$

$$\frac{1}{3}x \infty \frac{4}{9}b$$

$$x \infty \frac{4}{3}b \text{ in superficie singulari BC.}$$

[Deuxième Partie.]

D focus planoconv. DE ∞ x aberr.º

$$\left.\begin{array}{r} \text{GR} \infty 3a-b \\ \frac{2}{3} \end{array}\right| \text{m.}$$

$$\left.\begin{array}{r} \text{GD} \infty 2a-\frac{2}{3}b \text{ [8]} \\ x \end{array}\right| \text{f.}$$

$$\left.\begin{array}{rl} 2a-\frac{2}{3}b-x & \text{EG} \\ \frac{1}{2}b & \text{GO [9]} \end{array}\right| \text{ad.}$$

$$\left.\begin{array}{r} 2a-\frac{1}{6}b-x \\ \frac{3}{2} \end{array}\right| \begin{array}{l} \text{EO} \infty \text{EC} \\ \text{m.} \end{array}$$

$$3a-\frac{1}{4}b-\frac{3}{2}x \text{ PC [10]}$$

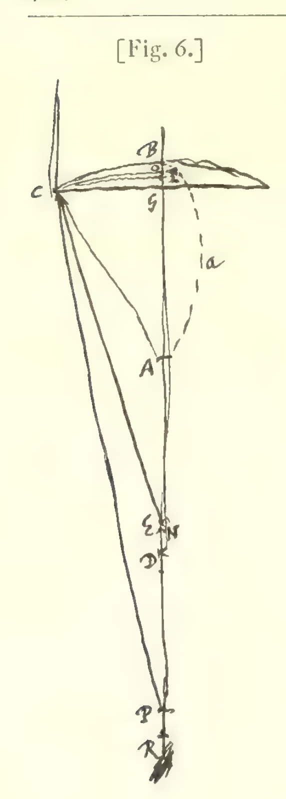
7) D'après la Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 15, CP représentant le rayon parallèle à l'axe après sa première réfraction à la surface convexe CB.

8) Comparez la Prop. XIV, Part. I, Liv. I, à la p. 83.

9) DO = DC.

10) D'après la Prop. III, Part. I, Liv. I, p. 17.

[Fig. 6.]



$3a - \frac{2}{3}b - x$ erat PC [1]) fed $x \infty \frac{4}{3}b$, PC $\infty\ 3a - 2b \infty$

$\infty\ 3a - \frac{1}{4}b - \frac{3}{2}x$

$\frac{3}{2}x \infty \frac{7}{4}b$; $\frac{7}{6}b \infty x$ DE in lente planoconvexa convexo exteriori.

[Troisième Partie.]

Si NG [2]) ponatur $\infty\ \frac{2}{3}$ PG, fit lineola NE $\infty\ \frac{5}{6}$ GI; eft autem GI $\infty\ \frac{1}{3}$ BG [3]). Ergo NE $\infty\ \frac{5}{18}$ BG.

Sed DG eft $\frac{2}{3}$ RG [4]), et NG $\infty\ \frac{2}{3}$ PG. Ergo DN ∞

$\infty\ \frac{2}{3}$ PR. Sed PR $\infty\ \frac{4}{3}$ BG [5]).

Ergo DN $\infty\ \frac{8}{9}$ BG }
NE $\infty\ \frac{5}{18}$ BG } ad.

aberratio DE $\frac{21}{18}$ five $\frac{7}{6}$ BG.

[1]) Voir la première partie.

[2]) N est le point de concours après sa sortie de la lentille d'un faisceau qui, dans l'intérieur de la lentille, converge vers P. Or, puisque E est le point où le rayon extrême d'un tel faisceau coupe l'axe après sa réfraction à la surface plane, NE égale l'aberration calculée au § 5 qui précède. On a donc NE $= \frac{5}{6}$ GI, en supposant PI = PC, et NG $= \frac{2}{3}$ PG.

[3]) D'après la Prop. II, p. 275, puisqu'on a avec une approximation suffisante PC = 3AB.

[4]) Puisque D, le foyer de la lentille planconvexe, est le point de concours d'un faisceau qui, dans l'intérieur de la lentille, se dirige vers R.

[5]) Voir la première partie.

[6]) Ce paragraphe contient une déduction nouvelle de l'aberration sphérique d'une lentille biconvexe à courbures égales. Elle est fondée sur l'emploi de la formule du § 4 et doit servir principalement à vérifier la justesse de cette formule. Comparez la p. 400 et surtout la note 6 qu'on y trouve.

[7]) Voir la première partie, p. 402—403, du § 6, et comparez la troisième partie, p. 404, où le même principe, qui va servir ici, est appliqué à un cas plus simple.

[8]) Il s'agit du § 4, p. 400.

[9]) Voir la note 4 de la p. 365.

[10]) A et δ sont le centre et le foyer de la surface CB, R est le foyer de la surface CM.

[Fig. 7.]

§ 7 [6]).

Lens æqualiter convexa eſt MCB. focus parall.^{m} eſt E. quæritur an per regulas pag. 39 [7]) et pag. 31.1 [8]) quæ ſunt de ſuperficiebus ſingularibus, inveniri poſſit aberrationem EL eſſe $\frac{5}{3}$ MB ſicut aliter inventum fuit [9]). Poteſt.

AB [10]) ∞ a, BG vel GM ∞ b. λC axi parallelus. MR, Bδ ∞ $3a$.

Vide prius calculum pag. 31.3 [11]).

Rδ $(6a-2b)$ ad RA $(4a-2b)$ ut RB $(3a-2b)$ ad RE [12])

$$\left(\frac{12aa-14ab+4bb}{6a-2b}\right)$$

$$2a-\frac{5}{3}b \text{ RE } ^{13})$$

$$\frac{4}{3}b \text{ RP } ^{14})$$

$$2a-3b \text{ PE}$$

$$\text{P}\delta\left(6a-\frac{10}{3}b\right) \text{ ad PA } \left(4a-\frac{10}{3}b\right) \text{ ut PB } \left(3a-\frac{10}{3}b\right)$$

$$\text{ad PN } ^{15}) \left(\frac{12aa-\frac{70}{3}ab+\frac{100}{9}bb}{6a-\frac{10}{3}b}\right)$$

$$2a-\frac{25}{9}b \text{ PN}$$

$$2a-3b \text{ PE}$$

---

[11]) Voir le § 8, p. 406—407, où un autre problème, dont la solution dépend du même principe, est traité plus explicitement.

[12]) Détermination du foyer de la lentille biconvexe par la règle de la p. 87.

[13]) Valeur approximative qu'on obtient en exécutant la division de $12aa - 14ab + 4bb$ par $6a - 2b$.

[14]) Voir la première partie du § 6, à la p. 402.

[15]) N est le point de concours après sa sortie de la lentille d'un faisceau de rayons dirigés à l'intérieur de la lentille vers le point P. PN est donc déterminée par la règle de la Prop. XX, Part. I, Liv. I, p. 98.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{2}{9}b\ \mathrm{NE}\\ \frac{28}{9}b\ \mathrm{NL}\ ^{1})\end{array}\right\}\text{ad [de]}$$

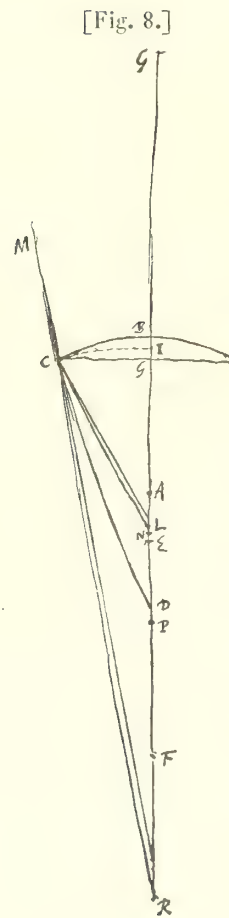
$$\frac{30}{9}b \infty \frac{10}{3}b \infty \mathrm{EL}\ \text{bon}$$

nam aberratio paralleli λ C eſt $\frac{5}{3}$ MB et MB ∞ $2b$

$$\mathrm{BE} \infty \mathrm{RB}-\mathrm{RE} \infty 3a-2b-\frac{12aa-14ab+4bb}{6a-2b} \infty \frac{6aa-4ab}{6a-2b} \infty a-\frac{ab}{3a-b}$$

$$\mathrm{BE} \infty a-\frac{1}{6}\mathrm{MB}\ \text{prox. notandum.}$$

[Fig. 8.]



§ 8 [2]).

a ∞ BA ſemidiam. arcus BC; BR ∞ $4a$; radius MC tendit ad R; BG ∞ b.

BG′ [3]) ∞ $2a$; RG′, RB; RA, RP proportionales [4]).

P eſt concurſus punctum quod faceret ſuperf. convexa BC. aberratio PD eſſet ibi ∞ $\frac{1}{8}$ BG, ut ex calculo pag. 28 apparet [5]).

GE ∞ $\frac{2}{3}$ GP [6]). E eſt punctum concurſus radiorum ad R tendentium per lentem planoconvexam BCG. quæritur aberratio EL.

CI eſt arcus centro P vel D radio PC vel DC. PC vel DC cenſetur dupla AB. GI ∞ $\frac{1}{2}$ BG [7]) ∞ $\frac{1}{2}b$.

Si GN ∞ $\frac{2}{3}$ GD, erit NL ∞ $\frac{5}{6}$ GI (vide pag. 39 in fine [8])); hoc eſt NL ∞ $\frac{5}{12}$ BG ∞ $\frac{5}{12}b$.

N jam conſideratur tamquam ſi eſſet punctum concurſus axi proximorum tendentium ad D. tunc radij CD [9]) aberratio eſt NL. quæ ad datam NE additur et facit EL. datur autem EN quia datur PD et PG ideoque et DG, unde et NG. nam ut ex PG datur EG, ſic ex DG datur NG.

$$EG \propto \frac{2}{3} GP;\ NG \propto \frac{2}{3} GD;\ NE \propto \frac{2}{3} DP \text{ fed } DP \propto \frac{1}{8} b \text{ ut fupra.}$$

$$NE \propto \frac{1}{12} b$$

$$NL \propto \frac{5}{12} b$$

$$\text{aberratio } EL \propto \frac{6}{12} \text{ five } \frac{1}{2} b \propto \frac{1}{2} BG$$ [10]).

[1]) C'est cette valeur qui est calculée par la formule du § 4 (p. 400) en y substituant $d = 3a - \frac{7}{3} b$ (la GP de la figure présente), ou plutôt $d = 3a$, ce qui revient au même puisqu'on peut négliger le carré de b. De cette manière on trouve l'aberration sphérique LN du rayon extrême CL, relative au point de concours N du faisceau dont il est question dans la note précédente.

[2]) Ce paragraphe, qui probablement est d'une date postérieure mais que nous donnons ici parce qu'il traite un sujet analogue à celui des autres, contient le calcul de l'aberration sphérique d'un faisceau dirigé vers un point de l'axe d'une lentille planconvexe, la distance de ce point à la surface convexe antérieure étant égale à quatre fois le rayon de courbure de cette surface.

Ajoutons que ce qui suit sert d'introduction à la pièce que nous mentionnerons plus loin dans la dernière note de la p. 467. On le trouve avec cette pièce sur une même feuille, marquée 31.3, du manuscrit cité dans les notes 1 des pp. 355 et 392.

[3]) Il y a dans la figure un double emploi de la lettre G. Nous indiquerons par G′ le point G qui se trouve vers le haut de la figure et qui représente le foyer de la surface CB pour un faisceau de rayons parallèles à l'axe venant de l'intérieur de la lentille.

[4]) Voir la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41. On a donc $RP = 2a$ et, par conséquent, $BP = 2a$.

[5]) Voir la première partie du § 1, p. 394, où l'on lit: „sit $d \propto 4a$; $\beta E \propto \frac{1}{8} b$".

[6]) Par la Prop. VII, Part. I, Liv. I, p. 27.

[7]) Prop. II, p. 275.

[8]) Il s'agit du § 5 de l'Appendice présent; voir les p. 401—402.

[9]) CD représente le rayon MC après sa première réfraction à la surface convexe; CL le même rayon après les deux réfractions.

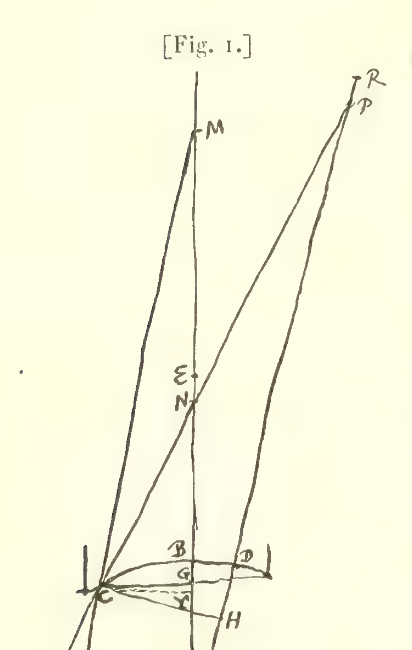
[10]) On arrive au même résultat en substituant $d = -4a$, $n = \infty$, $e = b$, dans les dernières formules de la note 2, p. 396.

APPENDICE VI[1]

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO".

1669.

[Fig. 1.]



Lens compofita hyperbolicæ æmula.

εὕρηκα 1 Febr. 1669 [2]).

§ 1 [3]).

Aberratio fuperficiei cavæ CBD, radio veniente ex M qui in C refractus tendit per CO, retroque productus, occurrere axi ponitur in N.

A eft centr. fuperficiei CBD. AL ∞ 2AB. CG perpend. in BA.

Sit AB ∞ a, BG ∞ b, MB ∞ d.

ML ($d+3a$) ad MA ($a+d$) ut MB (d) ad ME $\left(\frac{ad+dd}{3a+d}\right)$. E erit punctum difperfus radiorum ex M venientium [4]).

Sit AR parall. CM. Et DR ∞ 2 DA ∞ 2a. Item RP ∞ $\frac{9}{2}$ DH [5]), pofitâ CH perpend. in DA. Erit recta PCO refractio radij MC, fecundum examinata in dioptricis noftris [6]). Sit AF parall. CH. Et centro M defcriptus arcus CY.

MC (d + minimo) ad AB (a) ut BG (b) ad GY $\left(\frac{ab}{d}\right)$ [7])

MG ($d+b$) a [dde]

$$MY \infty MC \infty d + b + \frac{ab}{d}$$

ut qu. MC (dd + minimo) ad qu. MA ($dd + 2ad + aa$) five ut qu. CG ad qu. AF vel CH ita BG (b) ad DH $\left(\frac{bdd + 2abd + baa}{dd}\right)$ [8]).

---

[1]) La pièce est empruntée aux p. 144—148 du Manuscrit D. Elle se rapporte à l'invention du 1 févr. 1669 qui consiste à compenser l'aberration sphérique d'une lentille convexe par l'adjonction d'une lentille concave, les deux lentilles constituant ensemble l'objectif d'une lunette.

[2]) Nous reproduisons encore, dans cette note, une annotation qu'on trouve sur une des feuilles du manuscrit dont nous avons tiré l'Appendice V, p. 392. On y voit reproduite l'invention dont il s'agira dans la suite; mais l'„Εὕρηκα" a été biffé et un postcriptum y est ajouté, qui déclare l'invention inutile à cause de l'aberration Newtonienne des couleurs. Les chiffres 25.10, s'ils désignent une date, doivent indiquer le 25 octobre 1673; puisqu'avant cette année Huygens n'avait pas encore attaché une telle importance aux recherches de Newton sur cette aberration, desquelles il avait eu connaissance en 1672 (voir les pp. 156, 186 et 243 du T. VII). Ajoutons, que probablement la nouvelle invention n'a jamais été mise en exécution. Comme nous l'avons dit vers la fin de la note 4 de la p. 331, elle détermina Huygens à suspendre les efforts qu'il faisait pour réaliser l'invention de septembre 1665 (voir la note 4 de la p. 303) qui lui semblait être inférieure à l'autre; mais les difficultés de la nouvelle entreprise n'étaient pas moindres et c'est peut-être à propos d'elle qu'il écrivit à Oldenburg le 26 juin 1669 (T, VI, p. 460): „Je ne scay qui vous a pu mander que j'avois entrepris quelque chose de considerable en cette matiere. Il est vray que je fais travailler depuis quelques semaines mais je ne me propose encore rien si non de faire des verres exactement spheriques sans que le poliment en gaste la figure." C'était bien là, en effet, la première condition pour la réalisation pratique de la nouvelle idée.

[3]) Nous avons ajouté une division en paragraphes. Ce premier paragraphe traite l'aberration sphérique des rayons partant d'un point situé à l'intérieur d'une surface concave.

[4]) Voir la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41.

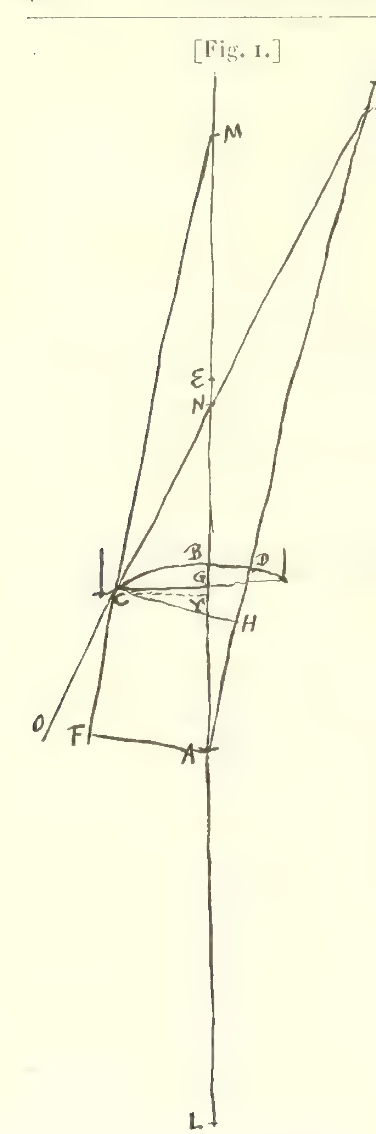
[5]) Voir la première partie du § 2 de l'Appendice I, p. 359. Le point R représente le point de concours, après leur réfraction, des rayons parallèles à FCM.

[6]) Voir la p. 285 du Tome présent.

[7]) D'après la Prop. II, p. 275.

[8]) D'après la Prop. I, p. 273.

[Fig. 1.]



$b + \frac{2ab}{d} + \frac{baa}{dd}$ DH

$\frac{9}{2}$

$\frac{9}{2}b + \frac{9ab}{d} + \frac{9}{2}\frac{baa}{dd}$ PR
$3a$ ex RA } f[ubtr].

$3a - \frac{9}{2}b - \frac{9ba}{d} - \frac{9}{2}\frac{baa}{dd}$ PA
$d + b + \frac{ab}{d}$ MC } a[dde].

MC + PA$\left(3a - \frac{7}{2}b - \frac{8ab}{d} + d - \frac{9}{2}\frac{baa}{dd}\right)$
ad MC$\left(d + b + \frac{ab}{d}\right)$ ut AM $(a+d)$ ad MN [1]).

Ergo MN $\dfrac{ad + 2ab + \frac{aab}{d} + db + dd}{3a - \frac{7}{2}b - \frac{8ab}{d} + d - \frac{9}{2}\frac{baa}{dd}}$ } fubtr.

ME $\dfrac{ad + dd}{3a + d}$

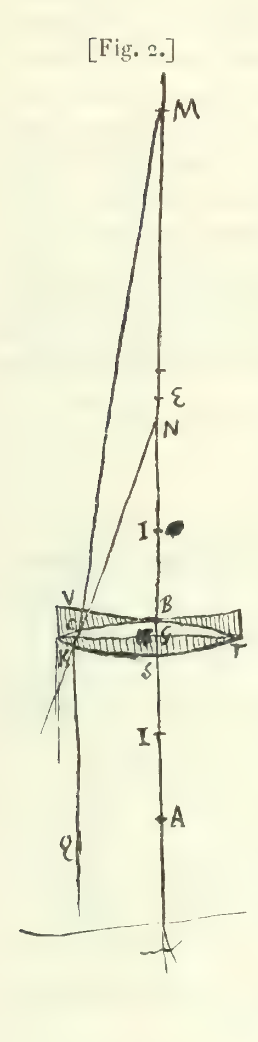
fit EN aberratio.

Ut auferatur ME ab MN, ducantur alternis denominatores in numeratores et productorum differentiæ fubfcribetur denominator communis hoc eft productum duorum denominatorum, quod neglectis minimis eft qu. $3a + d$ [2]).

$$\frac{16\frac{1}{2}abd + 19\frac{1}{2}aab + 4\frac{1}{2}bdd + 7\frac{1}{2}\frac{ba^3}{d}}{9aa + 6ad + dd} \infty \text{ EN } ^{3})$$

Si d infinite magna ponatur patet EN fore $\frac{4\frac{1}{2}bdd}{dd}$, hoc eft $\frac{9}{2}b$, ut oportet.

[Fig. 2.]



§ 2 [4]).

Cum radij MC refractio pertineat ad punctum N, aberrans à puncto difperfus E fpatio EN; erunt eædem aberrationes lentis cavæ VBC [Fig. 2] fi intelligatur fuperficies altera BV habere centrum M, quia hanc fine refractione radius MC penetrabit. Quod fi jam lentem KST convexam ejufmodi invenire poffim et cum cava componere, quæ radium axi parallelum QK ipfi MC refpondentem, hoc eft, diftantiam ab axe KS ipfi CB æqualem habentem [5]), refringat verfus N, focumque habeat et ipfa E punctum; Idem radius penetrata deinde lente cava CBV tendet ad punctum M. Eodemque dirigentur omnes radij paralleli axi AS, quoniam unâ aberratione refpondentium radiorum æquali utrimque exiftente, omnes etiam reliquæ inter fe æquales funt ut patet ex demonftratis in dioptr. [6]).

Ponatur factum et fit lens KST quæ id efficiat. Oportet igitur foci diftantiam ejus effe æqualem GE, five BE, nam hæ æquales cenfendæ funt, quoniam lentes magnæ spheræ confideramus ubi craffitudinem pro nulla habemus.

Sit ergo hæc foci diftantia lentis KSTG, nempe BE ∞ ∞ $2x$. quia ergo pofita BM ∞ d, erat ME ∞ $\frac{ad+dd}{3a+d}$ [7]), auferendoque eam ab MB ∞ d fiebat diftantia puncti difperfus EB ∞ $\frac{2ad}{3a+d}$. Erunt æqualia $\frac{2ad}{3a+d}$ et $2x$. Unde $d \infty \frac{3ax}{a-x}$.

---

[1]) À cause du parallélisme de CM et AP.

[2]) Nous supprimons ces calculs.

[3]) Résultat conforme à celui indiqué au § 4 de l'Appendice V; voir le deuxième alinéa de la note 1, p. 400.

[4]) Ce paragraphe traite le cas où la lentille dont il s'agit de compenser l'aberration sphérique est planconvexe.

[5]) À ce propos Huygens annota en marge „C et K quasi idem punctum consideranda".

[6]) Voir la Prop. VII, p. 309.

[7]) Voir le § 1, p. 408.

[Fig. 2.]

Porro quia foci diſtantia lentis convexæ KST eâdem manente, itemque lentis latitudine, eadem quoque ſemper eſt craſſitudo (quid vocetur craſſitudo, in dioptr.) [1]) intelligatur primum lens KST planoconvexa; quia igitur proportio refractionis ponitur 3 ad 2, erit ut 2 ad 3 ita foci diſtantia EB ∞ $2x$ ad ipſam EB + radio convexi KST *, hoc eſt ad $3x$; unde ablata EB ∞ $2x$, erit radius convexi KST ∞ x; diameter vero $2x$. Quia autem arcuum CBT, KST eadem ſubtenſa CT, erunt ſinus verſi BG ad GS reciproce ut diametri [3]) itaque ut $2x$ ad $2a$ ita BG ∞ b ad GS ∞ $\frac{ab}{x}$; Itaque etiamſi non planoconvexa ſed alia ſtatuatur lens KST, tamen ejus craſſitudo erit eadem $\frac{ab}{x}$ [4]).

* per [Prop. XIV, Part. I, Lib. I] dioptr. [2]).

Quia vero aberratio EN erat

$$\frac{16\frac{1}{2}abd + 19\frac{1}{2}aab + 4\frac{1}{2}bdd + 7\frac{1}{2}\frac{ba^3}{d}}{\square\, 3a+d}$$

ſubſtituto ubique in locum d valore ejus $\frac{3ax}{a-x}$, fit

$$\text{EN} \infty \frac{\frac{49\frac{1}{2}aaxb}{a-x} + 19\frac{1}{2}aab + \frac{40\frac{1}{2}aaxxb}{\square\, a-x} + \frac{7\frac{1}{2}a^3b - 7\frac{1}{2}aaxb}{3x}}{\frac{9a^4}{\square\, a-x}}$$

$$\text{EN}\ ^{5)} \infty \frac{18abxx + 8bx^3 + 12aabx + \frac{5}{2}a^3b}{9aax} \infty \frac{7}{6}\frac{ab}{x}$$

Ponatur jam KST lens convexa cujus aberratio æquatur $\frac{7}{6}$ ſuæ craſſitudinis $\frac{ab}{x}$ [6]). Ergo $\frac{7}{6}\frac{ab}{x}$ æquari debet aberrationi EN.

[1]) Voir les définitions de la p. 277 et la Prop. III de la même page.
[2]) Voir la p. 81 du Tome présent.
[3]) Comparez la Prop. II, p. 275.
[4]) À cause de la Prop. III, p. 277.
[5]) Nous supprimons quelques calculs.
[6]) Voir la règle de la p. 287.

$$18axx + 8x^3 + 12aax + \frac{5}{2}aab\,^{7)} \infty \frac{21}{2}aab\,^{7)}$$
$$18axx + 8x^3 + 12aax - 8aab\,^{7)} \infty 0$$
$$4x^3 + 9axx + 6aax - 4aab\,^{7)} \infty 0$$

fit x proximè $\infty \frac{2}{5}a$, ſive accuratius $\frac{100}{254}a$.

Diximus autem x eſſe radium convexi KST. Ergo is eſt ad radium cavi CBT ut 2 ad 5 proximè. Altera vero ſuperficies lentis KST debet eſſe plana. Lentis vero cavæ ſuperficies altera VB radium habere MB $\infty d \infty \frac{3ax}{a-x}$, quod æquabitur hic $2a$[8]), eademque erit foci diſtantia lentis compoſitæ ex duabus VBC, KST, quæ Hyperbolicæ aut Ellipticæ perfectionem æmulabitur.

Rad. cavæ 1; alterius cavæ $\frac{300}{154}$; convexæ $\frac{100}{254}$; plano.

vel 5133 Rad. cavæ; 10000 alter. cavæ; 2021 conv.; plana; 4042 foci diſt. lentis convexæ.

Rad. alterius cavæ ſemper æqualis eſt foci diſtantiæ lentis ex duabus compoſitæ[9]).

§ 3[10]).

Ponamus rurſus lentem KST eſſe optimam illam cujus ſuperficies utraque convexa, ſed KST deſcripta ſit radio qui ſit $\frac{1}{6}$ radij ſuperficiei alterius KGT[11]).

Cujus lentis aberratio eſt $\frac{15}{14}$ ſuæ craſſitudinis ergo ponendum

$$\text{EN}\ \frac{18abxx + 8bx^3 + 12aabx + \frac{5}{2}a^3b}{9aax} \infty \frac{15}{14}\frac{ab}{x}$$

---

7) Liſez a^3 pour aab.

8) C'est-à-dire en posant $x = \frac{2}{5}a$; pour la valeur plus exacte, $x = \frac{100}{254}a$, on trouve $\frac{300}{154}a$.

9) Voici le dessin, fait évidemment avec beaucoup de soin par Huygens, d'un objectif composé de ce genre. Nous l'avons reproduit en grandeur naturelle. On le trouve dans le manuscrit mentionné dans la note 1 de l'Appendice I, p. 355.

10) Cas de la lentille d'aberration minimum.

11) Voir la p. 291 en bas.

vel ad faciliorem calculum, ponendo $x \infty z - \frac{3}{4} a$, erit æquatio refolvenda hujufmodi

$$\frac{\frac{8}{9} z^3 - \frac{1}{6} aaz + \frac{1}{36} a^3}{a^3} \infty \frac{15}{14}$$

quæ ad quamlibet lentem accommodata eft, ita ut tantum proportionem aberrationis, ut hîc, ab una parte æquationis ponere opus fit, ab altera vero femper eædem quantitates quæ hic habeantur.

$$32z^3 - 6aaz - \frac{526}{14} a^3 \infty 0$$

$$z^3 - \frac{3}{16} aaz - \frac{263}{224} a^3 \infty 0 \qquad \text{fit } y \infty 4z$$

1. 4. 16. 64.

$$y^3 - 3aay - 75\frac{1}{7} a^3 \infty 0 \quad \text{fit } y \infty \frac{444}{100} a \text{ [1]}. \text{ Ergo } z \infty \frac{111}{100} a;$$

fed $x = z - \frac{3}{4} a$. Ergo $x \infty \frac{9}{25} a$ et $2x$ foci dift. $\infty \frac{18}{25} a$. $d \infty \frac{3ax}{a-x} \infty \frac{27}{16} a$.

Radij convexæ lentis funt $\frac{21}{50} a$ [2]), et hujus fexcuplus.

Radius cavi VB, eademque foci diftantia compofitæ.

Rad. fuperf. cavæ 1; alterius cavæ $\frac{27}{16}$; convexæ min. $\frac{21}{50}$; conv. maj. $\frac{126}{50}$.

vel 593 Rad. cavæ fuperfi.; 1000 alterius cavæ et longitudo telesc.; 249 conv. minoris; 1493 conv. majoris; 427 foci dift. convexæ lentis.

---

[1]) Lisez plutôt $\frac{445}{100} a$.

[2]) Si l'on appelle R le plus petit des rayons de courbure, la distance focale se trouve égale à $\frac{12}{7}$ R. On a donc $\frac{12}{7} R = \frac{18}{25} a$; c'est-à-dire, $R = \frac{21}{50} a$.


[Fig. 3.]

§ 4 [3]).

Sit jam lens KST [Fig. 3] æqualiter utrimque convexa, cujus aberratio eſt $\frac{5}{3}$ craſſitudinis [4]).

$$\text{Ergo } \frac{\frac{8}{9}z^3 - \frac{1}{6}aaz + \frac{1}{36}a^3}{a^3} \infty \frac{5}{3}$$

$$z^3 - \frac{3}{16}aaz - \frac{59}{32}a^3 \infty 0 \qquad y \infty 4z$$

$$1.\ 4.\ 16. \qquad 64.$$

$$y^3 - 3aay - 118a^3 \infty 0 \qquad \text{fit } y \infty \frac{51}{10}a \text{ prox.}$$

Ergo $z \infty \frac{51}{40}a$. Ergo $x \infty z - \frac{3}{4}a \infty \frac{21}{40}a$. Et $2x \infty \frac{21}{20}a$.

vel accuratius $z \infty \frac{511}{400}$. Et $d \infty \frac{3ax}{a-x} \infty \frac{63}{19}a \infty 3\frac{1}{3}a$ ferè.

Quum $2x$ ſit foci diſtantia lentis convexæ, ſitque æqualiter utrimque convexa, erit radius utriuſque ſuperficiei KST, KBT $2x$ hoc est $\frac{21}{20}a$. At radius cavi interioris CB eſt a. Ergo proportio eorum ut 21 ad 20, ideoque cavum convexo fere convenit. at in totum convenire non poſſet, quia ſic duæ ſuperficies iſtæ inter ſe conjunctæ nihil plane efficerent, eoque aberratio convexi KST non corrigeretur. Hæc vero parva ſuperficierum diverſitas eam corrigit, nam calculus recte ſe habet. Superficies VB cava habebit radium MB $\infty\ d \infty 3\frac{1}{3}a$ fere.

§ 5 [5]).

Si KST ponatur lens planoconvexa, ſed ita ut plana ſuperficies radios parallelos excipiat, cujus aberratio eſt $\frac{9}{2}$ craſſitudinis. Ponendo

[3]) Cas d'une lentille biconvexe à courbures égales.

[4]) Comparez la p. 291 du Tome présent.

[5]) Ce paragraphe contient, outre la solution évidente, mais inutile, du cas de la lentille planconvexe qui tourne son côté plan vers les rayons, une discussion des résultats obtenus pour les autres cas.

$$\frac{\frac{8}{9}z^3 - \frac{1}{6}aaz + \frac{1}{36}a^3}{a^3} \infty \frac{9}{2}$$

$$\text{fit } 32z^3 - 6aaz - 161a^3 \infty 0$$

quod dividi poteſt per $z - \frac{7}{4}a$, fit enim $92aa + 56az + 32zz$. Unde liquet tunc z eſſe $\frac{7}{4}a$. Et $x \infty z - \frac{3}{4}a \infty a$.

Tunc autem x eſt radius convexi, adeo ut tunc cavum exacte aptetur convexo. ſed foci diſtantia lentis ita compoſitæ d quæ eſt $\frac{3ax}{a-x}$ fit $\frac{3aa}{a-a}$, hoc eſt infinitæ extenſionis, adeo ut plane inutilis ſit lens ejuſmodi, et revera vitro plano æquipollet.

Optima autem eſt compoſitio lentis proportionis ſexcuplæ de qua paulo ante, quia minus longe abſcedit focus compoſitæ. nam cum foci diſtantia lentis hujus convexæ ſit $\frac{18}{25}a$, fit foci diſtantia compoſitæ ex illa et cava $\frac{27}{16}$, adeo ut illa ſit ad hanc ut 1 ad $2\frac{1}{3}$ fere.

Parum autem huic cedit compoſitio planoconvexæ, convexo ad radios parallelos converſo. nam cum foci diſtantia ejus ſit prox. $\frac{4}{5}a$, fit foci diſtantia MB ∞ $2a$, inter quæ proportio eſt quæ 1 ad $2\frac{1}{2}$.

Huic planoconvexæ æquipollentem invenimus [1]) in dioptr. aliam inæqualiter convexam cujus ſuperficierum radij ut 5 ad 2, cujus nempe aberratio erit $\frac{7}{6}$ craſſitudinis, convexo minore ad radios obverſo. quæ itaque lens cum eadem cava componi poterit, eruntque radij $\frac{70}{127}$ et $\frac{175}{127}$ qualium cavi eſt 1, et altera $\frac{300}{154}$.

5133 Rad. cavæ ſuperf. 10000 alter. cavæ. 2829 conv. min. 7073 conv. maj. 4042 foci dist. convexæ lentis.

---

[1]) Voir l'avant-dernier alinéa de la p. 291.

Lens e duabus compoſita hyperbolicam aemulatur [2]).

a	b	c	d	e	h	i	l	m	n	o	p	r	s	t	u	y
5	2	2	1	4	1	2	3	3	1	3	2	2	3	2	4	1

6 febr. 1669 miſſum anagr. ad. Soc. Reg. Angl. [3])

---

[2]) Primitivement l'anagramme fut rédigé comme suit: Lens e duabus composita hyperbolicam æmulatur, altera planoconvexa altera cava utrimque. Semidiametri ſuperficierum sunt proximè duo, quinque, decem.

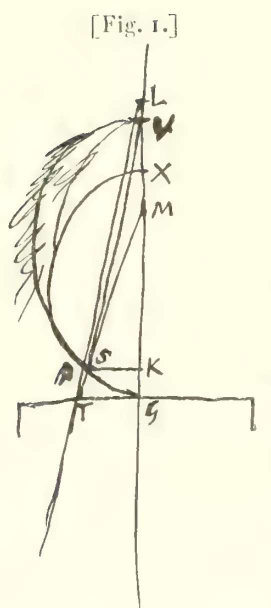
[3]) Voir la p. 355 du T. VI.

APPENDICE VII [1])

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO".

[1669.]

[Fig. 1.]



§ 1 [2]).

Aberratio ſuperficiei planæ radiorum ex puncto extrinſecus occurrentium.

MG ∞ d; M punctum radians. VG ∞ $\frac{3}{2}d$; V punctum diſperſus [3]).

Quia LT ad TM [4]) ut 3 ad 2 hoc eſt ut VG ad GM, vel ut VS ad SM, (diviſa nempe VM in X ut ſit VX ad XM ut 3 ad 2, factoque ſemicirculo XSG) [5]) Eſt igitur VS parall. LT. Ergo ut TM ad ML ita TS ad aberrationem VL. Sed TM ad ML ut 2 ad 1 proxime. Ergo et LV ∞ $\frac{1}{2}$ TS ſive ∞ $\frac{1}{2}$ GK.

MG ∞ d. MV ∞ $\frac{1}{2}d$. MX ∞ $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}d$ ∞ $\frac{1}{5}d$. GX ∞ $\frac{6}{5}d$.

---

[1]) La pièce est empruntée aux p. 149—156 du Manuscrit D. Elle suivait donc immédiatement le contenu de l'Appendice VI. Elle apprend, comme celui-ci, à construire une lentille composée sans aberration sensible; mais c'est ici la lentille concave auxiliaire qui reçoit les rayons parallèles.

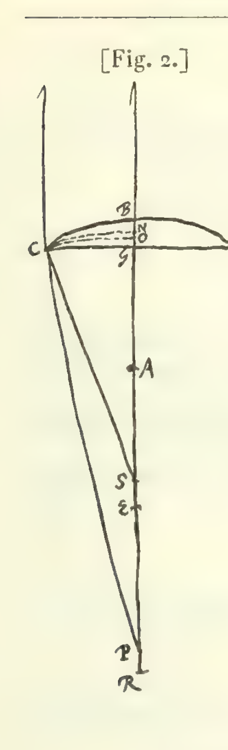
[2]) Nous avons ajouté la division en paragraphes. Le résultat de ce premier paragraphe sera utilisé au § 4, p. 420, qui suit. On pourra remarquer que la manière dont ce cas est traité diffère entièrement de celle du cas analogue du § 5 de l'Appendice V, p. 401.

[3]) D'après la Prop. V, Part. I, Liv. I, p. 23 du Tome présent.

[4]) D'après la Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 15. TL est le prolongement en sens inverse du rayon réfracté passant par T.

[5]) Voir le Lemme 5, p. 31.

[Fig. 2.]



§ 2[6]).

Aberratio axi parallelorum fuperficiei convexæ BC.

Sit rad. AB ∞ a. BR ∞ $3a$[7]). Craffit. BG ∞ b. Sit CP radius refractus. Et fit centro P radio PC defcriptus arcus CO. Quia ergo PC vel PO proxime æqualis RB five $3a$, hoc eft triplæ BA. Erit GO ∞ $\frac{1}{3}$ BG[8]). Sed CP ad PA ut 3 ad 2[9]). Ergo et OP ad PA ut 3 ad 2. Ergo OA ad AP ut 1 ad 2. Sed OA ∞ AB — BO ∞ $a - \frac{2}{3}b$

1 ad 2 ut OA $\left(a - \frac{2}{3}b\right)$ ad $\left(2a - \frac{4}{3}b\right)$ AP } f[ubt.].
ex $(2a)$ AR }

$\frac{4}{3}b$ ∞ PR aberratio.

§ 3.

Aberratio axi parallelorum, lentis planoconvexæ, convexo exteriore.

Sit CS refractio radij CP à fuperficie plana CG exeuntis. Et centro S fit defcriptus arcus CN.

Quia ergo CS vel SN proxime æqualis $2a$, erit GN ∞ $\frac{1}{2}$ BG[8]) ∞ $\frac{1}{2}b$. Sed PC ad CS ut 3 ad 2[10]). Ergo et PC ad SN ut 3 ad 2.

BR $3a$ }
PR $\frac{4}{3}b$ } f[ubt.].

3 ad 2 ut PC $(3a - 2b)$ ad $(2a - \frac{4}{3}b)$ SN }
$\frac{1}{2}b$ NG } f[ubtr.]

6) Dans ce paragraphe et dans celui qui suit des résultats obtenus déjà en 1665 sont déduits de nouveau par un calcul moins compliqué; comparez la note 3, p. 355.

7) Prop. VIII, Part. I, Liv. I, p. 33.

8) Prop. II, p. 275.

9) Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 15.

10) Prop. III, Part. I, Liv. I, p. 17.

PB $3a - \frac{4}{3}b$
BO $\frac{2}{3}b$ } f[ubt.].

PO vel PC $3a - 2b$

$2a - \frac{11}{6}b$ GS
ex $2a - \frac{2}{3}b$ GE ∞ $\frac{2}{3}$ GR [1] } f.

$\frac{7}{6}b$ SE aberratio.

[Fig. 3.]

§ 4.

Aberratio lentis planoconvexæ radiorum a puncto venientium in superficiem planam.

AB ∞ a; BG ∞ b; MG ∞ d, M punctum radians; MV ∞ $\frac{1}{2}d$ [2]), V punctum disp. superf.ei planæ CG; MX ∞ $\frac{2}{5}$ MV ∞ $\frac{1}{5}d$ [2]); BO ∞ $3a$ [3]).

$\frac{1}{2}$ XG $\left(\frac{3}{5}d\right)$ ad AB (a) ut BG (b) ad GK $\left(\frac{5}{3}\frac{ab}{d}\right)$ [4])

$\frac{1}{2}$

$\frac{5}{6}\frac{ab}{d}$ ∞ LV aberratio superf.ei planæ, vid. pag. preced. [2])
$\frac{3}{2}d$ ∞ VG } a[dde].

$\frac{3}{2}d + \frac{5}{6}\frac{ab}{d}$ LG

LC ∞ LG + min. $\left(\frac{3}{2}d + \text{minima}\right)$ ad AB (a) ut BG b ad GY $\left(\frac{ab}{\frac{3}{2}d}\right)$ [5]) } a.

LG $\left(\frac{3}{2}d + \frac{5}{6}\frac{ab}{d}\right)$

[1]) Puisque E représente le foyer de la lentille BCG, on a, d'après la Prop. XIV, Part. I, Liv. I (voir la p. 83), GE = $\frac{2}{3}$ GR, où GR = $= 3a - b$.

[2]) Voir le §1, p. 418.

[3]) O est le point de concours des rayons parallèles à l'axe venant du côté du point N après leur réfraction à la surface CBZ; voir la Prop. VIII, Part. I, Liv. I, p. 33.

$$\frac{\frac{3}{2}dd + \frac{3}{2}ab}{d} \text{ LY} \infty \text{ LC}$$

$$\left.\begin{array}{r} \frac{3}{2}d + \frac{5}{6}\frac{ab}{d} \text{ LG} \\ a - b \text{ AG} \end{array}\right\} \text{f.}$$

$$\frac{3}{2}d + \frac{5}{6}\frac{ab}{d} - a + b \text{ LA}$$

qu. LC $\left(\frac{9}{4}dd + \text{minim.}\right)$ ad qu. LA $\left(\frac{9}{4}dd - 3ad + aa\right)$ ſive ut qu. CG ad qu. AF [6]) vel CH [7]) ita BG (b) ad DH [8]).

Hic minimum primi termini negligitur rectè, quia tertius terminus b minimus eſt. nam etſi non negligeretur, id in quarto termino DH inconſiderabile augmentum efficeret.

$$b - \frac{4}{3}\frac{ab}{d} + \frac{4}{9}\frac{aab}{dd} \text{ DH}$$

$$\frac{9}{2}$$

AP parall. LC. $\left.\begin{array}{r} \frac{9}{2}b - \frac{6ab}{d} + \frac{2aab}{dd} \text{ PR}^{9)} \\ \text{ex } 3a \text{ AR} \end{array}\right\} \text{f.}$

Aζ parall. CP. $\left.\begin{array}{r} 3a - \frac{9}{2}b + \frac{6ab}{d} - \frac{2aab}{dd} \text{ PA} \infty \text{ C}\zeta \\ \text{ex } \frac{3}{2}d + \frac{3}{2}\frac{ab}{d} \text{ LC} \end{array}\right\} \text{f.}$

$$\frac{3}{2}d - \frac{9}{2}\frac{ab}{d} - 3a + \frac{9}{2}b + \frac{2aab}{dd} \text{ L}\zeta$$

$$\text{L}\zeta\left(\frac{3}{2}d - \frac{9}{2}\frac{ab}{d} - 3a + \frac{9}{2}b + \frac{2aab}{dd}\right) \text{ad LA} \left(\frac{3}{2}d + \frac{5}{6}\frac{ab}{d} - a + b\right)$$

$$\text{ut LC}\left(\frac{3}{2}d + \frac{3}{2}\frac{ab}{d}\right) \text{ad LN.}$$

4) Par la Prop. II, p. 275.

5) Toujours à cause de la Prop. II, p. 275. LC prolongée représente le rayon MC après sa réfraction par la surface plane; LY = LC.

6) À cause de la similitude des triangles LCG et LAF.

7) AP est une parallèle à LC.

8) Prop. I, p. 273.

9) PR $= \frac{9}{2}$ DH d'après le § 2 (première Partie) de l'Appendice I, p. 359. R représente le foyer de la surface CB pour des rayons parallèles à LC; CP donne la direction du rayon MC après les deux réfractions par les surfaces plane et sphérique de la lentille.

Hic nihil omittendum ex minimis primi et fecundi et tertij termini, quia quartus eft magnus.

$$\frac{\frac{9}{4}dd + \frac{7}{2}ab - \frac{3}{2}ad + \frac{3}{2}db - \frac{3}{2}\frac{aab}{d}}{\frac{3}{2}d - \frac{9}{2}\frac{ab}{d} - 3a + \frac{9}{2}b + \frac{2aab}{dd}} \quad \text{LN [1]}$$

VO $\left(\frac{3}{2}d + b - 3a\right)$ ad VA $\left(\frac{3}{2}d + b - a\right)$ ut VB $\left(\frac{3}{2}d + b\right)$ ad VE [2])

Hic rurfus nihil omittendum quia quartus terminus eft magnus.

$$\frac{\frac{9}{4}dd + 3bd + bb - \frac{3}{2}ad - ab}{\frac{3}{2}d + b - 3a} \quad \text{VE [1]} \quad \Big\} \text{ a.}$$

$$\frac{5}{6}\frac{ab}{d} \quad \text{VL}$$

$$\frac{\frac{1}{4}ab - \frac{5}{2}\frac{aab}{d} + 3bd + \frac{9}{4}dd - \frac{3}{2}ad}{\frac{3}{2}d + b - 3a} \quad \text{LE} \qquad \text{ex LE} \quad \Big\} \text{ f.}$$

$$\frac{-24\frac{3}{4}adb + 19\frac{1}{2}aab + \frac{81}{8}ddb}{\frac{9}{4}dd - 9ad + 9aa} \quad \text{NE [1]}$$

ut auferatur LN ex LE alternis multiplicantur numeratores et divifores, et differentia productorum dividitur per productum denominatorum, in quo minima negliguntur quia NE eft minima. Sed et in illa productorum differentia negliguntur in quibus bb, quia hæ quantitates refpectu cæterarum, in quibus tantum b funt minimæ. Tollunt porro fe mutuo omnes, in quibus nullum b, neceffario.

$$\frac{52aab - 66adb + 27ddb}{6\,\text{qu.}\,(d - 2a)} \infty \text{ NE [3]}.$$ Regula aberr.is

§ 5 [4]).

Ex aberratione cognita lentis planoconvexæ radiorum a puncto venientium alia methodus fuppetit lentem compofitam perfectam conftruendi. Oportet enim tantum cavoconvexam adjungere STZ [Fig 3], quæ radios parallelos excipiens inflectit quafi venirent a puncto E, habeatque aberrationem æqualem aberrationi lentis planoconvexæ radiorum ex puncto M venientium quam invenimus. Ex. gr.

[1]) Nous supprimons quelques calculs.

[2]) Prop. XII, Part. I, Liv I, p. 41. E est donc le point correspondant au point M par rapport à la lentille, eu égard à son épaisseur.

fit MB dupla foci dist.æ lentis CGB. Erit BE ipsi MB æqualis [5]. Debebitque crassitudo cavæ lentis CST esse dimidia crassitudinis BG ut radios parallelos dispergat quasi ex E veniant, ut facile est probare [6]. Atqui lentis CGB aberratio tunc invenitur noncupla proximè suæ crassitudinis [7]. Ergo aberratio cavæ debet esse octodecupla suæ crassitudinis. Unde per regulam aberrationis menisci cavi [8] invenitur proportio radiorum ad describendas superficies CT et ST, debere esse proximè ut 303 ad 155 [9]. foci distantia autem sive potius puncti dispersus datur BE ∞ $4a$. Unde ipsi radij inveniuntur per regulam in dioptr. traditam [10], quia ut diff. radiorum ad alterutrum ita duplum reliqui ad distantiam puncti dispersus. hic fiunt $\frac{296}{303}a$ et $\frac{296}{155}a$ [11].

$$18q \infty \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \text{ qu. } a - n} \text{ aberr. menisci cavi.}$$

$$108nnq - 216anq + 108aaq \infty 27aaq - 6anq + 7nnq$$

$$101nnq - 210anq + 81aaq \infty 0$$

[Fig. 4.]

$$nn \infty \frac{210}{101}an - \frac{81}{101}aa$$

$$n \infty \frac{155}{303}a$$

Sit d [12] ∞ $2\frac{1}{2}a$ sive $\frac{5}{2}a$. $\qquad \frac{223}{6}b \infty \text{NE}$

---

[3]) On arrive au même résultat en substituant $a = \infty$, $n = a$, $c = b$, dans les dernières formules de la note 2, p. 396.

[4]) Calcul des dimensions de la lentille convexo-concave auxiliaire par laquelle on peut compenser, en la plaçant devant la lentille planconvexe, l'aberration sphérique causée par cette dernière.

[5]) Puisque les points M et E se correspondent par rapport à la lentille CGB.

[6]) Voir la Prop. III, p. 277 et surtout la note 4 de la même page. Avec une légère modification dans la démonstration cette Prop. aurait pu être généralisée comme suit: que les épaisseurs de deux lentilles quelconques dont les largeurs sont égales seront inversement proportionnelles aux distances focales. Or, dans le cas présent la distance focale BE de la lentille concave est supposée égale au double de celle de la lentille convexe CBG; il faut donc que son épaisseur soit égale à la moitié de celle de cette dernière lentille.

[7]) D'après la Prop. XIV, Part. I, Liv. I, p 81 la distance focale de la lentille planconvexe égale $2a$; on a donc $d = 4a$ et la dernière formule du paragraphe précédent donne NE $= 9\frac{1}{6}b$.

[8]) Voir la p. 305 du Tome présent.

[9]) Lisez „155 ad 303" et comparez les calculs qui suivent, où, d'ailleurs, a n'indique plus le rayon de la lentille planconvexe mais bien celui de la surface convexe de la lentille auxiliaire.

[10]) Voir la Prop. XVII, Part. I, Liv. I, p. 89; toutefois la règle appliquée ici n'est pas formulée dans la démonstration de la Prop.; mais elle est analogue à celle qu'on trouve à la même page dans les dernières lignes de la Prop. XVI.

[11]) La fig. 4, dessinée soigneusement, représente probablement le cas traité jusqu' ici.

[12]) Il s'agit de l'application des formules à une autre supposition.

$10a$ ad $2a$ ut b ad $\frac{1}{5}b$ [1] $\frac{27aaq - 6anq + 7nnqa}{6 \text{ qu. } a - n} \infty \frac{1115}{6} q$

$$27aa - 6an + 7nn \infty 1115aa - 2230an + 1115an$$

$$0 \infty 1088aa - 2224an + 1108nn$$

$$aa \infty \frac{2224}{1088}an - \frac{1108}{1088}nn$$

$$aa \infty \frac{556}{272}an - \frac{277}{272}nn$$

$$a \infty \frac{322}{272}n.$$

Radij: plana; 10000 conv.; 7764 cav. auxil.^{æ} 9191 conv. auxil.^{æ}; 25000 foci dist. compositæ [2]). bon.

§ 6 [3]).

Aberratio in lente aequaliter convexa cum radius a puncto venit, distante duabus semidiametris convexi.

Fit aberratio $\frac{9}{2}$ crassitudinis. *ut debebat ex eo quod sint quasi duæ planoconvexæ,*

---

[1]) On a avec une approximation suffisante VE [Fig. 3] $= \left(\frac{9}{4}d^2 - \frac{3}{2}ad\right) : \left(\frac{3}{2}d - 3a\right) = (9d^2 - 6ad):(6d - 12a)$ et VB $= \frac{3}{2}d$; donc BE $= 12ad:(6d - 12a)$ et, dans le cas présent, BE $= 10a$; ce qui représente, par conséquent, la distance focale qu'on doit donner à la lentille auxiliaire, $2a$ étant celle de la lentille planconvexe; en appliquant ensuite la règle de la note 6, p. 423, on trouve pour l'épaisseur q de la lentille auxiliaire la valeur $\frac{1}{5}b$. On en conclut NE $= \frac{223}{6}b = \frac{1115}{6}q$; ce qui amène l'équation qui suit dans le texte, dans laquelle a reprend la signification mentionnée dans la note 9 de la page précédente.

[2]) En appliquant la règle citée dans la note 10, p. 423, on trouve pour les rayons des surfaces sphériques de la lentille auxiliaire les valeurs $\frac{250}{272}a$ et $\frac{250}{322}a$, où a représente le rayon de courbure de la lentille planconvexe; de plus on a $2\frac{1}{2}a$ pour la distance focale de la lentille composée ($2a$ pour celle de la planconvexe); ce qui conduit, en effet, aux nombres proportionnels du texte.

Consultez encore sur ce système de lentilles l'Appendice VIII qui suit, où Huygens s'est appliqué à calculer les aberrations exactes de deux lentilles de dimensions données d'un tel système pour vérifier si la compensation obtenue à l'aide des formules approximatives serait satisfaisante.

[3]) Dans le manuscrit ce paragraphe est précédé d'un calcul par lequel Huygens a voulu déterminer l'aberration sphérique d'une lentille symétrique biconvexe pour un faisceau de rayons émanant d'un point quelconque de l'axe; mais il n'a pas achevé ce calcul, évidemment à cause de la complication croissante des formes algébriques.

[Fig. 5.]

in quibus ſingulis aberratio parallelorum planam incidentium eſt $\frac{9}{2}$ *craſſitudinis* [4]).

$AB \infty IQ \infty a$; $BG \infty GQ \infty b$;

$MB \infty 2a$, M punctum radians. $QY \infty 2a$.

$$MC\,(2a) \text{ ad } AB\,(a) \text{ ut } BG\,(b) \text{ ad } GE\left(\tfrac{1}{2}b\right)^{5)} \left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{a[dde]}$$

$$MG\,(2a+b)$$

$$ME \infty 2a + \tfrac{3}{2}b \infty MC$$

qu. $MC\,(4aa + \text{min})$ ad qu. $MA\,(9aa)$ ſive ut qu. CG ad qu. AF [ſive CH] ita $BG\,(b)$ ad $DH\left(\frac{9}{4}b\right)$ [6])

$$\frac{4}{3}\ ^{7)}$$

$$\left.\begin{matrix} PR \infty 3b \\ \text{ex } AR \infty 2a \end{matrix}\right\} \text{ſ[ubt.].}$$

$$AP \infty 2a - 3b \infty LC\ ^{8)}$$

$$\text{ex } 2a + \tfrac{3}{2}b \infty MC$$

$$\tfrac{9}{2}b \infty ML$$

$$ML\left(\tfrac{9}{2}b\right) \text{ ad } MA\,(3a) \text{ ut } MC\left(2a + \tfrac{3}{2}b\right)$$

$$\left.\begin{matrix} \text{ad } MN\left(\frac{4}{3}\frac{a^2}{b} + a\right) \\ MG\ 2a + b \end{matrix}\right\} \text{ſ.}$$

---

[4]) La phrase en italiques a été ajoutée après coup. En effet, puisque M constitue le foyer de la surface convexe CBD pour des rayons ayant la direction NM, il est clair que les rayons qui émanent du point M seront par première approximation parallèles entre eux à l'intérieur de la lentille et que, par conséquent, on aura deux fois l'aberration $\frac{9}{2}$BG (voir la p. 285).

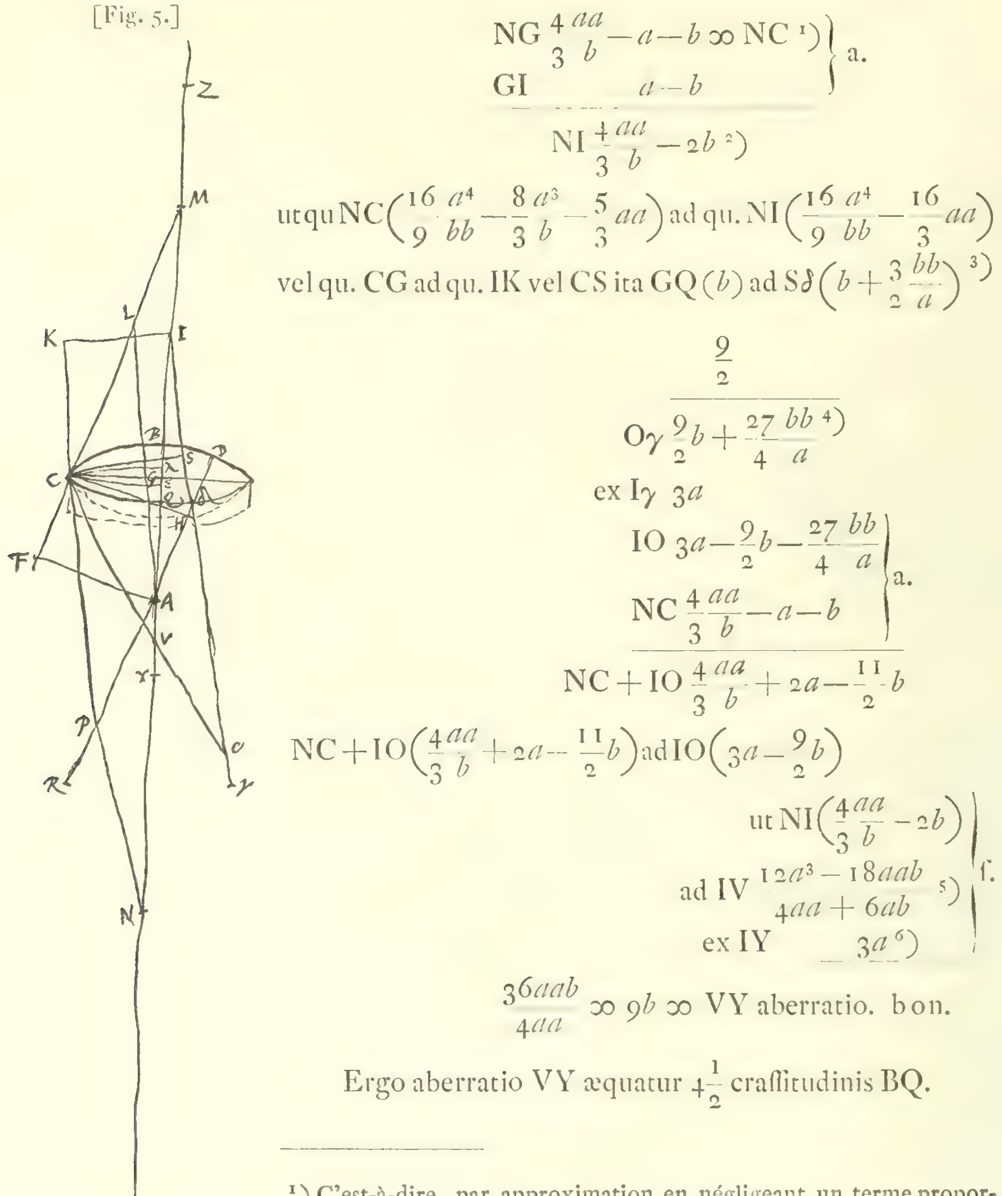
[5]) Prop. II, p. 275.

[6]) Prop. I, p. 273.

[7]) Voir le § 2, p. 419. PC est donc le rayon extrême après la première réfraction.

[8]) AL est tirée parallèlement à PC.

[Fig. 5.]



NG $\frac{4}{3}\frac{aa}{b} - a - b \infty$ NC [1] } a.
GI $a - b$

NI $\frac{4}{3}\frac{aa}{b} - 2b$ [2]

ut qu NC $\left(\frac{16}{9}\frac{a^4}{bb} - \frac{8}{3}\frac{a^3}{b} - \frac{5}{3}aa\right)$ ad qu. NI $\left(\frac{16}{9}\frac{a^4}{bb} - \frac{16}{3}aa\right)$

vel qu. CG ad qu. IK vel CS ita GQ (b) ad Sδ $\left(b + \frac{3}{2}\frac{bb}{a}\right)$ [3]

$\frac{9}{2}$

Oγ $\frac{9}{2}b + \frac{27}{4}\frac{bb}{a}$ [4]

ex Iγ $3a$

IO $3a - \frac{9}{2}b - \frac{27}{4}\frac{bb}{a}$ } a.
NC $\frac{4}{3}\frac{aa}{b} - a - b$

NC + IO $\frac{4}{3}\frac{aa}{b} + 2a - \frac{11}{2}b$

NC + IO $\left(\frac{4}{3}\frac{aa}{b} + 2a - \frac{11}{2}b\right)$ ad IO $\left(3a - \frac{9}{2}b\right)$

ut NI $\left(\frac{4}{3}\frac{aa}{b} - 2b\right)$ } f.
ad IV $\frac{12a^3 - 18aab}{4aa + 6ab}$ [5]
ex IY $3a$ [6]

$\frac{36aab}{4aa} \infty 9b \infty$ VY aberratio. bon.

Ergo aberratio VY æquatur $4\frac{1}{2}$ craſſitudinis BQ.

---

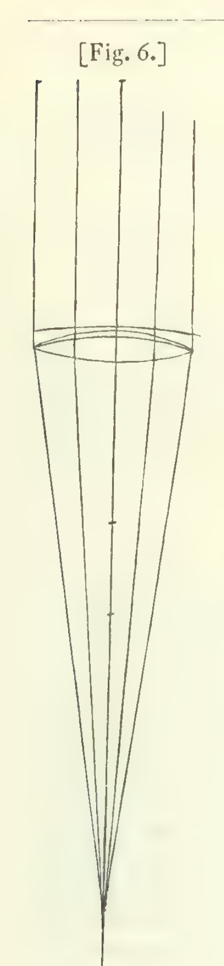
[1]) C'est-à-dire, par approximation en négligeant un terme proportionnel à b; ce qui n'importe pas pour la proportion qui va suivre.

[2]) Pour $b = 0$ on trouve NI $= \infty$; ce qui est conforme à la circonstance que M est le foyer de la surface CBD et que, par conséquent, le faisceau de rayons issu de M formera à l'intérieur de la lentille par première approximation un faisceau de rayons parallèles.

[3]) Prop. I, p. 273.

[4]) γ est le foyer de la surface Cδ pour des rayons parallèles à IH à l'intérieur de la lentille,

[Fig. 6.]



§ 7 [7]).

$$\frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \square a - n} \infty 9q$$

$$27aa - 6an + 7nn \infty 54aa - 108an + 54nn$$

$$102an - 27aa - 47nn \infty 0$$

$$27aa \infty 102an - 47nn$$

$$aa \infty \frac{34}{9} an - \frac{47}{27} nn$$

$$a \infty \frac{175}{54} n.$$

Radij { 10000 convexi
idem convexi alterius
6920 cavi auxiliariæ
23972 convexi auxil.

20000 longit.o telesc.ij ſeu foci diſtantia compoſitæ lentis [8]).

voir la Prop. IX, Part. I, Liv. I, p. 35. $O\gamma = \frac{9}{2} S\delta$, d'après le § 2 (première partie) de l'Appendice I, p. 359. CO est donc le rayon extrême après les deux réfractions par les surfaces de la lentille.

5) À cause de la similitude des triangles IVO et NVC.

6) Y est l'image de M; c'est-à-dire le foyer des rayons qui sont parallèles à l'axe à l'intérieur de la lentille.

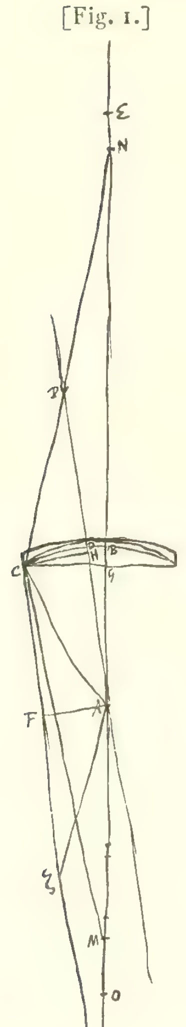
7) Dans ce paragraphe il s'agit de compenser l'aberration d'une lentille biconvexe symétrique par une lentille convexo-concave placée au-devant d'elle. En effet, il est clair que pour qu'on puisse obtenir la compensation désirée en se servant des calculs qui précèdent, il faut en premier lieu que la distance focale de la lentille auxiliaire soit égale à QY [Fig. 5], c'est-à-dire à $2a$. Or, a est la distance focale de la lentille biconvexe symétrique; l'épaisseur q de la lentille auxiliaire devra donc égaler la moitié de BQ (voir la note 6, p. 423) et son aberration sphérique devra être $\frac{9}{2}$ BQ $= 9q$.

8) Soit encore a le rayon AB$=$IQ; on trouvera alors, par la règle mentionnée à la p. 423, pour les rayons de la lentille auxiliaire $\frac{121}{175}a$ et $\frac{121}{54}a$, ce qui donne, au lieu des nombres du texte, la proportion suivante 10000 : 6914 : 22407 : 20000.

APPENDICE VIII [1])

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO".

[Fig. 1.]



[1669.]

§ 1.

Volui examinare quantum aberratio a puncto venientium in ſuperficiem planam planoconvexæ lentis accurate ſupputata differret ab eadem aberratione per regulam pag. 7 inventam [2]).

Punctum radians eſt M. Cava lens hic nihil ad rem [3]).

AC, AB 72 poll. ∞ a; CG 5 poll.; GM ∞ 180 poll. [4])

qu.AC — qu.CG ∞ qu.AG; AB — AG ∞ BG; qu.CG + + qu.GM ∞ qu.CM; $\frac{9}{4}$ qu.CM ∞ qu.CL [5]); qu.CL—qu. CG ∞ qu.GL; GL + GB ∞ LB; LB—BA ∞ LA; LC ad CG

[1]) La pièce est empruntée aux pp. 162—167; 177—180 et 182 du Manuscrit D. Elle suit donc de bien près, dans ce manuscrit, l'Appendice VII et doit avoir été composée quelques jours ou quelques semaines plus tard. Nous l'avons divisée en paragraphes dont le premier se rapporte aux p. 162—167, le second aux p. 177—180 et le troisième à la p. 182.

[2]) Il s'agit du § 4 (p. 420—422) de l'Appendice VII qui précède. Aussi la figure présente correspond-elle à la fig. 3 de la p. 420 et les lettres ont-elles la même signification.

[3]) Huygens se propose donc de calculer, pour un exemple numérique, la différence qu'il y a entre la vraie aberration NE du rayon extrême d'un faisceau émanant du point M et tombant sur le côté plan d'une lentille planconvexe et celle qu'on obtient par l'application de la règle de la p. 422. À cet effet il commence par calculer la position exacte du point N où le rayon extrême coupe l'axe après avoir subi les réfractions à la surface plane et à la surface courbe de la lentille en question.

[4]) À propos des dimensions choisies on peut remarquer que le diamètre de 10 pouces de la grande lentille excède plus de quatre fois celle qui d'après la table de la p. 353 correspond à la distance focale du système composé, laquelle est de 15 pieds suivant les nombres proportionnels qu'on trouve, p. 424, à la fin du § 5 de l'Appendice VII.

[5]) LC représente la direction du rayon MC après la première réfraction à la surface plane. Huygens applique donc ici la Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 15.

ut LA ad AF ∞ CH. Sit CH ∞ p fit AP ∞ $\frac{3}{5}\sqrt{9aa-9pp}+\frac{3}{5}\sqrt{4aa-9pp}$ [6]) ∞ ∞ Cζ; CL − Cζ ∞ ζL; ζL ad LA ut CL ad LN; LN − LB ∞ BN [7]).

GV ∞ $\frac{3}{2}$ GM [8]); VG − GA ∞ VA; AO ∞ 2AB [9]); VA − AO ∞ VO; VA + + AB ∞ VB; VO ad VA ut VB ad VE; VE − VB ∞ BE [10]); BE − BN ∞ NE.

Aberratio $37\frac{1}{6}$ [× BG] ex regula [11]); $36\frac{4}{5}$ [× BG] accurata [12]); $\frac{11}{30}$ [× BG] differentia [13]).

§ 2 [14]).

10000 ad 9191 ut 72,00000 ad 66[,]1752
10000 ad 7764 ut 72,00000 ad 55[,]9008 [15])

---

[6]) C'est la formule déduite à la p. 285. En effet, on peut considérer LC comme un rayon parallèle à l'axe d'une lentille dont la moitié est représentée par la figure CHD.

[7]) En exécutant les calculs indiqués, que nous ne reproduisons pas, Huygens trouve BN = = 711,75429.

[8]) Par la Prop. V, Part. I, Liv. I, p. 23.

[9]) Huygens prépare l'application de la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41. O est le point de concours de rayons venant de la direction EB et réfractés à la surface CB.

[10]) E est donc le point correspondant au point M par rapport à la lentille planconvexe. Huygens trouve BE = 718,15187 et il en déduit (voir la note 7) NE = 6,39758.

[11]) Voir la règle de la p. 422, où l'on a maintenant $d = \frac{5}{2}a$, b = BG.

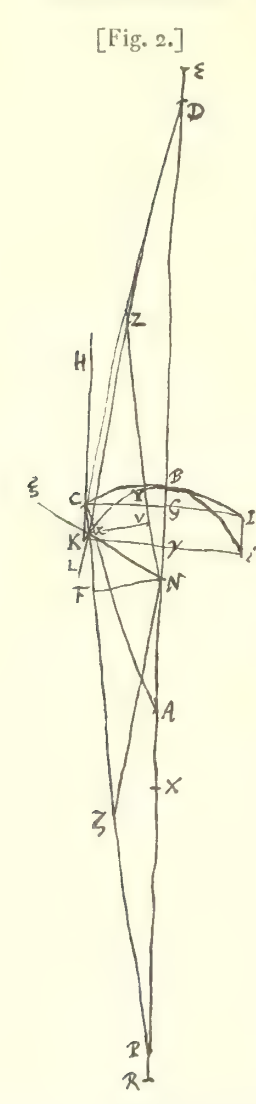
[12]) Dans le cours du calcul Huygens a trouvé BG = 0,17382, mais NE = 6,39758 (voir la note 10); il en déduit par division NE = 36,80 BG.

[13]) Peut-être parce que la différence ne lui semblait pas sans importance, Huygens a essayé encore de prendre en considération quelques termes contenant bb qu'il avait écrits, mais biffés, dans les calculs qui accompagnent le texte du § 4, p. 420, de l'Appendice précédent; mais nous supprimons ces calculs numériques.

[14]) Dans ce paragraphe Huygens va calculer l'aberration sphérique exacte de la lentille auxiliaire, trouvée capable, d'après les calculs de la p. 424 du § 5 de l'Appendice précédent, à compenser en première approximation l'aberration sphérique de la lentille planconvexe dont il est question dans le § 1 qui précède.

[15]) Comparez les nombres proportionnels de la p. 424. Le rayon de courbure de la surface convexe de la lentille planconvexe y est représenté par le nombre 10000. Or, dans le paragraphe précédent ce rayon égalait 72 pouces, il s'agit donc de trouver les rayons de courbure de la lentille auxiliaire à l'aide des nombres proportionnels correspondants. Mais on pourrait s'étonner que Huygens, n'ayant calculé ces nombres proportionnels que jusqu'à quatre chiffres, va pousser ici et plus loin les calculs, que nous avons supprimés, jusqu'à six chiffres et plus encore. Toutefois ce procédé se laisse justifier jusqu'à un certain point et on peut même dire que Huygens aurait dû l'appliquer d'une manière plus suivie (comparez la note 11 de la p. 431). En effet, en partant des nombres proportionnels 9191 et 7764, on peut calculer

[Fig. 2.]



AB ∞ a ∞ 66[,]17520; NB ∞ n ∞ 55[,]90080; CG ∞ ∞ b ∞ 5[,]0000 [1])

Ex datis AB ∞ a, CG ∞ b datur AG, itemque AP ∞ ∞ $\frac{4}{5}\sqrt{aa-bb}+\frac{4}{5}\sqrt{\frac{9}{4}aa-bb}$ [2]). Sed $\frac{3}{2}$AP ∞ CP [3]). datur vero et AR ∞ 2AB [4]). Ergo et PR ∞ AR — AP. Eſt vero BR ∞ 3AB; BR — BN ∞ NR; NR — PR ∞ PN; ut PC ad CG ita PN ad NF; qu.Nϰ (ſeu NB ∞ n) — qu. NF ∞ ∞ ϰF; ut PC ad PG (quæ data eſt propter datas AB, AG) ita PN ad PF; PF + ϰF ∞ Pϰ. Ex datis NY ∞ NB et ϰV ∞ ∞ NF, quæ dicatur p, datur NZ ſive ϰζ ∞ $\frac{3}{5}\sqrt{9nn-9pp}$ + + $\frac{3}{5}\sqrt{4nn-9pp}$ [5]). Pϰ — ϰζ ∞ ζP; ut ζP ad PN ita ϰP ad PD; DP + PR ∞ DR; BX ∞ 3BN [6]); RX ∞ RB — BX; RX ad XB ut RB ad BE [7]); BE + BR ∞ RE; RE — RD ∞ ∞ DE, quæ eſt aberratio quæſita.

---

l'aberration DE en trois ou quatre chiffres, mais pour cela il est nécessaire d'en avoir un plus grand nombre dans les valeurs de BE et de BD, dont la différence donnera DE. Il faut donc faire le calcul comme si les longueurs de AB et de NB fussent connues en six ou sept chiffres. Bien entendu, les derniers chiffres dans les nombres qu'on trouve pour BE et BD dépendront aussi bien des chiffres qu'on a ajoutés, en poussant les opérations arithmétiques du calcul de AB et NB plus loin que de raison, que de ceux dont on est sûr, mais l'influence des premiers disparaîtra dans le résultat de la soustraction finale.

[1]) Puisque les valeurs de CG doivent se correspondre dans les deux lentilles.

[2]) Voir la p. 287. CϰP est la direction du rayon HC après la réfraction à la surface CB.

[3]) Par la Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 14.

[4]) R est le foyer de la surface CB pour les rayons ayant la direction EB.

[5]) Voir la p. 285. DZϰ représente la direction du rayon CϰP après la nouvelle réfraction à la surface ϰY; NYZ est tirée parallèle à PFϰC; Nζ à DZϰ.

[6]) Préparation à l'application de la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41 pour trouver le point E correspondant à R par rapport à la surface KϰBi; X est le point de dispersion des rayons arrivant dans la direction RB après leur réfraction à la surface KϰBi.

[7]) Lisez „RX ad XN (∞ 2BN) ut RB ad BE"; proportion qu'on déduit facilement de celle (RX : RB = RN : RE) qu'on obtient par l'application de la proposition citée dans la note précédente.

[8]) Lisez „$\frac{2}{3}$ Sin.CAG ∞ Sin.ACP."

[Aliter.]

AC ∞ AB ad CG ut Rad. tabularum ad Sin. ∠ CAG vel CAP; $\frac{3}{2}$ Sin. CAG ∞ ∞ Sin.ACP [8]). ∠ CAG — ∠ ACP ∞ ∠ APC; Sin.APC ad AC ut Sin.ACP ad AP; AP + AN ∞ PN; Nκ ad Sin.NPκ five APC ut NP ad Sin.NκP; unde ∠ NκP; $\frac{3}{2}$ Sin.NκP ∞ Sin.ξκD, five NκD; ∠ NκP + NPκ ∞ ∠ κND; 2 recti — — ∠ κNB — ∠ NκD ∞ κDN; Sin.κDN ad κN ut Sin.NκD ad ND; ND — — NB ∞ BD; BR ∞ 3AB; BX ∞ 3BN; BR — BX ∞ RX; RX ad XN ut RB ad BE [9]); BE — BD ∞ ED.

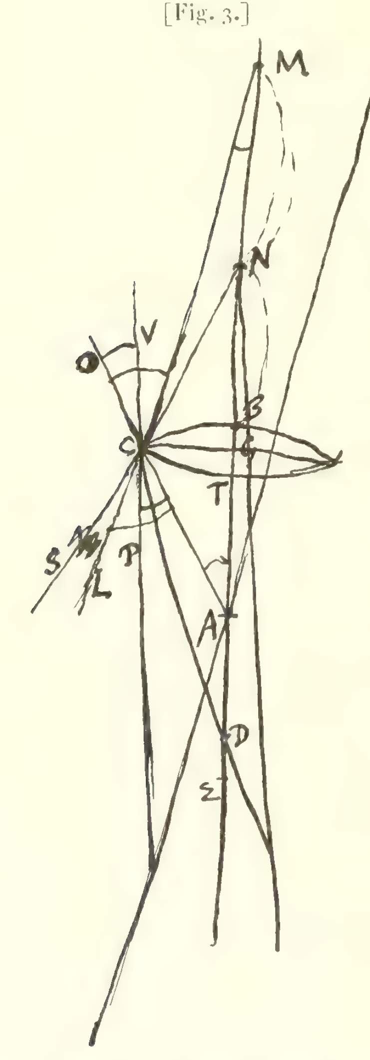
720[,]09005 BE [10])
713[,]34224 BD [10])
6[,]64781 DE
6[,]39758 [11])
[0,]25023

[9]) Comparez la note 7, p. 430.

[10]) Les calculs, que nous avons supprimés, ont été exécutés d'après la deuxième méthode, indiquée dans le „Aliter". Ils amènent successivement: CAG = $4° 20' \frac{1}{3}''$; ACP = $2° 53' 14''$; APC = $1° 26' 46'' \frac{1}{3}$; AP = 132,08267; NP = 142,35707; NκP = $3° 41' 5''$; NκD = $174° 28' 4''$; κND = $5° 7' 51''$; κDN = $24' 5''$; ND = 769,24304; BD = 713,34224. Et ensuite BR = 198,52560; Bκ = 167,70240; RX = 30,82320; BE = 720,09005.

[11]) C'est la valeur trouvée au paragraphe précédent pour l'aberration de la lentille planconvexe (voir la note 10 de la p. 429), laquelle, si l'on désire une compensation à peu près parfaite, devrait égaler la valeur de DE trouvée ici. Comme la différence excède considérablement l'épaisseur de la lentille planconvexe, mentionnée dans la note 12 de la p. 429, et que l'aberration d'une telle lentille, employée sans lentille auxiliaire, n'est que $\frac{7}{6}$ fois cette épaisseur, le résultat a dû paraître très peu satisfaisant à Huygens. Mais en réalité la compensation est un peu meilleure. En effet, il est clair que le calcul de Huygens, par lequel il n'a trouvé la valeur de l'angle κDN qu'en secondes entières, c'est à dire à peine en quatre chiffres, ne permet pas de calculer avec une approximation suffisante la petite différence entre BE et BD. C'est pourquoi nous avons refait les calculs, qui nous ont donné successivement CAG = $4° 19' 59'',62$; ACP = $2° 53' 14'',23$; APC = $1° 26' 45'',39$; AP = = 132,0981; NP = 142,3725; NκP = $3° 41' 5'',23$; NκD = $174° 28' 4'',94$; κDN = $24' 4'',44$; ND = 769,536; BD = 713,635; ce qui amène DE = 6,455. Par conséquent, la différence entre l'aberration, que nous avons calculée ici, du rayon extrême de la lentille auxiliaire, et celle 6,398, que nous avons vérifiée et trouvée exacte, du rayon extrême de la lentille planconvexe se réduit à 0,057; ce qui est un peu moins que le tiers de l'épaisseur de la lentille planconvexe, c'est-à-dire, que les cinq douzièmes de l'épaisseur d'une lentille qui possèderait la même distance focale que le système composé formé par la lentille planconvexe et la lentille auxiliaire.

[Fig. 3.]



§ 3 [1]).

NC, NT, AC, AB 10000000

ut 72 ad 5 [2]) ita AC ad CG ∞ ſin. ∠ CAG [3]); AG ∞ ſ. compl. ∠ CAG; AM [4]) — AG ∞ GM; ∠ CAG + CMG [5]) ∞ ∠ OCM; $\frac{2}{3}$ ſin.OCM ∞ ſ. ACP [6]) ſive OCV; ∠ OCM — OCV ∞ ACL — — ACP ∞ VCM; ∠ CNG — CMN ∞ MCN; MCN + VCM ∞ VCN; $\frac{3}{2}$ ſin.VCN ∞ ſin.SCD [7]) vel ſin.NCD; 180° — NCD — CND ∞ CDN; ſ.CDN ad CN ut ſin.NCD ad ND; TE [8]) ∞ 2AB vel 2NT [9]).

---

[1]) Ce paragraphe fait connaître la méthode pour calculer exactement l'aberration sphérique du rayon MC qui tombe sur une lentille biconvexe symétrique en partant d'un point M situé sur l'axe de la lentille à une distance donnée. Il est évident que ce calcul devait servir pour vérifier par un exemple numérique jusqu' à quel point on pouvait réussir à compenser l'aberration sphérique d'une telle lentille de la manière décrite aux §§ 6 et 7, p. 424—427, de l'Appendice précédent. Mais ce calcul n'a pas été entrepris.

[2]) Ces nombres indiquent les dimensions à choisir pour la lentille biconvexe. Comparez, à la p. 428, celles de la lentille planconvexe du § 1.

[3]) C'est-à-dire, dans une table où le rayon du cercle est représenté par 10000000.

[4]) AM est supposée donnée.

[5]) ∠ CMG se calcule facilement puisque MG et CG sont connues.

[6]) VCP est la direction du rayon MC après sa réfraction à la surface CB.

[7]) CD est la direction du rayon VCP après la réfraction à la surface CT.

[8]) E est l'image de M dans la supposition faite au § 6 de l'Appendice précédent, d'après laquelle MB = 2AB. Alors, comme nous l'avons remarqué dans la note 4 de la p. 425, les rayons qui émanent de M peuvent être considérés à l'intérieur de la lentille comme parallèles à l'axe et ils se réuniront donc de nouveau après la sortie de la lentille dans un point E pour lequel TE = MB = 2AB = 2NT.

[9]) TE est donc connue, mais TD = ND — NT de même; donc aussi DE, c'est-à-dire, l'aberration cherchée.

APPENDICE IX [1])

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO”.

[1689.]

R concurſus parallelorum. DR ad DO ut DC ad DP [2]) Oſtendendum angulum DNR ad MNP ſeu NPC ut 3 ad 2. ut CR ad RO [3]).

SNR ad SDR ut DR ad RO [4]).
Sed SDR ∞ NDO ad NPO ut OP ad OD h. e. ut RC ad DR [5]).
SNR ad NPO ∞ MNV ut RC ad RO puto per Euclid. ex aequo in perturb. [6])

Eſt autem NM quæ parall. OC refractio radij RN quia C centrum ſphaer. ſuperficiei ON. Ergo cum ang. SNR ad PNM ut RC ad RO erit NP refractio radij DN, ex theoremate etc. [7])

---

[1]) On peut considérer cette pièce, empruntée à la p. 48 verso du Manuscrit G, comme constituant une démonstration de la proposition mentionnée dans la note 1 de la p. 345, d'après laquelle il existe un rapport constant entre les angles après et avant la réfraction compris entre deux rayons qui s'écartent peu de la normale à la surface réfringente et qui passent par un même point de cette surface.

[2]) D'après la Prop. XII, Part I, Liv. I, de la p. 41, les points D et P sont donc des points correspondants par rapport à la surface réfringente NO.

[3]) Comparez, à la p. 37, la Prop. IX, Part. I, Liv. I. CR : RO représente l'indice de réfraction qui pour le verre est pris égal, comme partout, à 3 : 2.

[4]) Parce qu'on a par approximation ∠ SNR = ∠ SOR et que le rapport des petits angles SOR et SDR peut être égalé à celui de leur tangentes.

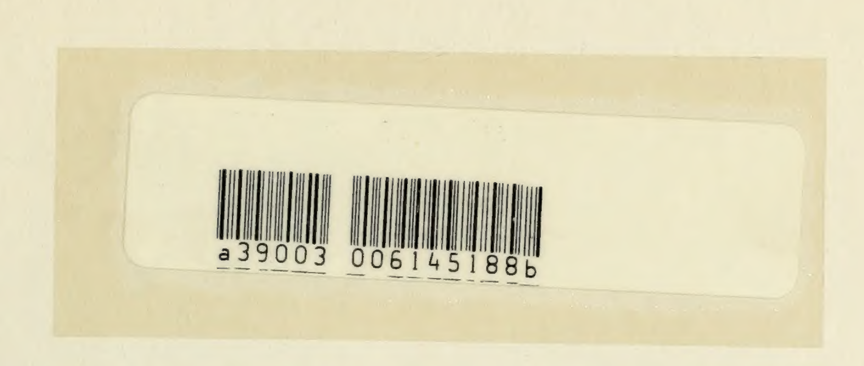
[5]) Proportion qui se déduit de celle qui se trouve plus haut dans l'énoncé.

[6]) Voir la note 22 de la p. 304 du T XI.

[7]) Il s'agit de la proposition, citée dans la note 2.

VOIR AU FASCICULE II LES TABLES SUIVANTES:




a39003 006145188b